Úloha XII

Impedance

Úkol

a) *Měření parametrů reálného kondenzátoru*

1) Pro dvě různé velikosti (6 V a 12 V) napájecího napětí U změřte hodnoty napětí U_R a U_C pro jeden kondenzátor sériově zapojený s rezistorem známého odporu (rezistance) R.
2) Určete: impedanci Z_C kondenzátoru,
   ztrátový úhel δ ($\delta = \gamma - \pi/2$),
   ztrátový činitel tg δ,
   kapacitu C,
   sériový ztrátový odpor R_S.

b) *Měření parametrů reálné cívky*

1) Pro dvě různé velikosti (6 V a 12 V) napájecího napětí U změřte hodnoty napětí U_R a U_L pro obě cívky (s uzavřeným železným jádrem a bez jádra) sériově zapojené s rezistory známého odporu (rezistance) R.
2) Určete pro obě cívky: impedanci Z_L cívky ,
   ztrátový úhel δ ($\delta = \gamma - \pi/2$),
   činitel jakosti $Q = \text{tg}\ \varphi$,
   indukčnost L,
   sériový ztrátový odpor R_S.

Obecná část

K popisu dějů v obvodech střídavého proudu se používá symbolického vyjádření veličin pomocí komplexních čísel. Daná veličina je znázorněna vektorem, který je umístěn v Gaussově rovině komplexních čísel a nazývá se *fázor*. Označení fázorů se v tisku provádí nejčastěji tučným písmem. Absolutní hodnota fázoru se označuje standardním písmem. Pomocí fázorů je definován pojem *impedance* $\boldsymbol{Z}$ odpovídající elektrickému odporu $\boldsymbol{R}$ ve stejnosměrných obvodech

$$\boldsymbol{Z} = \frac{\boldsymbol{U}}{\boldsymbol{I}} \tag{1}$$

kde $\boldsymbol{U}$ je fázor napětí, $\boldsymbol{I}$ je fázor proudu. Při výpočtech jsou absolutní hodnoty těchto fázorů nahrazovány efektivními hodnotami napětí U a proudu I.

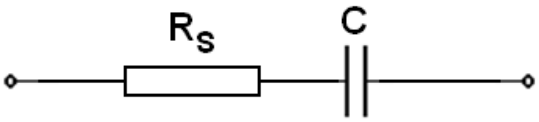
Zavedením pojmu impedance je možné určovat velikosti střídavých elektrických veličin a vzájemné fázové posuny jejich průběhů.

Pojmu impedance se využívá při řešení elektrických obvodů obsahující pasivní prvky (rezistory, kondenzátory a cívky) a aktivní prvky (diody, tranzistory a integrované obvody). Pro použité reálné prvky se často vytvářejí *náhradní schémata*, která respektují skutečné vlastnosti těchto prvků a prokazují jejich odlišnost od vlastností prvků ideálních, které jsou ve shodě s definicí.

Náhradní schéma *reálného kondenzátoru* (viz obr. 1) je v nejjednodušší podobě tvořeno *sériovým spojením ideálního kondenzátoru* o kapacitě C *a rezistoru* o odporu R_S, který představuje ztráty v dielektriku (sériový ztrátový odpor).

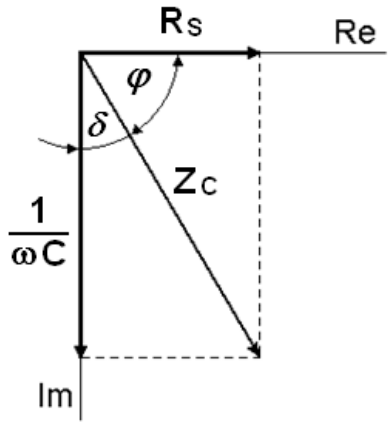
Pro toto náhradní schéma je impedance reálného kondenzátoru dána součtem impedancí jednotlivých komponent, a proto platí vztah

$$\boldsymbol{Z}_C = R_S + \frac{1}{\boldsymbol{j}\,\omega\, C} \qquad (2)$$



Obr. 1 Náhradní schéma reálného kondenzátoru

kde R_S je impedance rezistoru (odpor) a $\frac{1}{\boldsymbol{j}\,\omega\, C}$ je impedance ideálního kondenzátoru. Při zapojení ideálního kondenzátoru do obvodu střídavého proudu je napětí na kondenzátoru zpožděno za proudem o úhel $\varphi = \pi/2$. U reálného kondenzátoru je fázový posun φ mezi napětím a proudem vždy menší než $\pi/2$. *Odchylka fázového posunu* φ *od hodnoty* $\pi/2$ *se nazývá ztrátový úhel a značí se* δ. Hodnota tg δ je ztrátový činitel kondenzátoru.



Obr. 2 Fázorový diagram impedancí pro kondenzátor

Fázorový diagram impedance kondenzátoru popsané vztahem (2) je na obr. 2. Z obr. 2 lze odvodit tyto vztahy

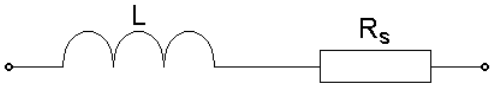
$$\sin\delta = \frac{R_S}{Z_C} \qquad (3)$$

$$\cos\delta = \frac{1}{\omega\, C Z_C} \qquad (4)$$

Náhradní schéma *reálné cívky* (viz obr. 3) je v nejjednodušší podobě tvořeno *sériovým spojením ideální cívky* o indukčnosti *L a rezistoru* o odporu R_S, který představuje odpor vinutí včetně hysterézních ztrát (sériový ztrátový odpor).

Pro toto náhradní schéma je impedance reálné cívky dána součtem impedancí jednotlivých komponent, a proto platí vztah

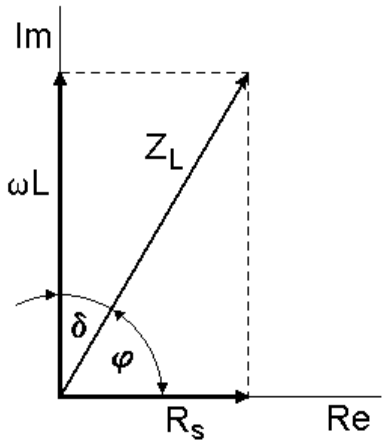
$$Z_L = R_S + \mathrm{j}\omega L\,, \qquad (5)$$



kde R_S je impedance rezistoru (odpor) a $\boldsymbol{j}\omega L$ je impedance ideální cívky.

Obr. 3 Náhradní schéma reálné cívky

Při zapojení ideální cívky o indukčnosti *L* do obvodu střídavého proudu, je proud tekoucí cívkou zpožděn
o úhel $\varphi = \pi/2$ za napětím na cívce. U reálné cívky, jejíž impedance je popsána vztahem (6), je fázový posun φ vždy menší než $\pi/2$. *Odchylka fázového posunu* φ *od hodnoty* $\pi/2$ *se nazývá ztrátový úhel a označuje se* δ. Hodnota $Q = \mathrm{tg}\varphi$ je činitel jakosti cívky.



Obr. 4 Fázorový diagram impedancí pro cívku

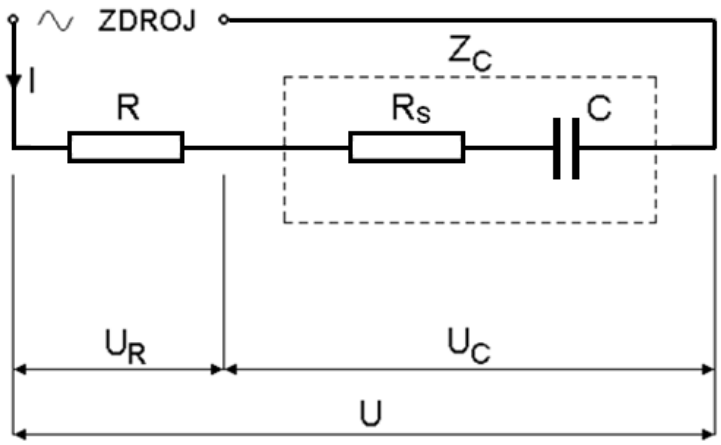
Fázorový diagram impedance cívky popsané vztahem (6) je na obr. 4 a podle něho platí tyto vztahy

$$\sin\ \delta = \frac{R_S}{Z_L} \tag{6}$$

$$\cos\ \delta = \frac{\omega L}{Z_L} \tag{7}$$

Metoda měření

a) *Měření reálného kondenzátoru* (viz obr. 5).



Obr. 5 Schéma zapojení pro měření kondenzátoru

Měření se uskutečňuje v obvodu, ve kterém je kondenzátor o impedanci Z_C zapojen do série s rezistorem o známém odporu R. Tento sériový obvod je napájen střídavým napětím sinusového průběhu o efektivní hodnotě U a protéká jím společný proud o efektivní hodnotě I.

V obvodu se měří celkové napětí U, napětí na rezistoru U_R a napětí na kondenzátoru U_C. Z těchto hodnot lze určit impedanci kondenzátoru Z_C. Pro měřená napětí platí rovnice

$$U_C = Z_C I \tag{8}$$

$$U_R = RI \tag{9}$$

Úpravou těchto rovnic vychází pro *absolutní hodnotu impedance* Z_C reálného kondenzátoru vztah

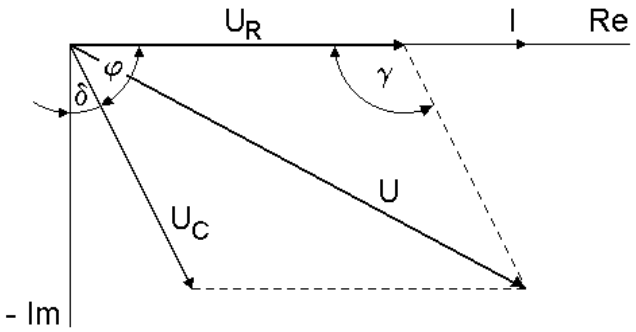
$$Z_C = R\frac{U_C}{U_R} \tag{10}$$

Ztrátový úhel δ a ztrátový činitel tgδ kondenzátoru lze odvodit z fázorového diagramu měřených napětí (viz obr.6). Při použití kosinové věty platí tyto vztahy

$$U^2 = U_R{}^2 + U_C{}^2 - 2U_R U_C \cos\gamma \tag{11}$$

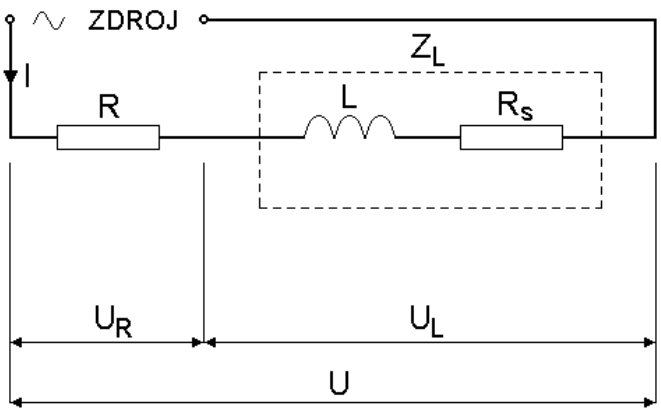
$$\delta = \gamma - \frac{\pi}{2} \tag{12}$$

Na základě vztahů (3) a (4) lze vypočítat hodnotu kapacity C a sériového ztrátového odporu R_S.



Obr. 6 Fázorový diagram napětí na reálném kondenzátoru

b) *Měření reálné cívky* (viz obr.7)



Obr. 7 Schéma zapojení pro měření cívky

Měření se uskutečňuje v obvodu, ve kterém je cívka o impedanci Z_L zapojena do série s rezistorem o známém odporu R. Tento sériový obvod je napájen střídavým napětím sinusového průběhu o efektivní hodnotě U a protéká jím společný proud o efektivní hodnotě I. V obvodu se měří celkové napětí U, napětí na rezistoru U_R a napětí na cívce U_L. Z těchto hodnot lze určit impedanci cívky Z_L.

Pro měřená napětí platí rovnice

$$U_L = Z_L I \tag{13}$$

$$U_R = RI \tag{14}$$

Úpravou těchto rovnic vychází pro *absolutní hodnotu impedance* Z_L reálné cívky vztah

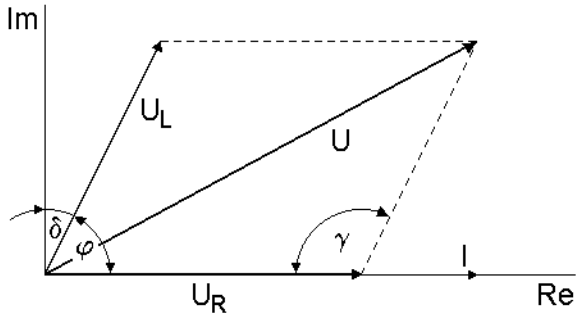
$$Z_L = R\frac{U_L}{U_R} \tag{15}$$

Ztrátový úhel δ a činitel jakosti $Q = tg\varphi$ cívky lze odvodit z fázorového diagramu měřených napětí (viz obr. 8). Při použití kosinové věty platí tyto vztahy

$$U^2 = U_R^{\,2} + U_L^{\,2} - 2U_R U_L \cos\gamma \tag{16}$$

$$\delta = \gamma - \frac{\pi}{2} \tag{17}$$

$$\varphi = \pi - \gamma \tag{18}$$



Obr. 8 Fázorový diagram napětí na reálné cívce

Na základě vztahů (7) a (8) lze vypočítat hodnoty indukčnosti L a sériového ztrátového odporu R_S.

Návod k měření a zpracování

a) ***Postup práce*** při měření *reálného kondenzátoru* (viz obr. 5):

1) Při měření využijte měřicího přípravku, který obsahuje měřený kondenzátor a realizuje měřicí obvod podle obr. 5. Měřicí přípravek připojte ke zdroji střídavého napětí. Napětí zdroje volte podle údaje uvedeného u měřicího přípravku.

2) V obvodu změřte voltmetrem postupně celkové napětí U, napětí na rezistoru U_R a napětí na kondenzátoru U_C. Vypočtěte impedanci kondenzátoru Z_C podle vztahu (10).

3) Vypočtěte ztrátový úhel δ a ztrátový činitel tgδ reálného kondenzátoru. Využijte fázorového diagramu měřených napětí (obr. 6) a vztahů (11) a (12).

4) Pomocí vztahů (3) a (4) vypočtěte hodnoty kapacity C a sériového ztrátového odporu R_S.

5) Naměřené hodnoty zpracujte pomocí počítačové šablony.

b) ***Postup práce*** při měření *reálné cívky* (viz obr. 7):

1) Při měření využijte měřicího přípravku, který obsahuje měřenou cívku a realizuje měřicí obvod podle obr.7. Měřicí přípravek připojte ke zdroji střídavého napětí. Napětí zdroje volte podle údaje uvedeného u měřicího přípravku.

2) V obvodu změřte postupně celkové napětí U, napětí na rezistoru U_R a napětí na cívce U_L. Vypočtěte impedanci cívky Z_L podle vztahu (15).

3) Vypočtěte ztrátový úhel δ a činitel jakosti Q = tgφ reálné cívky**.** Využijte fázorového diagramu měřených napětí (obr. 8) a vztahů (16), (17) a (18).

4) Pomocí vztahů (6) a (7) vypočtěte hodnoty indukčnosti L a sériového ztrátového odporu R_S.

5) Naměřené hodnoty zpracujte pomocí počítačové šablony.

Poznámka:
Z hlediska názornosti volte při výpočtu velikosti úhlů stupňovou míru.

Zhodnocení přesnosti výsledků
Výpočet chyb měření v této úloze neprovádějte.

Pracovní list pro záznam naměřených hodnot

1) Měření kondenzátoru

Do tabulky zadávejte napětí s přesností 0,01 V.

*****	U (V)	U_C (V)	U_R (V)	R (Ω)
Napájecí napětí 6 V				
Napájecí napětí 12 V				

2) Měření cívky

Do tabulky zadávejte napětí s přesností 0,01 V.

**********		U (V)	U_L (V)	U_R (V)	R (Ω)
Cívka bez jádra	Napájecí napětí 6 V				
	Napájecí napětí 12 V				
Cívka s jádrem	Napájecí napětí 6 V				
	Napájecí napětí 12 V				

ÚLOHA č.	
Jméno	
Datum	Podpis učitele