

# Elektrina a magnetismus

## Elektrický náboj

- experimenty s třením těles – silové působení
- nositel jedné z fundamentálních fyzikálních sil
- elementární náboj  $e \cong 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  (Coulomb), fundamentální role v technických aplikacích
- struktura atomu
- kvarky s nábojem  $e/3$
- původ slova elektron – řecky „jantar“

# Coulombův zákon

(Pro sílu působící mezi dvěma bodovými náboji  $Q_1$  a  $Q_2$ )

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\varepsilon_r \geq 1$$

$\varepsilon$  - permitivita

$\varepsilon_0$  - permitivita vakua

$\varepsilon_r$  - relativní permitivita

$r$  - vzdálenost nábojů

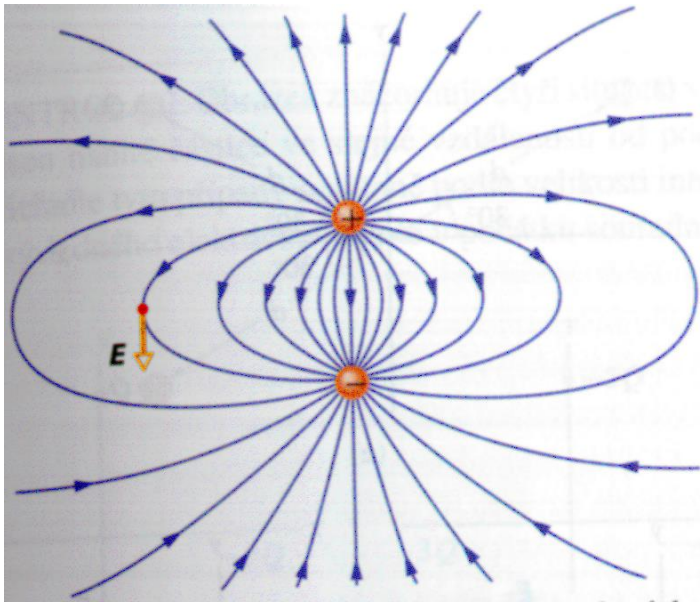
**přitažlivá síla** mezi náboji  
různých znamének

**odpudivá síla** mezi náboji  
stejných znamének

# Elektrické pole - Intenzita EP

Intenzita elektrického pole ( $E$ ) je rovna síle, kterou pole působí na kladný jednotkový náboj

viz obr. - el. pole v okolí bodových nábojů



Elektrické siločáry jsou křivky k nimž jsou vektory intenzity elektrického pole ve všech bodech tečné

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$$

$$[E] = \text{V} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q_{zdr}}{r^2} \vec{r}$$

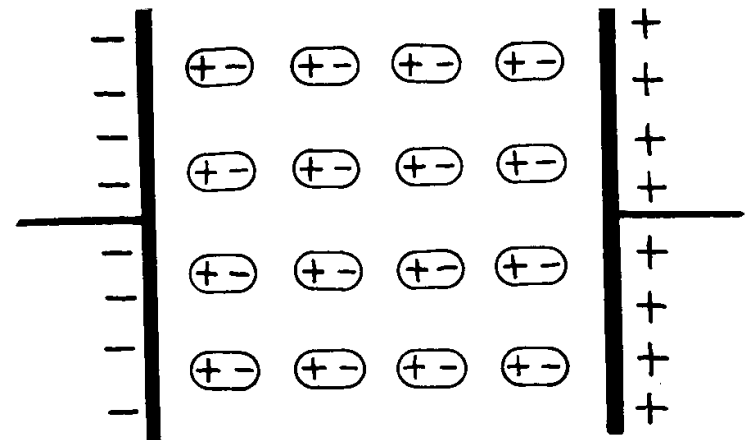
# Plošná hustota elektrického náboje

$$\sigma = \frac{dQ}{dS} \quad [\sigma] = \text{C.m}^{-2}$$

$$\sigma = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{4\pi r^2} \quad \text{koule}$$

$\sigma$  roste s rostoucí křivostí povrchu - hroty  
vodiče a izolanty, polarizace dielektrika:

elektrický posuvný proud -  
nabíjecí proud kondenzátorů



# Elektrické pole - elektrický potenciál $\varphi$

*EP je práce, kterou vykonají síly pole při přenosu kladného jednotkového náboje z bodu A do místa s nulovým potenciálem*

*nulový potenciál: v nekonečné vzdálenosti od náboje (fyzika)  
na Zemi (elektrotechnika)*

$$\varphi_{bn} = \frac{A_{AB}}{Q} = \frac{1}{Q} \int_A^{\infty} F dr = \int_A^{\infty} E dr = \int_A^{\infty} \frac{Q dr}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r_A}$$

$$[U] = [\varphi] = \text{V}$$

$$A_{AB} = Q(\varphi_A - \varphi_B) = QU_{AB}$$

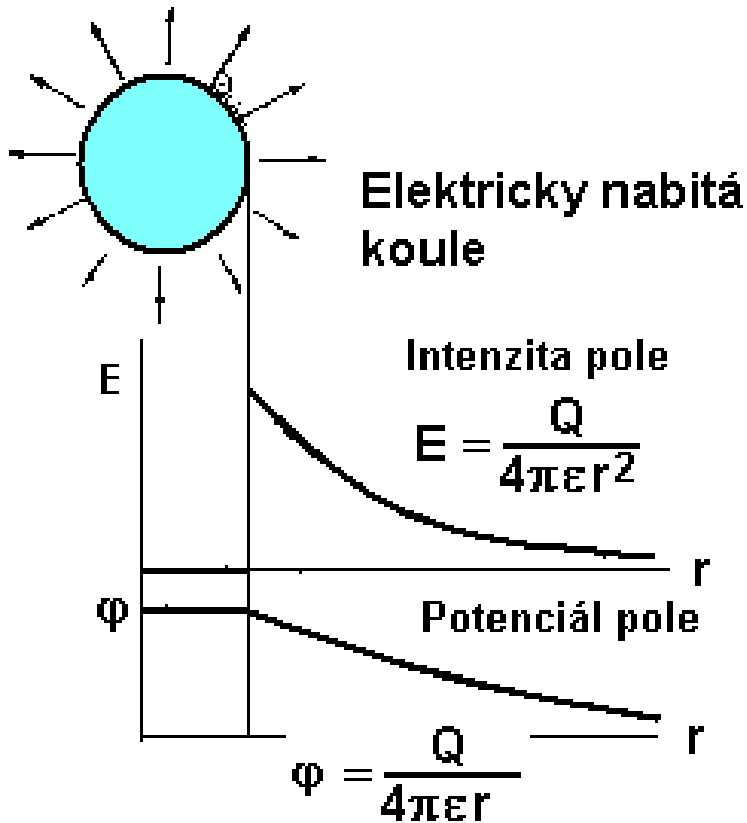
$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$$

**U - napětí**

jednotka 1 eV = 1,6.10<sup>-19</sup>J  
práce vykonaná polem při přesunu elektronu do místa s EP o 1 V vyšším  
 $\varphi_{bn}$  - EP bodového náboje

**- odvodit**

# Pole nabité koule



$r$  – vzdálenost vyšetřovaného místa od středu koule

koule je nabitá kladným nábojem

ve vodiči bez vlivu vnějšího pole dochází k transportu nábojů tak, že mají všechny části stejný potenciál

pro potenciál více nábojů platí princip superpozice

# Srovnání elektrického a gravitačního pole

- **Potenciály**

- **Intenzity**

- **odvodit:**

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon r}$$

$$W_{po} = \kappa \frac{M}{r}$$

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}$$

$$g = -\frac{dW_{po}}{dr} = \kappa \frac{M}{r^2}$$

- Výrazná **podobnost** mezi oběma poli, výraznější je u elektrického pole záporného náboje s přitažlivými silami
- Obě pole jsou **konzervativní**
- V případě gravitačního pole vektor **tíhového zrychlení** hraje roli **intenzity** pole

# Kapacita vodiče

*Schopnost shromažďování elektrického náboje vodičem*

$$C = \frac{dQ}{d\varphi}$$

$$[C] = F$$

$$C = \varepsilon \frac{S}{d}$$

$$C_{par} = \sum_i C_i$$

$$\frac{1}{C_{ser}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

Jednotkou je Farad (F)

## **Kondenzátor:**

několik vodičů uspořádaných tak, aby měly zvýšenou hodnotu kapacity

$S$  - plocha překryvu desek,  $d$  - vzdálenost desek,  $\varepsilon$  - permitivita dielektrika mezi deskami

$C_{par}$  - kapacita paralelně spojených kondenzátorů

$C_{ser}$  - kapacita seriově spojených kondenzátorů



# Příklad: kapacita vodivé koule

$$C = \frac{Q}{\varphi} = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\epsilon r}} = 4\pi\epsilon r$$

**Kapacita zeměkoule ve vakuu:**

$$C = 4\pi\epsilon r = 4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1} \cdot 6,4 \cdot 10^6 \text{ m} \approx 7,1 \cdot 10^{-4} \text{ F} \\ = 0,71 \text{ mF}$$

# Energie kondenzátoru

$$dA = U dQ = Q/C dQ$$

$$W = \int dA = \int_0^Q Q/C dQ = Q^2/(2C) = QU/2 = CU^2/2$$

$$W = \frac{1}{2} CU^2$$

Příkl. Energie kondenzátoru ve fotografickém blesku

$$U = 500 \text{ V}, C = 400 \text{ } \mu\text{F}$$

$$W = CU^2/2 = 4 \cdot 10^2 \cdot 10^{-6} \cdot 25 \cdot 10^4 / 2 = 50 \text{ J}$$

# Elektrický proud



# Definice

*Uspořádaný pohyb nositelů elektrického náboje, projevuje se silovým působením a různými ztrátami v různých materiálech*

$$I = \frac{dQ}{dt}$$
$$[I] = A$$

Jednotkou je **Ampér**, základní jednotka SI soustavy

- obr. el. obvodu se zdrojem

jde o vyrovnávání potenciálového spádu, dlouhodobě obnovovaného zdroji EP, hlavními zdroji EP jsou chemické články a zejména elektromagnetická indukce v elektrárnách

2 základní podmínky průchodu el. proudu

# Proudová hustota

$$J = \frac{dI}{dS}$$

$S$  je plocha, kterou prochází elektrický proud

ustálený proud  $J = I/S$   $[J] = \text{A.m}^{-2}$

technická praxe  $J = 1 - 20 \text{ A.mm}^{-2} = 1 - 20 \text{ MA.m}^{-2}$

# Objemová hustota el. náboje

$$\rho_V = \frac{dQ}{dV}$$

$\rho_V$  objemová hustota  
elektrického náboje (volné  
náboje)

$$[\rho_V] = \text{C.m}^{-3} = \text{A.s.m}^{-3}$$

kde  $dQ$  je náboj v  
elementárním objemu  $dV$

$$dQ_+ = \rho_+ dV = \rho_+ dS v_+ dt$$

$$\frac{dQ_+}{dt} = dI = \rho_+ dS v_+$$

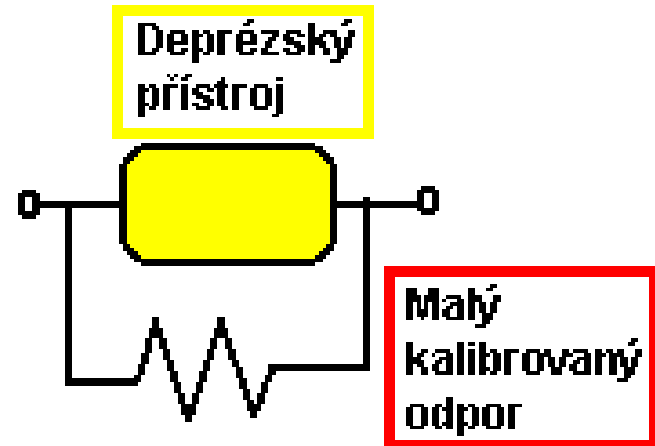
$$\frac{dI}{dS} = J_+ = \rho_+ v_+$$

$$\vec{J} = \rho_V \vec{v} = \rho_{V(+)} \vec{v}_{(+)} - \rho_{V(-)} \vec{v}_{(-)}$$

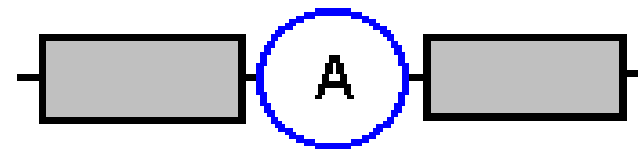
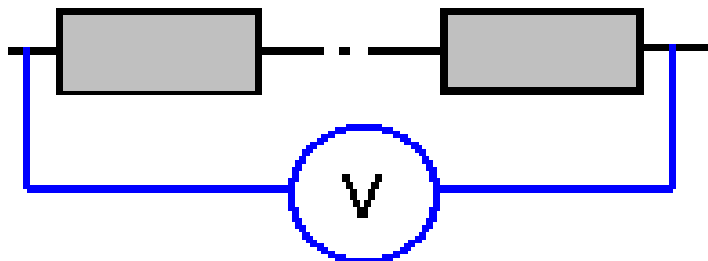
# Měření napětí a proudu



Voltmetr (velký vnitřní odpor)  
předřadný odpor



Ampérmetr (malý vnitřní odpor)  
bočník



# Voltampérová charakteristika

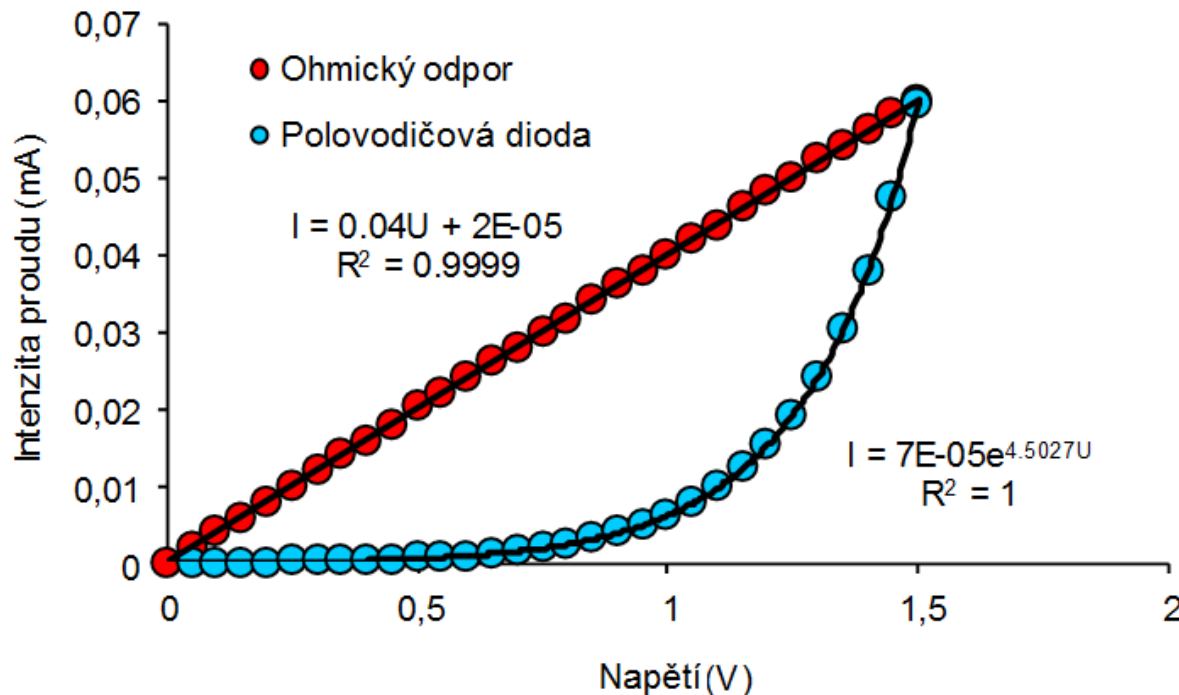
**Zdánlivá vodivost:**

Funkce napětí

$$G_z = \frac{dI}{dU}$$

**Vodivost**

$$G = \frac{I}{U}$$





# Odpor vodiče

## Převrácená hodnota vodivosti

$$R = \frac{1}{G}$$

$$[R] = \Omega$$

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

$$[\rho] = \Omega \cdot \text{m}$$

pro vodiče s **lineární** VA charakteristikou

$\rho$  - **rezistivita (měrný elektrický odpor)**

( $10^{-8}$  -  $10^{-6}$ )  $\Omega \cdot \text{m}$  vodiče

( $10^{-6}$  -  $10^8$ )  $\Omega \cdot \text{m}$  polovodiče

( $10^8$  -  $10^{10}$ )  $\Omega \cdot \text{m}$  nevodiče

## **Závislost na teplotě**

kovy - lineární růst:  $\rho = \rho_0(1 + \alpha \Delta t)$

$\alpha$  - teplotní součinitel odporu ( $\text{K}^{-1}$ )

pokles (například polovodiče)

# Ohmův zákon

Pro vodiče s lineární VA charakteristikou:

$$U = RI$$

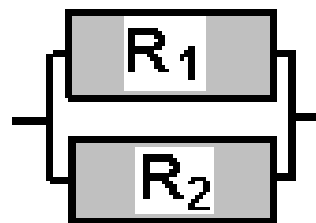
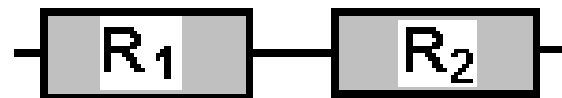
Výsledný odpor při zapojení

do série

$$R = R_1 + R_2$$

paralelně

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$



# Ohmův zákon v diferenciálním tvaru

$$\vec{F} = \vec{E}e$$

$$\vec{F}t = m_e \vec{v}$$

$$\vec{v}_{str} = \frac{\vec{E}te}{2m_e}$$

síla působící na náboj v elektrickém poli  
impulsová rovnice (rychlost se mění za čas  $t$  z nuly na  $v$ )

střední rychlost pohybu náboje

$$\vec{J} = \rho_V \vec{v}_{str} = ne \vec{v}_{str} = \frac{ne^2 t \vec{E}}{2m_e} = \gamma \vec{E}$$

$n$  - počet elementárních nábojů ( $e$ ) v jednotce objemu

$t$  - doba mezi srážkami pohybujících se elementárních nábojů s překážkami

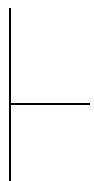
$\gamma$  - konduktivita (měrná elektrická vodivost),  $[\gamma] = \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$

$$\vec{J} = \gamma \vec{E}$$

- rozměrová zkouška

# Kirchhoffovy zákony

## 1. Chování elektrického proudu v uzlech

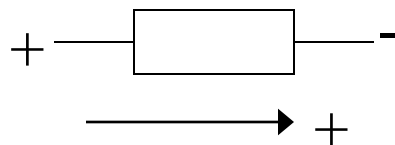
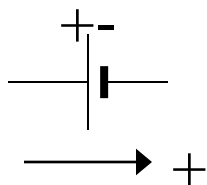


Součet proudů vstupujících do uzlu se rovná součtu proudů z uzlu vystupujících

## 2. Chování elektrického proudu v obvodech (smyčkách)

Součet napětí zdrojů elektrické energie v uzavřeném elektrickém obvodu (smyčce), spolu s úbytkem napětí na vodičích a odporech v něm zařazených je roven nule

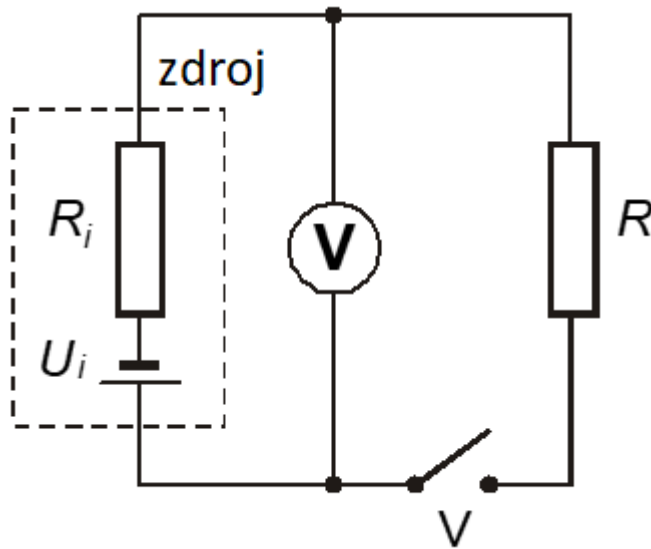
**Znaménková konvence:** - volba smyslu ve smyčce



Opačný smysl - opačné znaménko  
Smysl smyčky

# Zdroje elektrického proudu

## Ohmův zákon pro uzavřený obvod



**U** svorkové napětí

$R_i$  - vnitřní odpor

$R$  - zátěžový odpor

$U_i$  - napětí zdroje (bez zátěže)

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_i}{R_i + R}$$

$$I_k = \frac{U_i}{R_i}$$

$I_k$  - proud nakrátko

$$E = -U_i$$

elektromotorická síla

$$U = U_i - R_i I = \frac{R}{R_i + R}$$

tvrdý x měkký zdroj:  $I_k$  (vysoký x nízký)

$R_i$  (nízký x vysoký)

# Práce a výkon elektrického proudu

Definiční vztahy:

$$dA = U dQ = UI dt = RI^2 dt = \frac{U^2}{R} dt$$
$$P = \frac{dA}{dt} = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$

výrazy s odporem (podle Ohmova zákona) jsou vhodné pro spotřebiče s lineární VA charakteristikou

- elektrická energie v kWh (1 kWh = 3,6.10<sup>6</sup> J)
- kalkulačka plateb za dodávku elektřiny

# Elektrický proud v kapalinách

Normální stav: izolanty (voda -  $\rho = 2 \cdot 10^5 \Omega \cdot m$ )

nositele náboje: ionty ve formě příměsí (soli, kyseliny, zásady)  
v disociovaném stavu - **elektrolyty**

vodivost: - koncentrací disociovaných iontů  
- jejich pohyblivostí

-  $\rho = 1 \Omega \cdot m$  (Omezená platnost Ohmova zákona)

Elektrolýza - průchod elektrického proudu - transport látek

Faradayovy zákony

$$I. \quad m = AQ = AIt$$

$$II. \quad A = \frac{M}{Fv} = \frac{M}{N_A e v}$$

$[A] = \text{kg} \cdot \text{C}^{-1}$  - elektrochem. ekvivalent

$$F = 96,5 \cdot 10^3 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$$

Faradayova konstanta

$M$  - molární hmotnost,  $v$  - mocenství

$N_A$  - Avogadrova konstanta

# Elektrický proud v plynech

Normální stav: izolanty

nositele náboje: ionty - vznikají **ionizací** plynu (z molekuly se vnějším zásahem uvolňují elektrony) – zahřátí, UV záření, radioaktivní záření, katodové záření, náraz

- el. proud v plynu: **výboj** (omezení Ohmova zákona):

nesamostatný – musí trvale působit ionizátor

samostatný – stimulovaný hlavně nárazem – urychlení iontů a elektronů **elektrickým polem a sníženým tlakem** – doutnavý (malé proudy), jiskrový (malá vzdálenost mezi elektrodami), obloukový

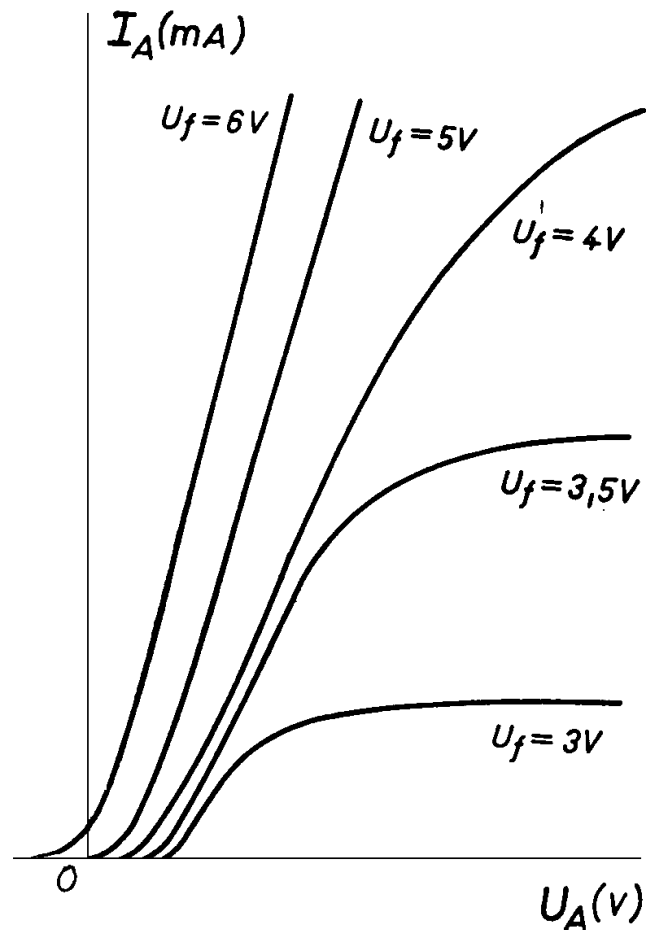
vliv tlaku: prodlužování volné dráhy iontů a tím růst jejich energie zředěním plynu

katodové záření: tok elektronů emitovaných z katody ve vyčerpané výbojové trubici

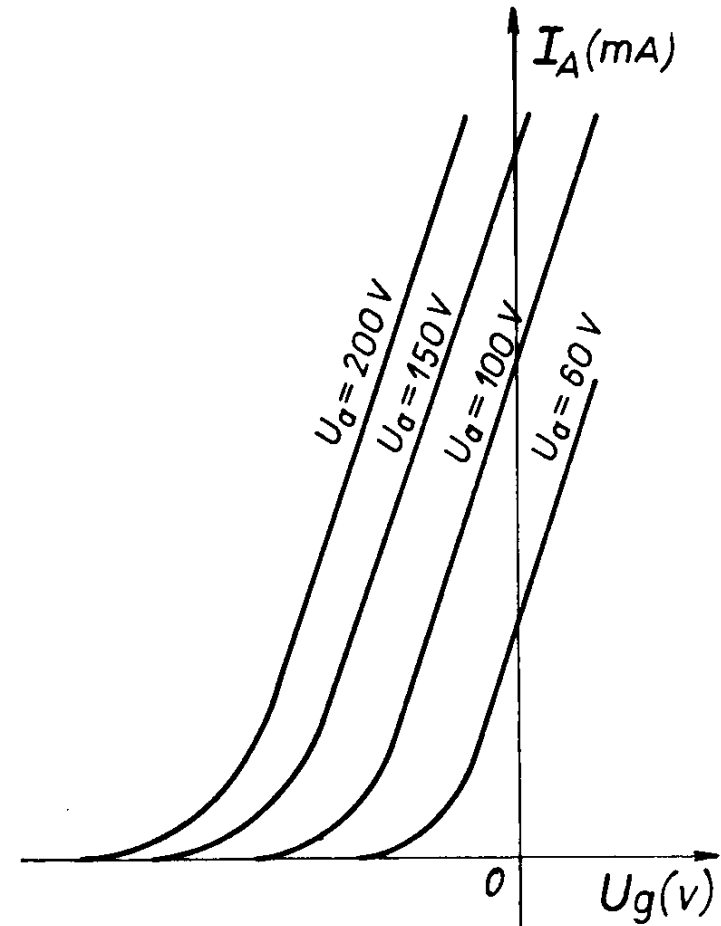
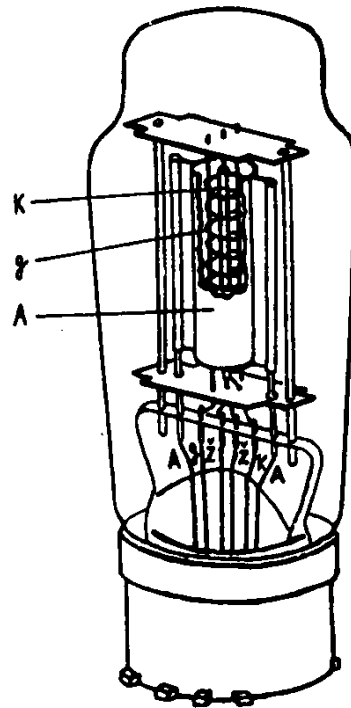
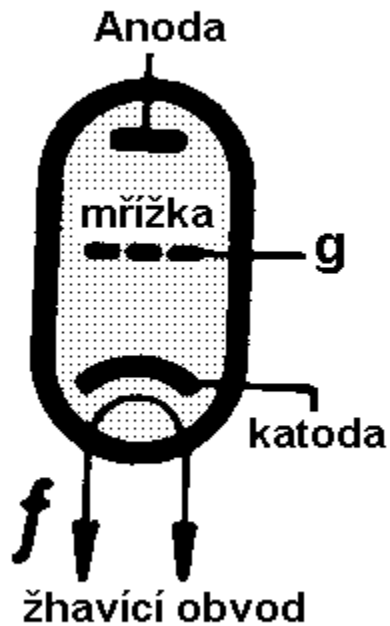
Termoemise: uvolňování elektronů z povrchu těles při vysoké teplotě



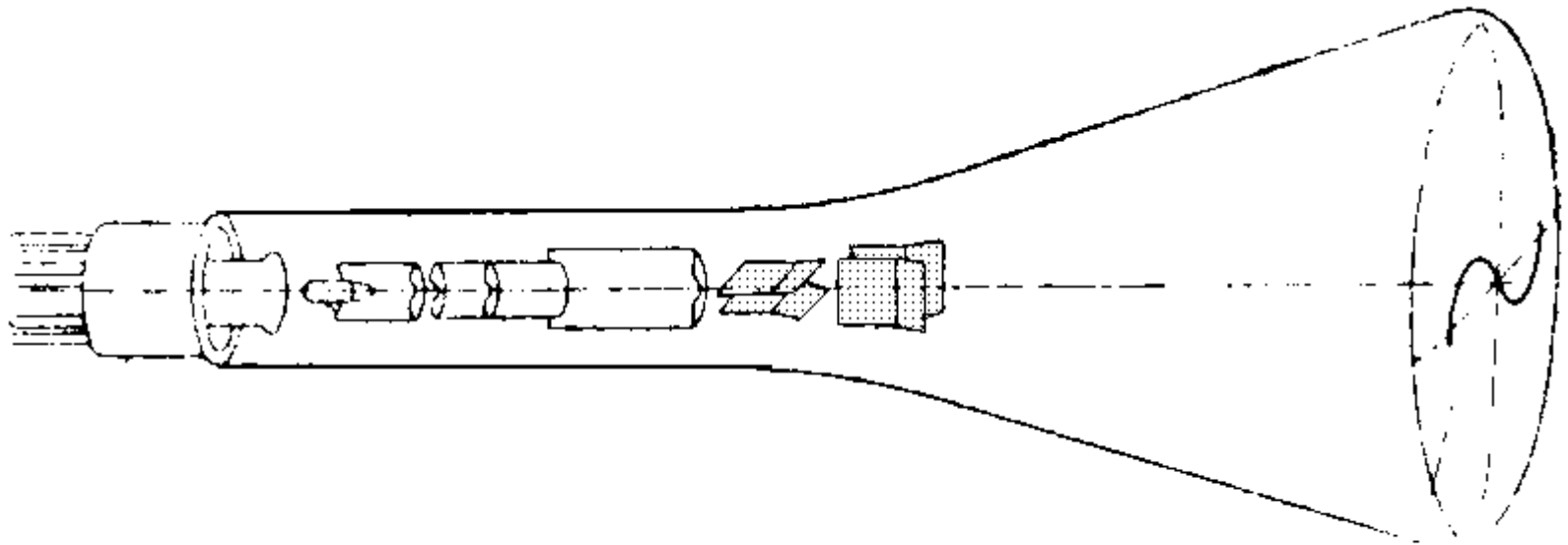
# Termoemise: Elektronky - dioda



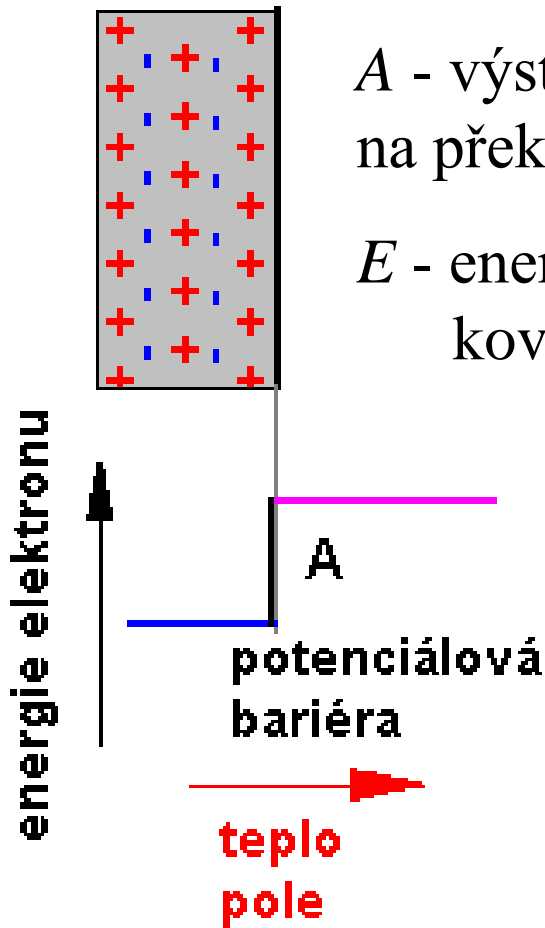
# Termoemise: Elektronky - trioda



# Termoemise: Elektronky - obrazovka



# Emise elektronů z kovu



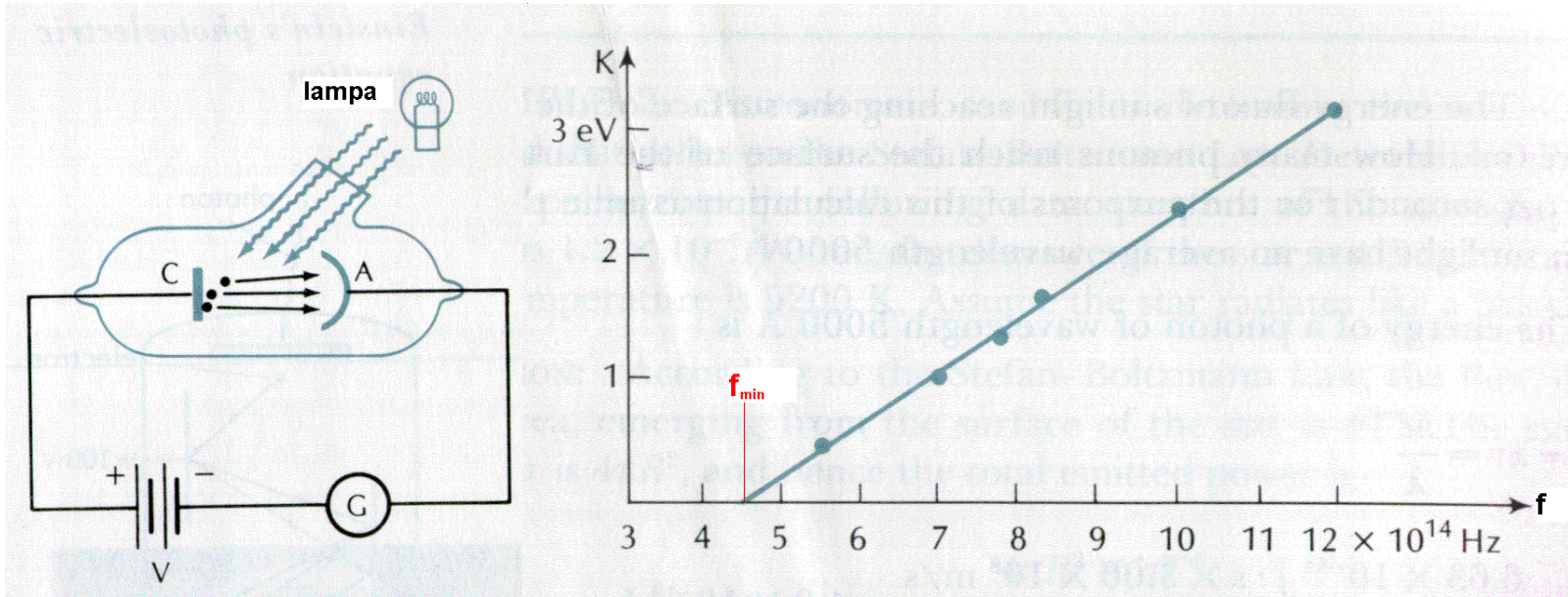
$A$  - výstupní práce (výška potenciálové bariéry)  
na překonání vazebné síly

$E$  - energie dodaná elektronu pro jeho výstup z  
kovu:

$$E = A + \frac{1}{2} m_e v^2$$

# Vnější fotoelektrický jev

(Einsteinova Nobelova cena r. 1921)



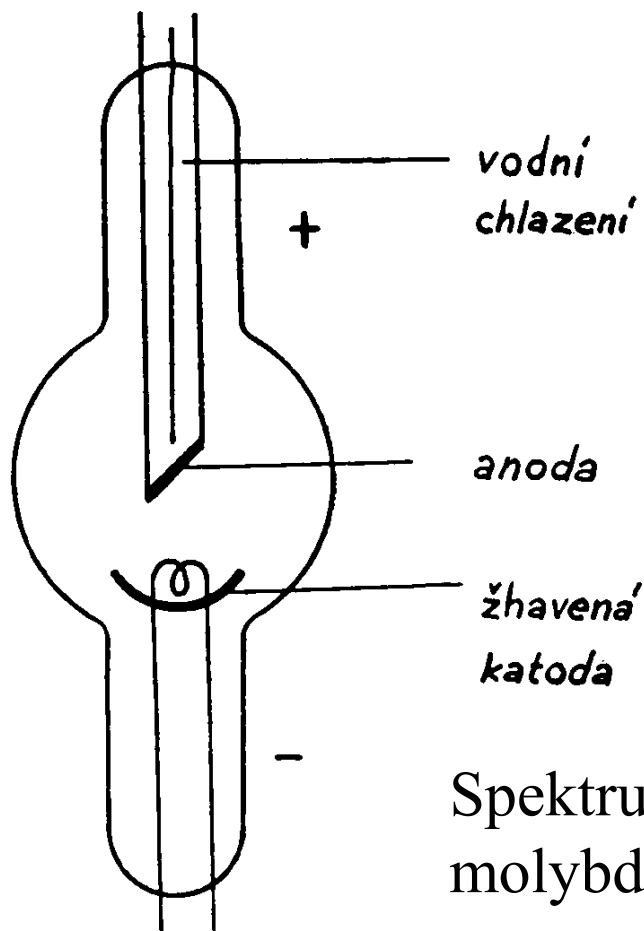
Fotoemise elektronů – uvolňování elektronů z kovu vlivem záření

- nezávisí na intenzitě záření
- pro každý kov existuje určitá mezní frekvence záření pro uvolnění elektronů

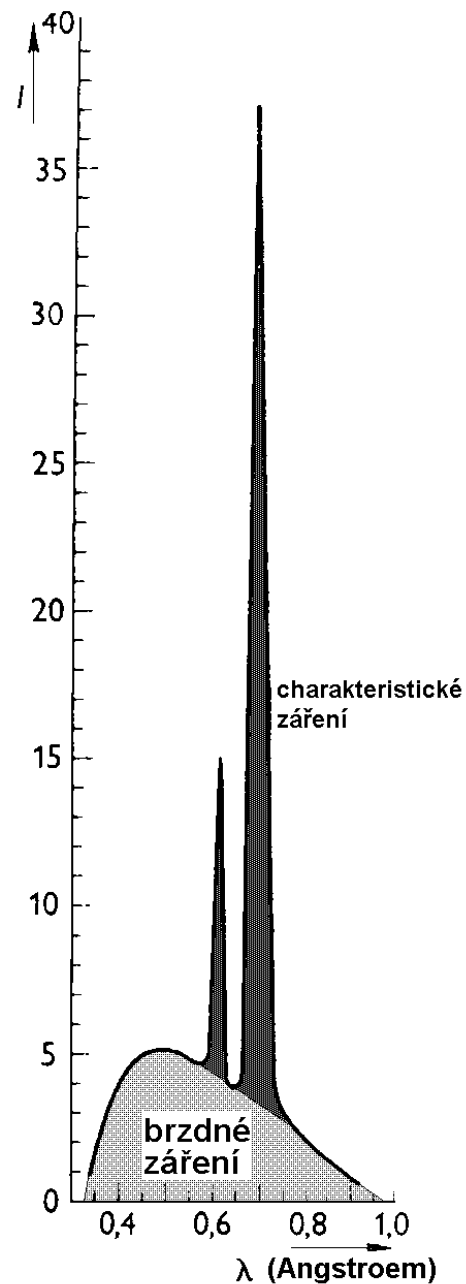
$$hf = A + \frac{1}{2} m_e v^2$$
$$hf_{\min} = A$$

# Röntgenovo záření

- při dopadu katodového záření (urychlených elektronů) na anodu
- velmi pronikavé ( $10^{-8}$  -  $10^{-12}$  m)



Spektrum Röntgenova záření z molybdenové antikatody:



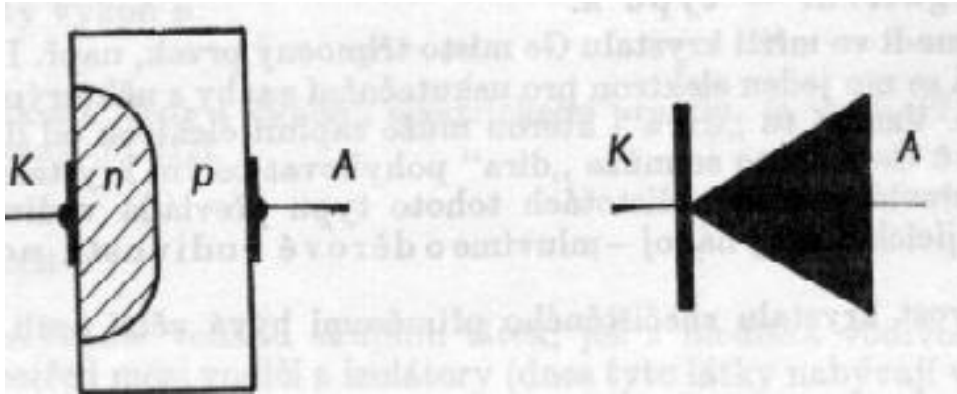
# Polovodiče

- rezistivita od  $10^{-6} \Omega \cdot m$  do  $10^8 \Omega \cdot m$
- rychlé snižování odporu s teplotou
- polovodiče vlastní a nevlastní (příměsové – N a P)

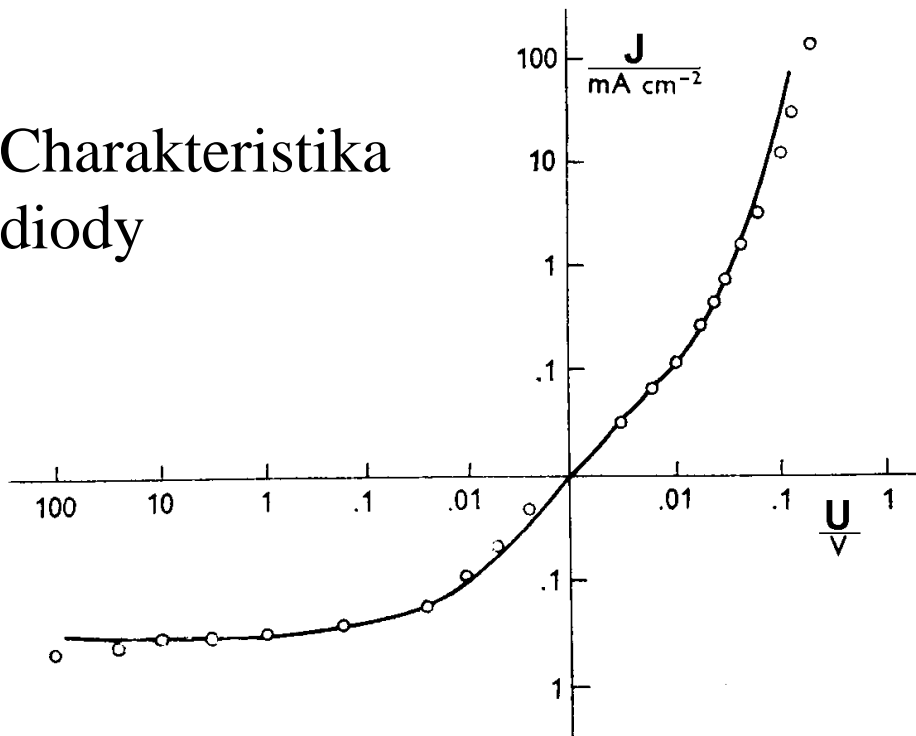
## Polovodičová technika

- využití vlastností PN přechodu
- využití teplotních změn vlastností PN přechodu
- polovodičová dioda - usměrňovač
- tranzistor - zesilovač

# Polovodičová dioda



Charakteristika diody

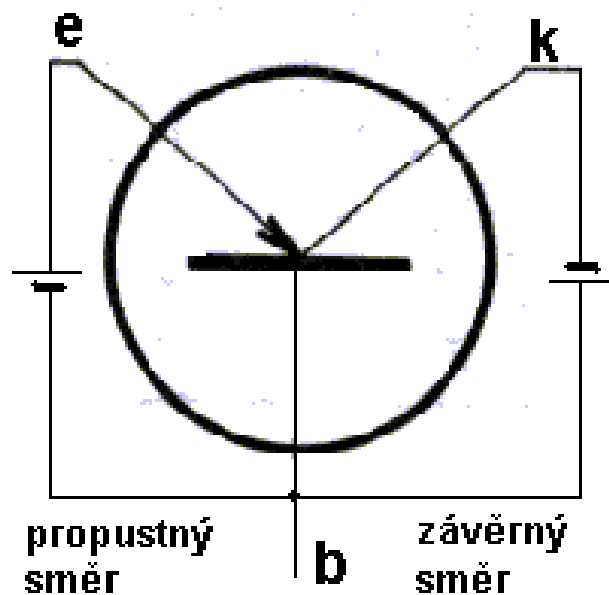
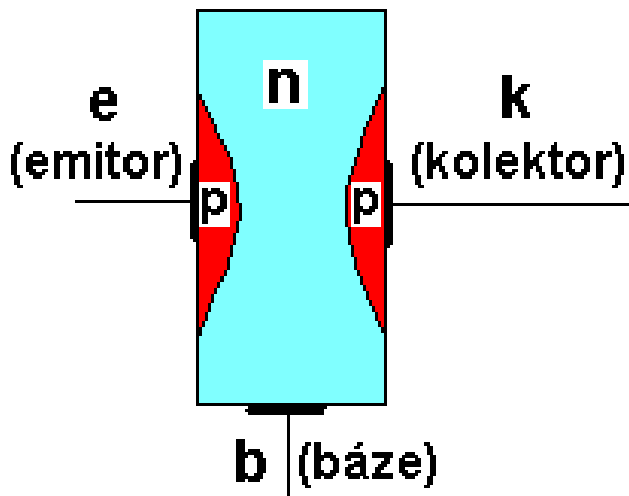


$$I_p = I_0 \left[ e^{\frac{eV}{kT}} - 1 \right]$$
$$I_z = I_0 \left[ 1 - e^{-\frac{eV}{kT}} \right]$$



# Tranzistor

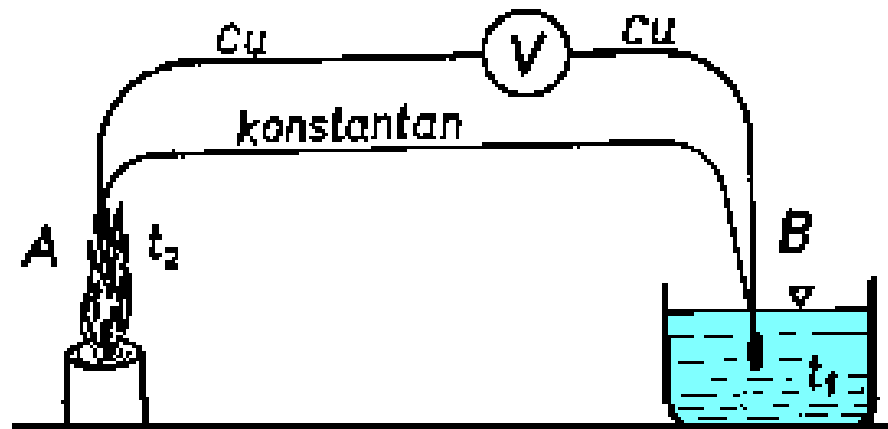
(příklad PNP tranzistoru)



- malé napětí na přechodu e-b v propustném směru,
- snižuje se odpor v přechodu k-b
- při vyšší hladině napětí na tomto přechodu způsobí výkonové zesílení signálu e-b:  $U_{eb} I_{eb} \ll U_{kb} I_{kb}$

# Termoelektrina - termočlánek

- přeměna vnitřní energie na elektrickou
- napětí, které vzniká na spojích dvou různých kovových vodičů, závisí na teplotě spojeného místa



$$U = \varphi_A - \varphi_B = \alpha (t_1 - t_2)$$

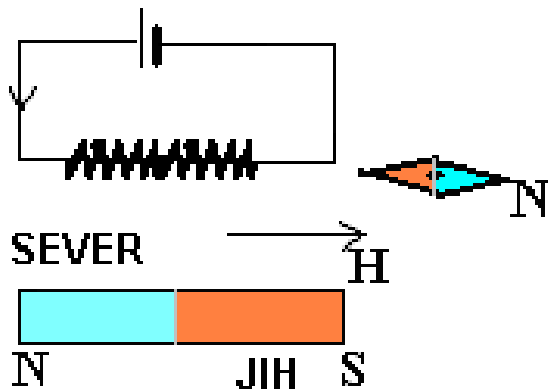
$U$  - termoelektrické napětí

$\alpha$  - koeficient termočlánu (desítky až sta  $\mu\text{V}\cdot\text{K}^{-1}$ )

- napětí je závislé na dvojici materiálů a teplotě

# Magnetismus

## Magnetické pole - ukázky



**Magnetické pole v okolí:  
permanentního magnetu  
vodiče s elektrickým proudem**

**Animace – tyč. magn., přímý vodič,  
Lorentzova síla**

**elektrické náboje v klidu - elektrostatika**

**elektrické náboje v pohybu – elektrodynamika**

**elektrické a magnetické pole = elektromagnetické pole**

# Magnetické pole

popis: intenzita magnetického pole

$$[H] = \text{A}\cdot\text{m}^{-1}$$

## Biotův-Savartův zákon

$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi r^2} (d\vec{l} \times \vec{r}_0)$$

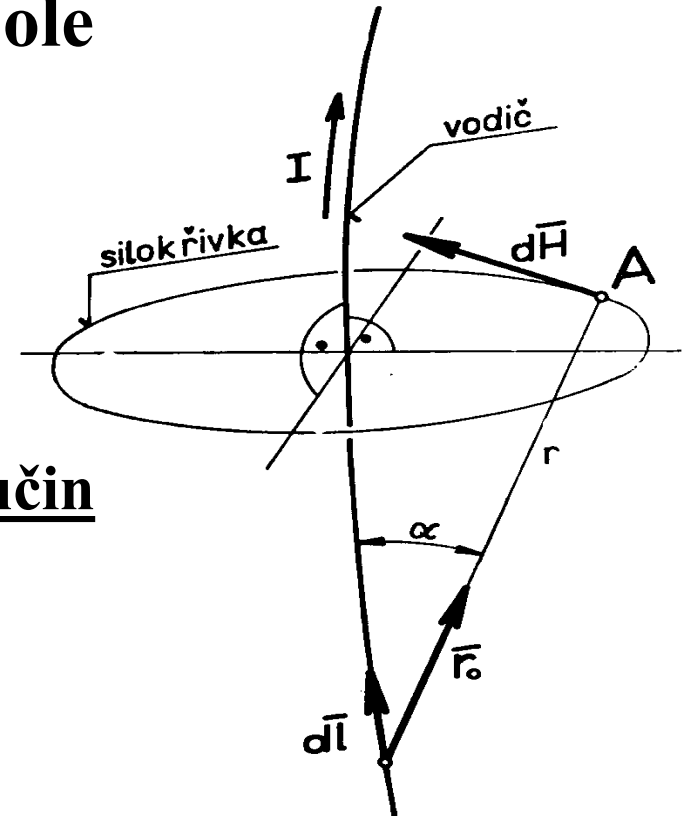
## Pravidlo pravé ruky pro vektorový součin

Superpozice magnetického pole

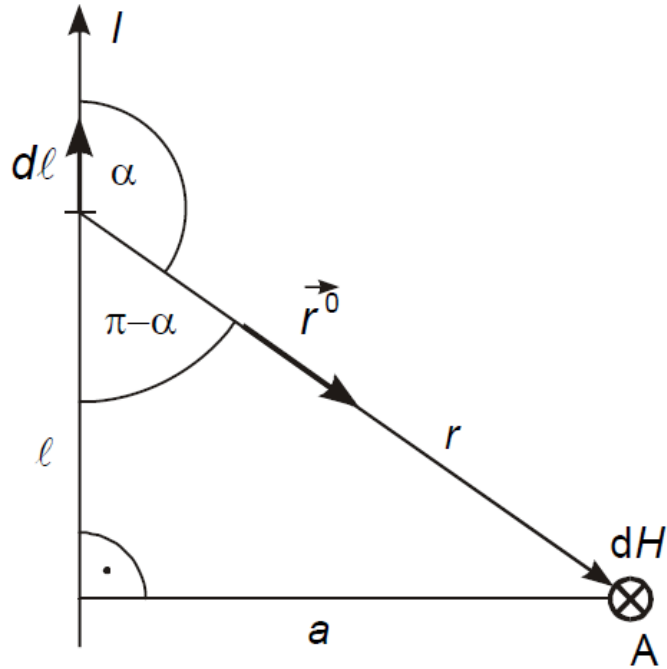
$$H = \int dH$$

magnetická siločivka –

uzavřená čára vždy tečná k  $H$



# Magnetické pole nekonečného přímého vodiče



**Pravidlo pravé ruky pro vektorový součin:**  
všechny  $dH$  mají stejný směr, můžeme je  
tedy sečíst algebraicky.

- odvodit:

$$H = \int_0^H dH = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Idl \sin \alpha}{4\pi r^2} = \frac{I}{4\pi a} \int_0^{\pi} \sin \alpha d\alpha = \frac{I}{2\pi a}$$

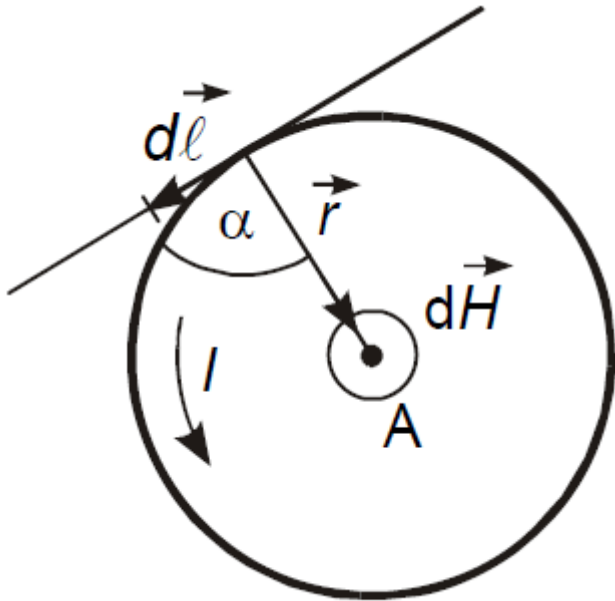
$$\frac{l}{a} = \cotg(\pi - \alpha) = \cotg(-\alpha) = -\cotg\alpha$$

$$l = -a \cotg\alpha, dl = \frac{a}{\sin^2 \alpha} d\alpha$$

$$\frac{a}{r} = \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha, r = \frac{a}{\sin \alpha}$$

$$|\vec{H}| = \frac{I}{2\pi a}$$

# Magnetické pole ve středu kruhové smyčky



$$H = \frac{I}{2R}$$

Pravidlo pravé ruky pro vektorový součin:  
všechny  $dH$  mají stejný směr, můžeme je tedy sečíst algebraicky.

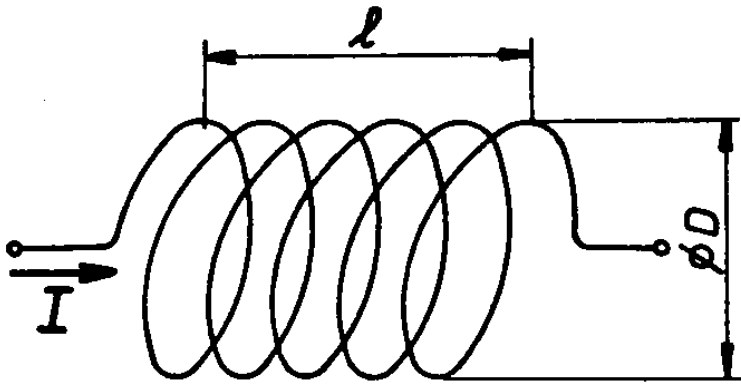
- odvodit:

$$dH = \frac{Idl \sin \alpha}{4\pi r^2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \alpha = 1$$

$$H = \int_0^H dH = \int_0^{2\pi R} \frac{Idl}{4\pi r^2} = \frac{I}{2R}$$

# Magnetické pole ve středu cívky



## 1. $D \gg l$ ; krátká cívka

$H \approx n$  - pole kruhové smyčky

$$H = \frac{nI}{D}$$

## 2. $l \gg D$ ; dlouhá tenká cívka

$$H = \frac{nI}{l} = zI$$

$n$  - počet závitů

$z$  - hustota závitů;  $[z] = \text{m}^{-1}$

Viz obr. na <http://home.czu.cz/sedlacek/vyukove-materialy/>

# Magnetická indukce

**Magnetická indukce:**

$$[B] = \text{T} = \text{Wb} \cdot \text{m}^{-2} \quad [\mu] = \text{H} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

**$\mu$  - permeabilita prostředí**

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ ;  $\mu_0$  - permeabilita vakua

**$\mu_r$  - relativní permeabilita**

základní charakteristika magnetika jako prostředí  
je projevem vnitřních magnetických momentů  
elektronového obalu a jádra atomu

**magnetické siločáry** - uzavřené křivky k nimž jsou  
vektory magnetické indukce ve všech bodech tečné



# Základní formy magnetismů

**Diamagnetismus:** bez přítomnosti vnějšího mg. pole je výsledný magnetický moment atomů diamagnetika nulový, diamagnetismus se objevuje jen v přítomnosti vnějšího mg. pole - po vložení látky do mg. pole vzniknou v látce dipóly, které jsou orientovány proti směru vnějšího mg. pole a tím dojde v látce k zeslabení mg. pole

$\mu_r$  je **mírně menší než 1** (uhlík, měď, voda)

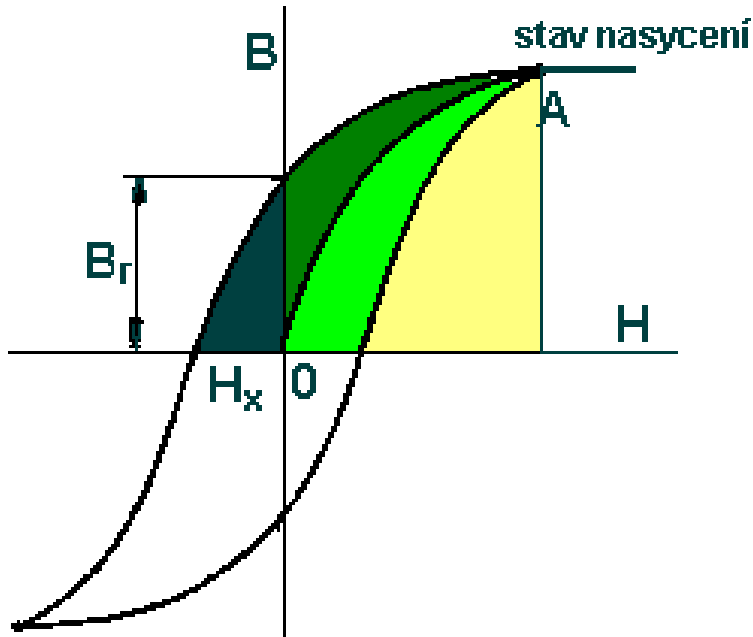
**Paramagnetismus:** bez přítomnosti vnějšího mg. pole je výsledný magnetický moment atomů paramagnetika nulový, paramagnetismus se objevuje jen v přítomnosti vnějšího mg. pole - po vložení látky do mg. pole vzniknou v látce dipóly, které jsou orientovány ve směru vnějšího mg. pole a tím dojde v látce k zesílení mg. pole

$\mu_r$  je **mírně větší než 1** (hliník, vápník, kyslík)

**Feromagnetismus:** působením vnějšího magnetického pole dojde k velkému zesílení mg. pole v látce v důsledku existence domén (celých oblastí se shodnou orientací mg. dipólů) – orientují se do směru pole

$\mu_r$  je **mnohem větší než 1**, závisí na předchozí magnetické historii látky (železo, nikl, kobalt)

# Feromagnetika



## Magnetická hysterese

$B_r$  - zbytkový magnetismus  
(magnetická remanence)

$H_x$  - koercitivní síla

plocha křivky  $\approx$  energii magnetizace

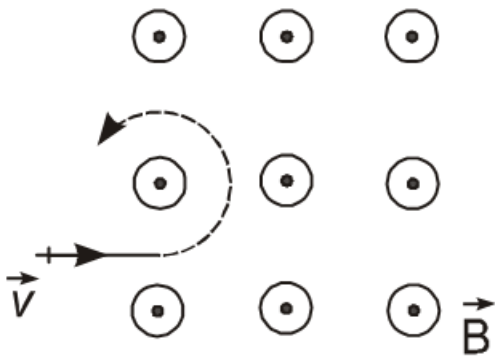
velká plocha hysteresní smyčky - velké  $B_r$  -

magneticky tvrdé materiály - permanentní magnety,

jejich opak - měkké magnetické materiály - trafo, motory

# Lorentzova síla

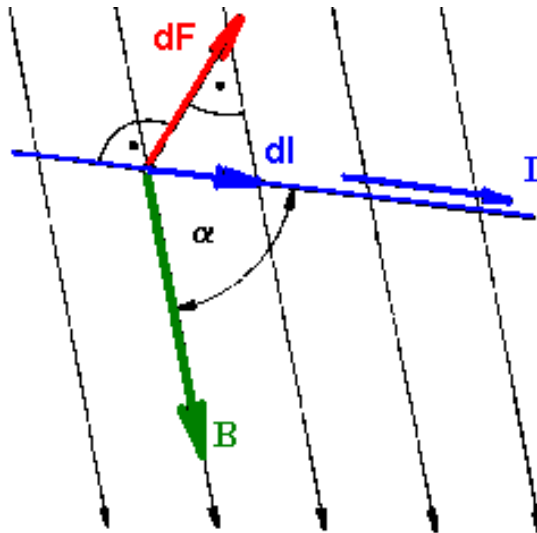
- magnetická síla působící na pohybující se elektricky nabitou částici v magnetickém poli
- platí pravidlo pravé ruky pro vektorový součin – potom tedy: magnetická síla je kolmá na rovinu vytvořenou vektory rychlosti a magnetické indukce
- viz obrázek – elektron v mg. poli



$$\vec{F} = Q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$|\vec{F}| = QvB \sin \alpha$$

# Ampéřova síla

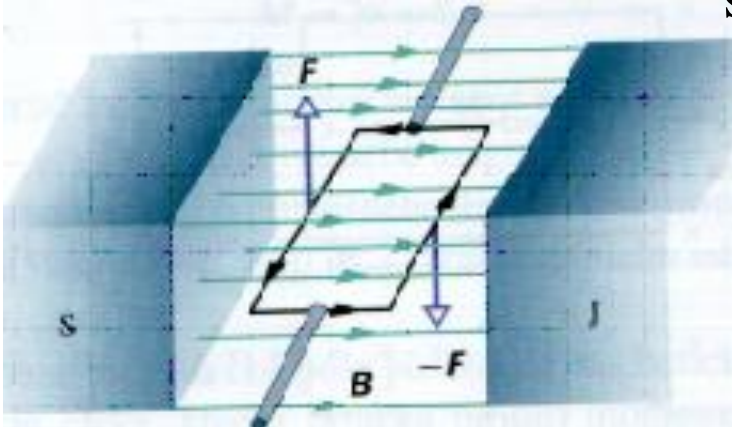


$$\vec{F} = I \int d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$|\vec{F}| = BIl \sin \alpha$$

- platí pravidlo pravé ruky pro vektorový součin – viz obrázek

**Moment síly** působící na obdélníkovou smyčku v magnetickém poli



$$M = a F = aBIl$$

$$M = BIS$$

# Síly mezi rovnoběžnými vodiči

Síla působící na vodič nacházející se v magnetickém poli vytvořeném druhým vodičem:

$$F_{21} = I_1 l B_2 = I_1 l \frac{\mu I_2}{2\pi r} = \frac{\mu I_1 I_2 l}{2\pi r}$$

## Definice jednotky elektrického proudu v SI

1 ampér je proud, který při stálém průtoku dvěma rovnoběžnými nekonečnými přímými vodiči zanedbatelného průřezu, vzdálenými od sebe 1 m vyvolá sílu  $2 \cdot 10^{-7}$  N na jeden metr délky vodičů.

# Magnetický indukční tok $\Phi$

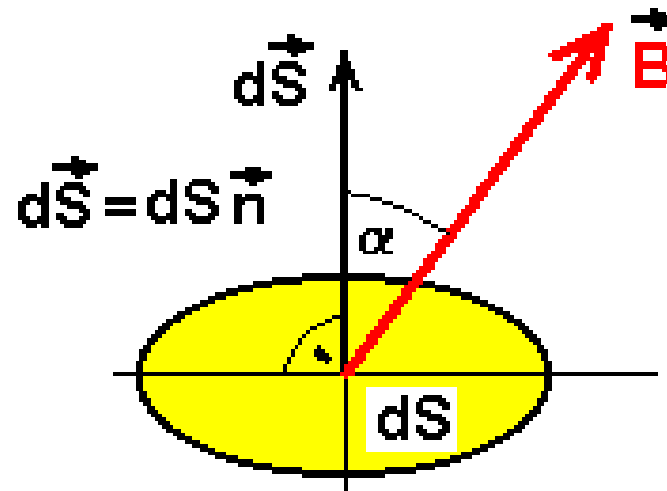
$\alpha$  - úhel mezi  $B$  a  $S$

$S$  - uzavřená plocha

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B dS \cos \alpha$$

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}$$

$$[\Phi] = \text{Wb} = \text{T} \cdot \text{m}^2$$



# Elektromagnetická indukce

*Vznik elektrického napětí ve vodiči umístěném v měnícím se magnetickém poli*

## Faradayův indukční zákon

pro elektromotorické napětí indukované na koncích vodiče  $E_{mn}$

$$E_{mn} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

## Lenzovo pravidlo (zákon)

*indukované elektrické napětí má takovou polaritu, aby elektrický proud jím vyvolaný bránil změně, která ho vyvolala*

# Elektromagnetická indukce

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \alpha$$

$$E_{mn} = -\frac{d\Phi}{dt} - \text{mění se mg. indukce nebo plocha nebo úhel}$$

## EMI pouze změnou magnetické indukce

### I. Úhel $\alpha$ a plocha $S$ jsou konstantní

$$E_{mn} = -S \cos \alpha \frac{dB}{dt} = -K \frac{di}{dt}$$

$$[K] = \text{H (Henry)}$$

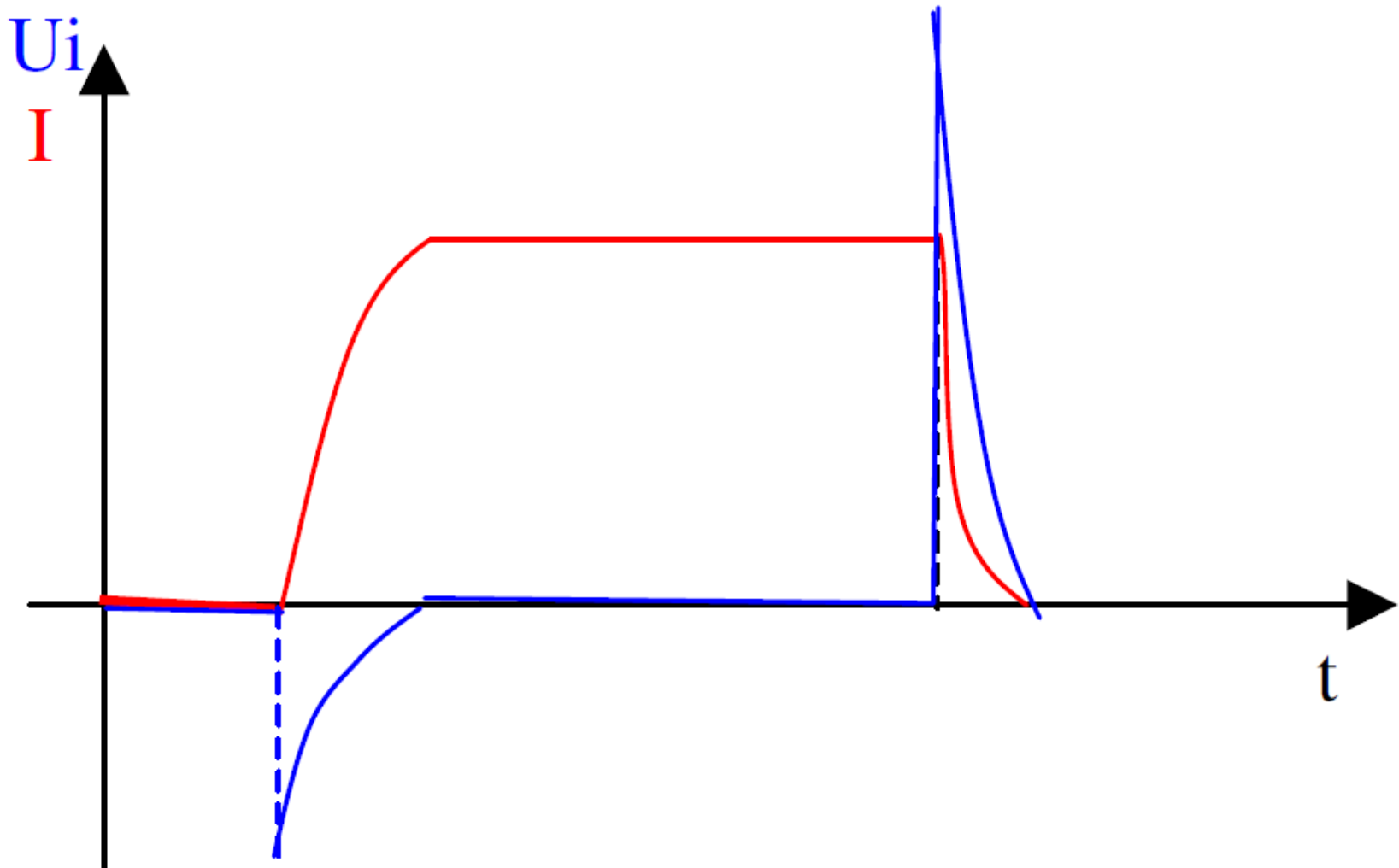
$i$  je okamžitá hodnota (budícího) proudu  
 $K$  je konstanta ( $S \cdot \cos \alpha$  - geometrický faktor vodičů)

$K = L$  (**vlastní indukčnost**) pro indukci napětí ve vodiči, který magnetické pole vytváří

$K = M$  (**vzájemná indukčnost**) pro indukci napětí v sousedních vodičích

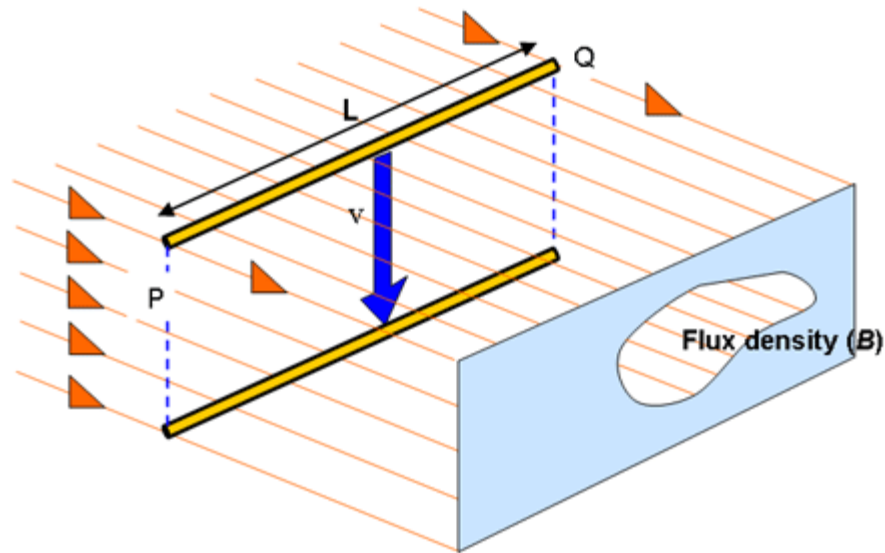


# Časový průběh proudu a indukovaného napětí v cívce při zapnutí a vypnutí stejnosměrného proudu



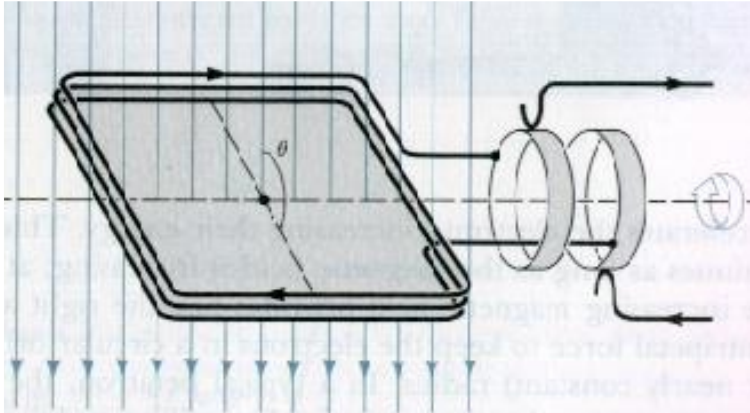
# EMI pouze změnou plochy

## II. Úhel $\alpha$ a mag. indukce $B$ jsou konstantní



$$E_{mn} = -B \frac{dS}{dt} = -Blv$$

# EMI pouze změnou úhlu $\alpha$



$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \alpha$$

$$E_{mn} = -BS \frac{d(\cos \alpha)}{dt}$$

$$E_{mn} = BS\omega \sin(\omega t)$$

## III. Plocha $S$ a mag. indukce $B$ jsou konstantní - výroba střídavého proudu

$$i = I_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$u = U_0 \sin(\omega t + \psi)$$

Amplituda, úhlová frekvence, fáze, fázový posun

+ příklad s konkrétními hodnotami

# Energie magnetického pole

(vodiče o samoindukci  $L$  při průtoku proudu  $I$ )

$$dA = -E_{mn} dQ = -E_{mn} i dt = L \frac{di}{dt} i dt = L i di$$

$$A = \int_0^I L i di = \frac{LI^2}{2}$$

# Střídavé proudy

(sinusové – harmonické)



# Základní charakteristiky

$$i = I_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$u = U_0 \sin(\omega t)$$

$i, u$  - okamžité hodnoty  $I$  a  $U$

$I_0, U_0$  - amplitudy

$\omega = 2\pi f$  - úhlová frekvence

$\varphi$  - fázový posun proudu vůči napětí;  
proud předbíhá napětí o  $\varphi$

# Efektivní hodnoty proudu a napětí

$$I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$
$$U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

Efektivní hodnota střídavého proudu je hodnota stejnosměrného proudu, který na ohmickém odporu vyvine za dobu jedné periody stejné množství tepla jako daný střídavý proud:

$$Q = RI_{ef}^2 T = R_0 \int_0^T i^2 dt$$

Pro sinusový střídavý proud:

$$RI_{ef}^2 T = RI_0^2 \int_0^T \sin^2(\omega t + \varphi) dt = RI_0^2 \int_0^T \frac{1 + \cos 2(\omega t + \varphi)}{2} dt =$$
$$= RI_0^2 \left[ \frac{t}{2} + \frac{\sin 2(\omega t + \varphi)}{4\omega} \right]_0^T = \frac{RI_0^2 T}{2}$$

# Výkon střídavého proudu

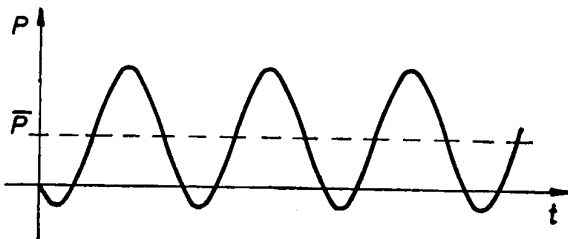
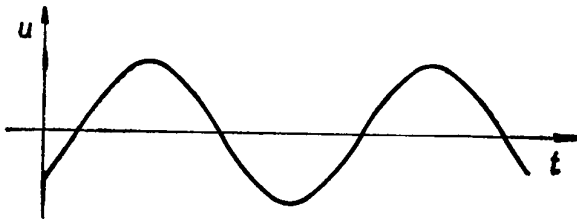
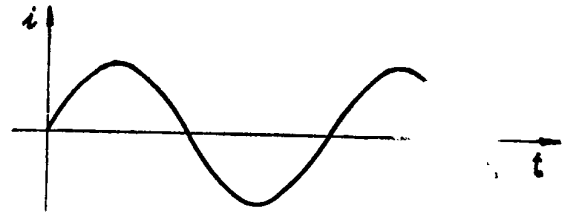
Okamžitý:

$$P = ui = \frac{U_0 I_0}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)]$$

Průměrný (efektivní):

$$\bar{P} = U_{ef} I_{ef} \cos \varphi$$

$\cos \varphi$  – účinník



Sít':  $U_0 = U_{ef} \cdot 2^{1/2} = 230.1,414 \text{ V} \approx 325 \text{ V}$



# Základní typy prvků elektrického obvodu

**$R$**  - ohmický (činný) odpor

**$L$**  - indukčnost

**$C$**  – kapacita

**Animace** – střídavý obvod

$$i = I_0 \sin(\omega t)$$

$$u_R = RI_0 \sin(\omega t) \quad \text{Smyčkové pravidlo (2. KZ):}$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = \omega LI_0 \cos(\omega t) = \omega LI_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$u_C = \int \frac{idt}{C} = -\frac{I_0}{\omega C} \cos(\omega t) = \frac{I_0}{\omega C} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

# Impedance

$$Z, [Z] = \Omega$$

$$Z_R = R \quad Z_L = \omega L \quad Z_C = 1/\omega C$$

jednoduché vztahy pro amplitudy a efektivní hodnoty napětí:

$$U_R = RI \quad U_L = \omega LI \quad U_C = I/(\omega C)$$

**výrazné rozdíly jsou ve fázi:**

**kapacita: napětí zpožděno vůči proudu o  $\pi/2$**

**indukčnost: napětí předbíhá proud o  $\pi/2$**

# Impedance jako komplexní číslo

volba směrů os pro různé typy impedance  
(odpovídají příslušným napětím pro čas 0):

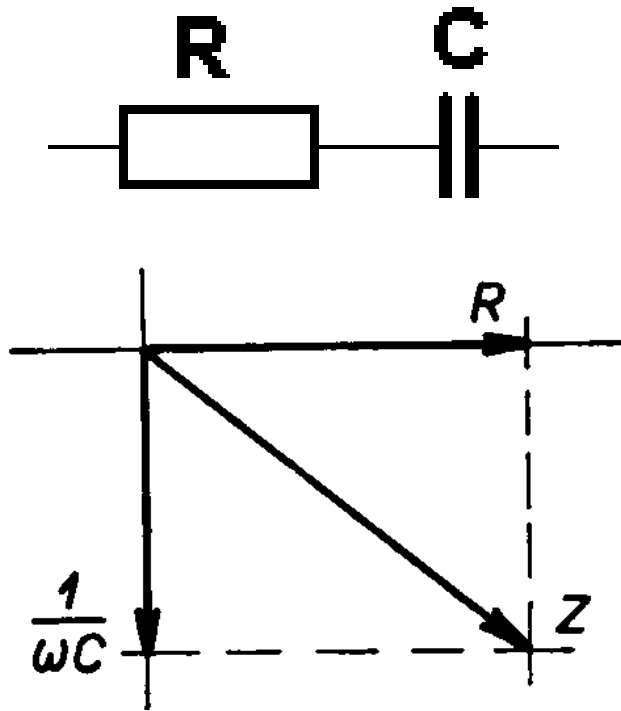
$R$  (reaktance) má obvyklý směr vodorovné osy,  
reálná složka impedance

$Z_L$  (induktance) má směr svislé osy, odpovídá  
imaginární složce

$Z_C$  (kapacitance) má směr opačný svislé osy,  
odpovídá záporně vzaté imaginární složce,

**Při práci s impedancemi postupujeme jako u ohmických odporů s tím, že používáme operace pro práci s komplexními čísly.**

# Příklad: sériový obvod RC



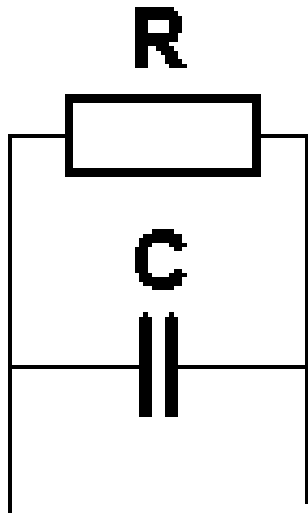
$$\hat{Z} = \hat{Z}_R + \hat{Z}_C = R - i \frac{1}{\omega C}$$

$$|\hat{Z}| = \sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}$$

$$\tan \varphi = -\frac{1}{\omega RC}$$

- sériový RLC obvod + viz obrázek

# Příklad: paralelní obvod RC



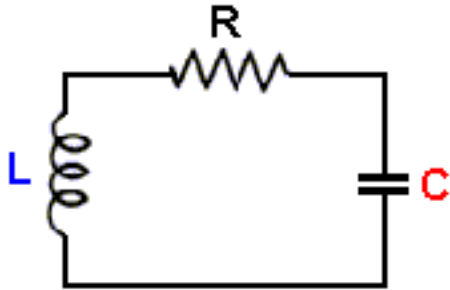
Odvodit:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\hat{Z}} &= \frac{1}{\hat{Z}_R} + \frac{1}{\hat{Z}_C} = \frac{1}{R} + \frac{1}{-\frac{i}{\omega C}} = \frac{1}{R} + i\omega C \\ \hat{Z} &= \frac{1}{\left(\frac{1}{R} + i\omega C\right)} = \frac{\left(\frac{1}{R} - i\omega C\right)}{\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2} = \\ &= \frac{R}{1 + R^2 \omega^2 C^2} - \frac{R^2 \omega C}{1 + R^2 \omega^2 C^2} i = Z_1 + iZ_2\end{aligned}$$

$$Z_1 = \frac{R}{1 + R^2 \omega^2 C^2}$$

$$Z_2 = -\frac{R^2 \omega C}{1 + R^2 \omega^2 C^2}$$

# Oscilační obvod



## Oscilující RLC obvod - animace:


Střídavé nabíjení a vybíjení kondenzátoru a indukční aktivity cívky:

$$iR + u_C + L \frac{di}{dt} = 0$$

(2. Kirchhoffův zákon: součet velikostí okamžitých napětí na prvcích obvodu musí být roven nule, neboť zde není zdroj napětí)

Zanedbáme dissipativní člen s ohmickým odporem

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} + L \frac{d^2q}{dt^2} = 0$$


$$L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$$

# Oscilační obvod

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{q}{CL} = 0$$

**Získaná rovnice pro oscilační obvod**

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

**Rovnice lineárního harmonického oscilátoru**

$$\omega_0^2 = \frac{1}{CL}$$

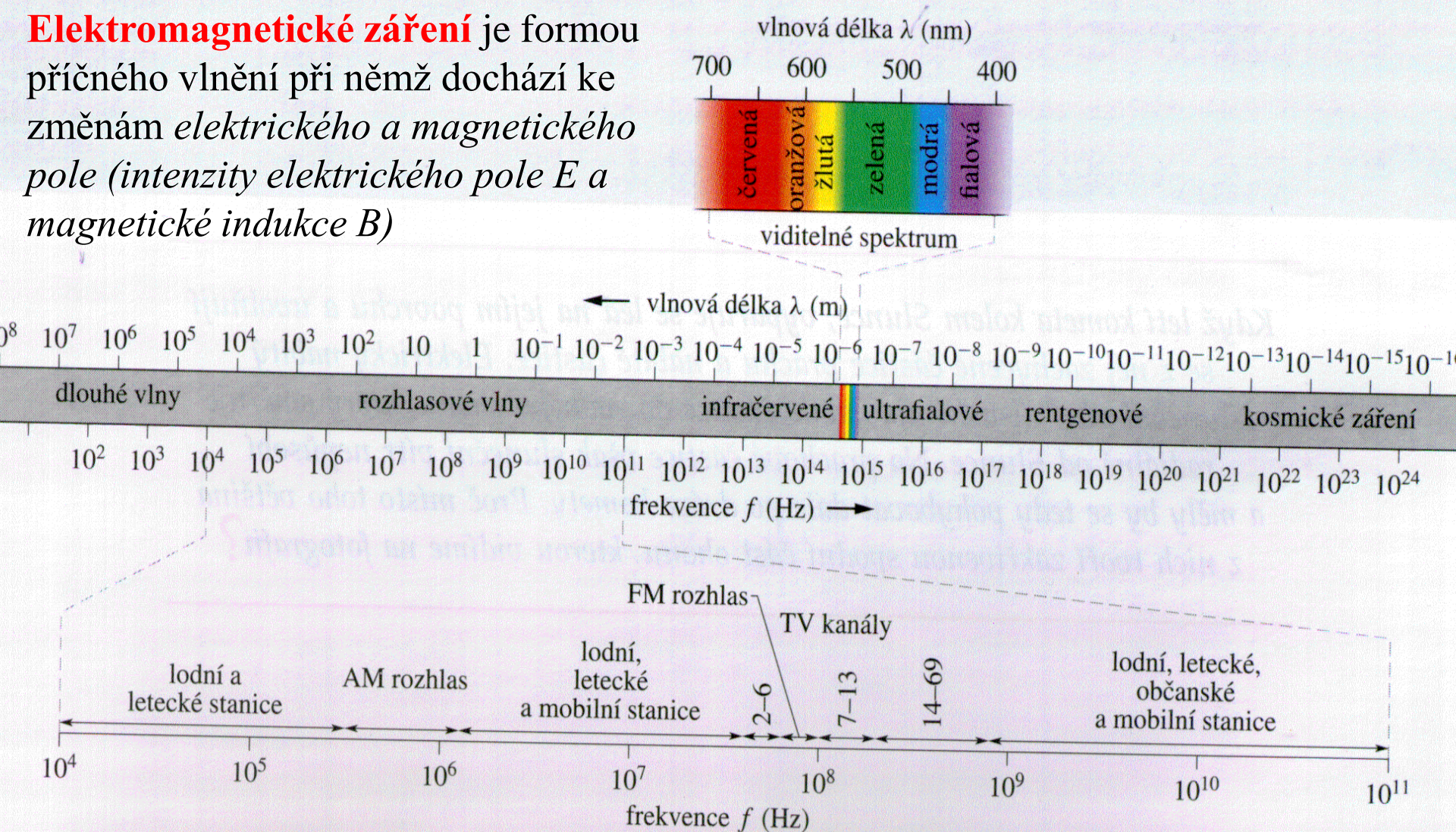
Porovnání

$$T = 2\pi\sqrt{CL}$$

**Thomsonův vzorec** pro vlastní kmity  
oscilačního obvodu  
- teoretický základ anténních obvodů

# Spektrum elektromagnetického vlnění - animace

**Elektromagnetické záření** je formou příčného vlnění při němž dochází ke změnám *elektrického a magnetického pole* (intenzity elektrického pole  $E$  a magnetické indukce  $B$ )





# Příklady

K procvičení látky je vhodné využít příklady uvedené v knize:

Roubík, V., Sedláček, J.: Fyzika v příkladech.  
ČZU v Praze 2012,  
Kapitoly 8, 9 a 10.