Hydraulické modelování

2025_2026

Fyzika → **Mechanika** → **Mechanika tekutin**

- je teoretickým základem hydrauliky

HYDRAULIKA

součást technické mechaniky, studuje zákony klidu a proudění kapalin, speciálně vody povrchové i podzemní

spolu s **hydrologií** – která je naukou o výskytu a koloběhu vody v přírodě, tvoří teoretický základ pro **vodní stavitelství** a **vodní hospodářství**

dělí se na:

- **hydrostatiku** - vyšetřuje mechanické chování kapaliny v klidu (určení zatížení konstrukcí kapalinou pro jejich dimenzování)
- **hydrodynamiku** - zákonitosti pohybu kapalin (vody) a jejich působením na tuhá tělesa

Jakákoliv charakteristika systému se nazývá vlastnost

Intenzivní vlastnosti – jsou nezávislé na hmotnosti systému (teplota, tlak, měrná hmotnost)
Extenzivní vlastnosti – jsou závislé na velikosti systému (celková hmotnost, celkový objem…)

Základní fyzikální jednotky a veličiny

a) základní jedn. soustavy SI (kg, m, s, A, K, mol, cd)

b) doplňkové jednotky (rad, sr)

c) odvozené jednotky SI (N …. $kg.m.s^{-2}$, J … N.m, W … $J.s^{-1}$)

d) násobné (mili, mikro, nano, piko …. kilo, mega, giga, tera)

e) vedlejší (min, hod, litr, tuna, hektar)

Násobné jednotky

Jméno	Symbol	Faktor	Číselné vyjádření
peta	P	10^{15}	1 000 000 000 000 000
tera	T	10^{12}	1 000 000 000 000
giga	G	10^{9}	1 000 000 000
mega	M	10^{6}	1 000 000
kilo	K	10^{3}	1 000
milli	m	10^{-3}	0. 001
micro	m	10^{-6}	0. 000 001
nano	n	10^{-9}	0. 000 000 001
piko	p	10^{-12}	0. 000 000 000 001
femto	f	10^{-15}	0. 000 000 000 000 001
atto	a	10^{-18}	0.000 000 000 000 000 001

Fyzikální veličiny a jednotky

Mezinárodní značení jednotek	Základní jednotky (soustava SI)
hmotnost (M)	kilogram (kg)
délka (L)	metr (m)
čas (T)	sekundy (s)
teplota (θ)	kelvin (K)

Mezinárodní značení jednotek	Odvozené jednotky (SI)
dráha - l (L)	m
plocha - S (L^2)	m^2
objem - V (L^3)	m^3
rychlost - v ($L\,T^{-1}$)	$m\,s^{-1}$
zrychlení - a ($L\,T^{-2}$)	$m\,s^{-2}$
hustota- ρ ($M\,L^{-3}$)	$kg\,m^{-3}$

ODVOZENÉ JEDNOTKY SE SPECIÁLNÍMI NÁZVY

veličina	jednotka	symbol	odvozené jednotky
Síla [F]	**Newton**	**N**	**$kg\ m\ s^{-2}$**
Práce, energie[E]	Joule	J	$N\ m$
Výkon [P]	Watt	W	$J\ s^{-1}$
Tlak [p]	**Pascal**	**Pa**	**$N\ m^{-2}$**

TUHÉ TĚLESO x TEKUTINA

TEKUTINY

téměř nevzdorují tečným (smykovým) napětím

soudržnost mezi sousedními částicemi malá, velmi pohyblivé, nemají vlastní tvar

TEKUTINY : - **KAPALINY**

\ **VZDUŠINY (PLYNY + PÁRY)**

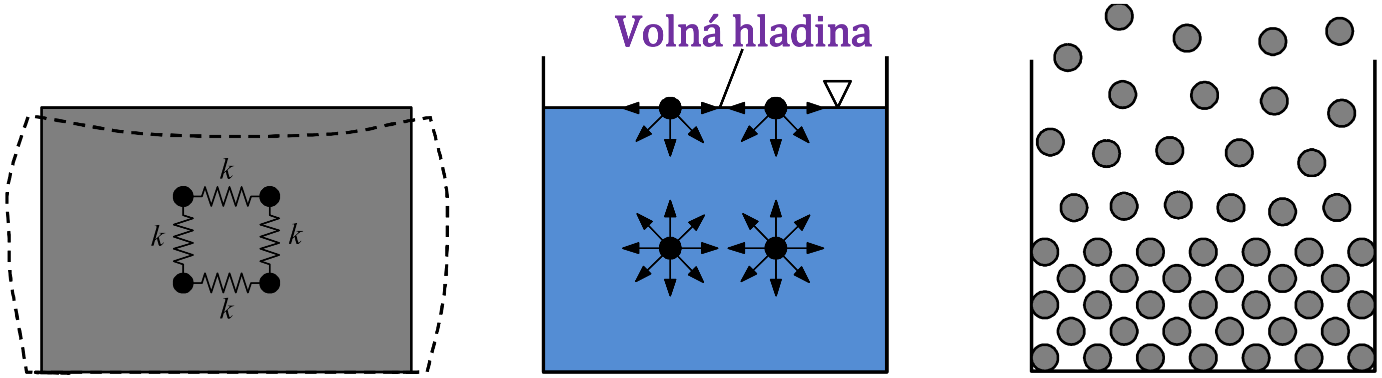
KAPALINY

- vyplňují spojitě otevřenou nádobu (kontinuum); mohou tvořit kapky
- nemění samovolně svůj objem- na rozdíl od vzdušin
- mění jen nepatrně svůj objem se změnami tlaku a teploty,
- vytváří volnou hladinu, ohraničené paprsky, blány a kapky-

VZDUŠINY

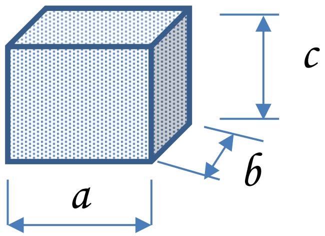
- velmi malá soudržnost částic s velkou pohyblivostí $\rightarrow$ snaží se vyplnit co největší objem silně stlačitelné
- objem podstatně závisí na tlaku a teplotě

SROVNÁNÍ: PEVNÉ TĚLESO – KAPALINA - VZDUŠINA



(a) pevné (b) kapalina (c) vzdušiny

molekula kapaliny - velmi malá **(1,4 . 10^7 molekul v 1 μm^3)**
částice - velmi malý objem zaplněný množstvím molekul, který je viditelný



a=b=c= 1 mm

$3x10^{10}$ molekul - vzduchu

$3x10^{16}$ molekul - vody

SÍLY PŮSOBÍCÍ NA TEKUTINU

a) **vnitřní** **(molekul. úroveň) –** vzájemné působení jednotlivých částic (el.magnet. jevy, tepel. pohyb molekul) – na hladině se projevují povrchové napětí

v hydraulice se **neuvažují**, neboť hmotnému elementu lze přisoudit rozměr o několik řádů větší než je rozměr molekuly vody

!!!Výjimka - jevy spojené s povrchovým napětím a **kapilaritou**

b) **vnější :**

b1) hmotnostní **(**setrvačné, odstředivé, tíha, hybn. síla**)**

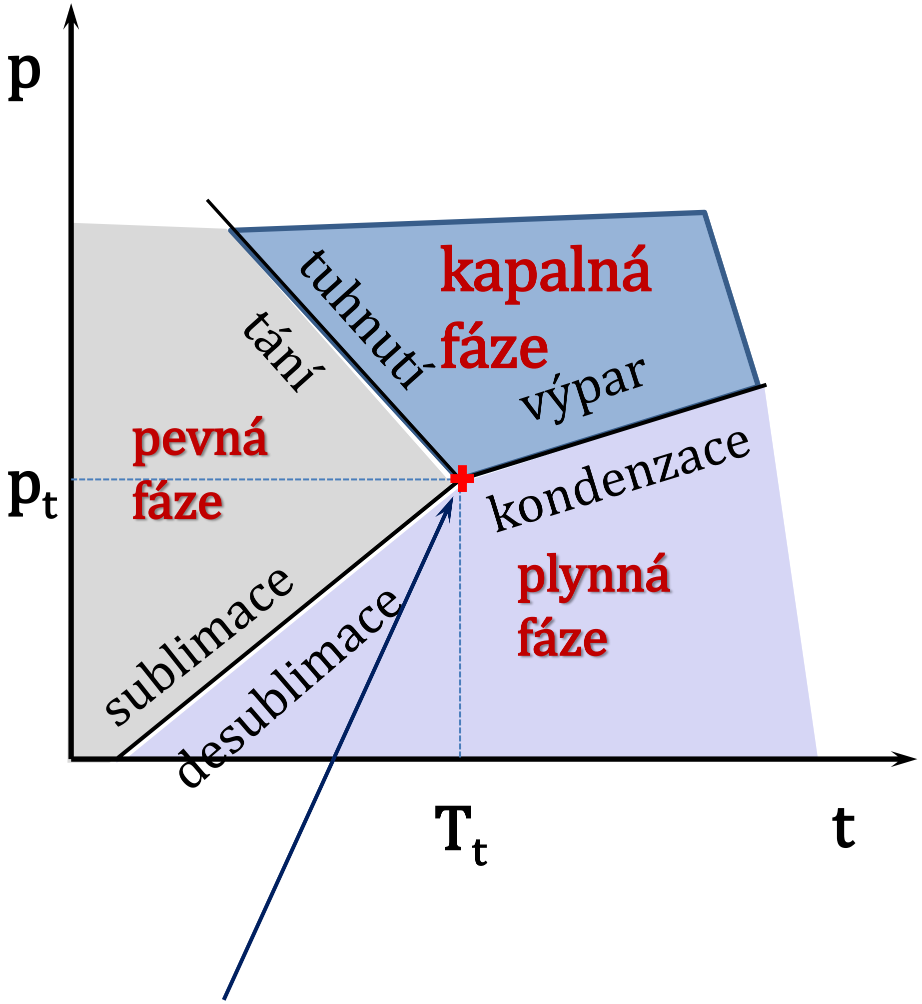
$$F_o = m.a \quad (\text{Gravitační } G = m.g)$$

b2) plošné **(** tlakové, tečné, kapilární**)**

$$F_p = \sigma.S \quad (\text{Tlaková } F_{TL} = p.S)$$

Síla je vektor ⟶ (velikost, směr a působiště)

SKUPENSTVÍ KAPALIN



3 skupenství – pevné
kapalné
plynné

Přechod fází:

pevná → kapalná ..tání
kapalná → pevná .. tuhnutí
pevná → plynná .. sublimace
plynná → pevná .. desublimace
kapalná → plynná .. výpar
plynná → kapalná .. kondenzace

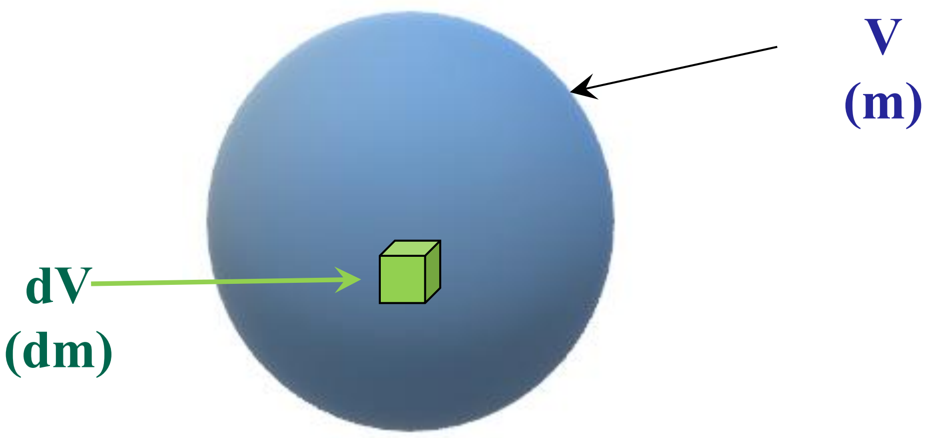
„Trojný bod" pro vodu: $T_t = 0{,}01\ °C$; $p_t = 612\ Pa$

FYZIKÁLNÍ VLASTNOSTI KAPALIN

A. **měrná hmotnost** (hustota)
B. **měrný objem**
C. **měrná tíha**
D. **stlačitelnost**
E. **tepelná roztažnost**
F. **vazkost kapalin**
G. **kapilarita**

A. Měrná hmotnost (hustota)

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$



průměrná hodnota

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad [kg.m^{-3}]$$

Měrná hmotnost vody se mění s:

a) obsahem rozp. minerálů
b) teplotou

Při výpočtech počítáme s $\rho = 1000\ kg.m^{-3}$

Voda

Teplota (°C)	m. hmotnost (kg/m^3)
0	999.87
+4 (3.98)	**1000**
+10	999.73
+20	998.23
+100	958.4

Zvyšováním teploty mezi **0 °C až 3,98 °C** - objem vody zmenšuje (**měrná hmotnost se zvětšuje**).
Při zvyšování teploty nad 4°C se objem vody zvětšuje a měrná hmotnost zmenšuje

B. Měrný objem

$$\upsilon = \frac{1}{\varrho} = \frac{V}{m}$$

[m^3.kg $^{-1}$]

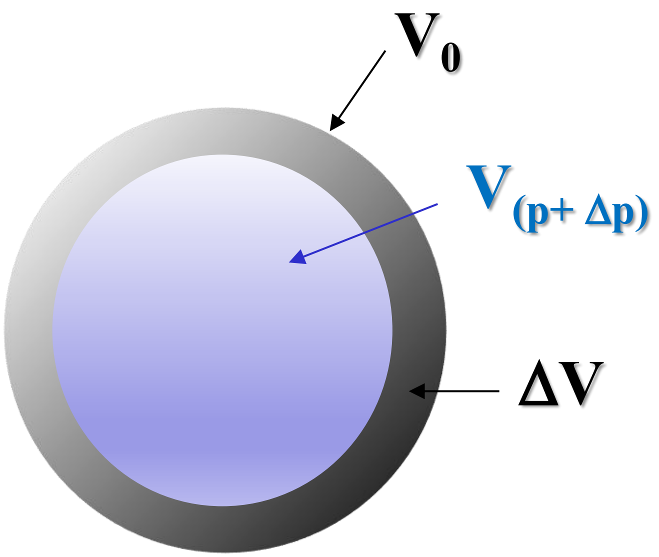
C. Měrná tíha

$$\gamma = \frac{G}{V} = \frac{m \cdot g}{V} = \rho \cdot g$$

[N.m $^{-3}$]

D. Stlačitelnost – změna objemu kapaliny vlivem tlakových změn

Objemová stlačitelnost je poměr relativního zmenšení objemu (ΔV/V$_0$) k přírůstku tlaku, který toto zmenšení objemu způsobí



$$\beta_s = -\frac{1}{V_0} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta p}$$

$$\boxed{-\Delta V = \beta_s . V_0 . \Delta p}$$

$$V = V_0 - \Delta V$$

$$V = V_0 + \beta_s . V_0 . \Delta p$$

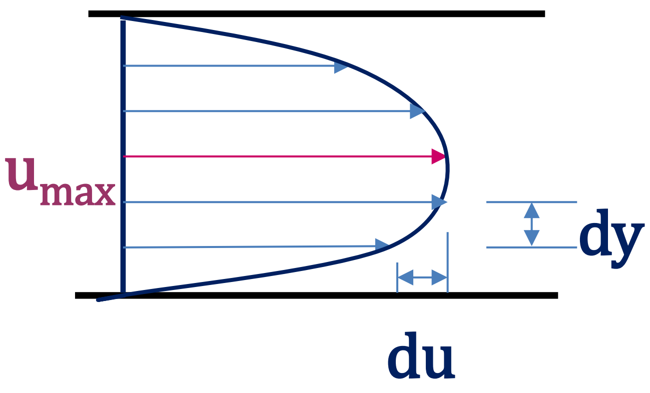
β_s – součinitel tlakové stlačitelnosti $[Pa^{-1}]$

$$V = V_0 \, (1 + \beta_s . \Delta p)$$

E. Tepelná roztažnost -změna objemu kapaliny vlivem tepelných změn

$$V = V_0(1 + \beta \Delta T) \qquad \beta = \frac{\Delta V}{V_0 \cdot \Delta T} \qquad [K^{-1}]$$

F. Vazkost kapalin



Síla vnitř. tření (T) :

- nezávisí na tlaku p v kapalině
- je úměrná ploše S
- závisí na druhu kapaliny

- závisí na rychlostním spádu mezi dvěma vrstvami kapaliny **(du/dy)**

$$T = -\mu \,.\, S \,.\, (du/dy) \quad \Rightarrow \quad \tau = \mu \,.\, (du/dy)$$

dynamická viskozita μ [Pa.s]

kinematická viskozita $\nu = \mu/\rho$ $[m^2.s^{-1}]$

G. Kapilarita

povrchové napětí (**kapilarita)** na rozhraní s jinou látkou - odlišné vlastnosti než uvnitř objemu

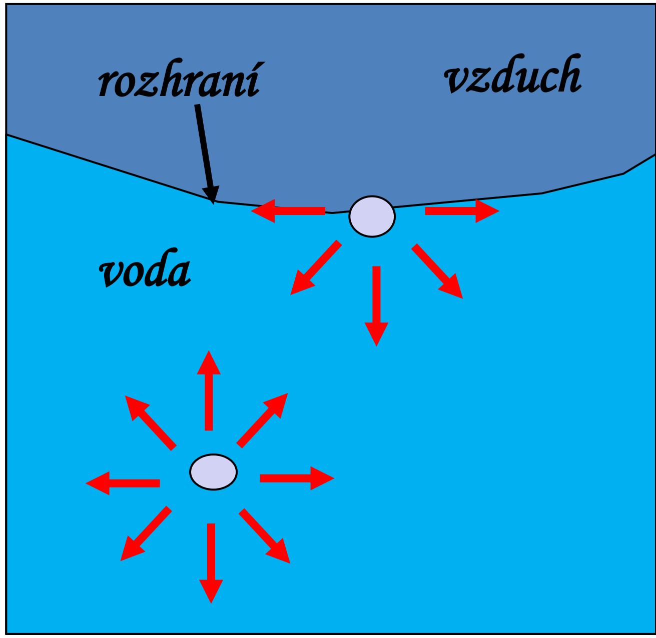
$$\sigma = \frac{dF}{dl}$$ (N.m $^{-1}$) **dF** - elementární kohezní síla (**koheze =** působení pritažlivých sil mezi molekulami látek soudržnost látek**),**

σ = f(druh kapaliny, plynu, T°)

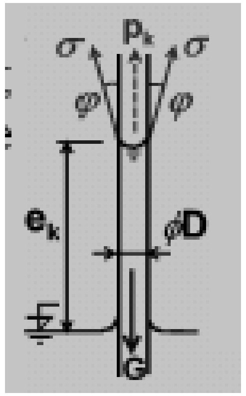
povrchové napětí + adheze (přitažlivé síly mezi povrchovými molekulami vzájemná přilnavost různých látek):

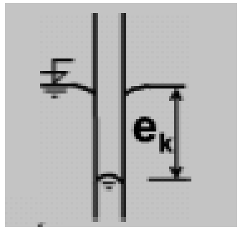
- **kapilární elevace** a vydutý meniskus u lpících kapalin
- **kapilární deprese** a vypuklý meniskus u nelpící kapalin

čistá voda ϕ~0 meniskus je polokoule



$$e_k = \frac{4\sigma\cos\varphi}{\rho g D}$$

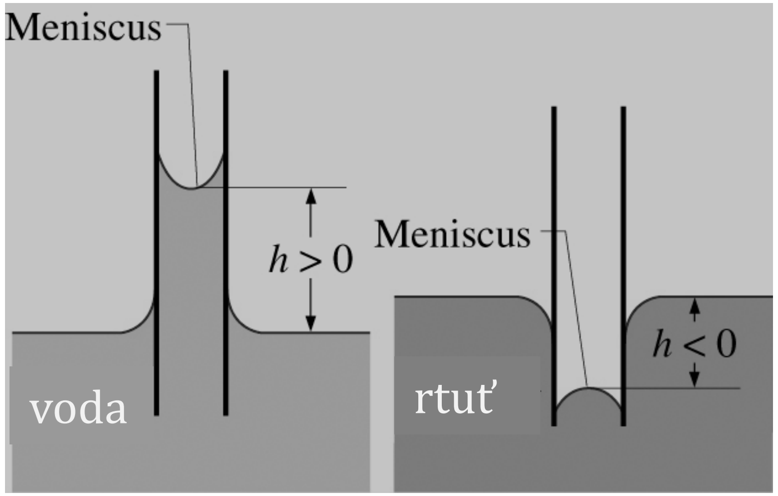


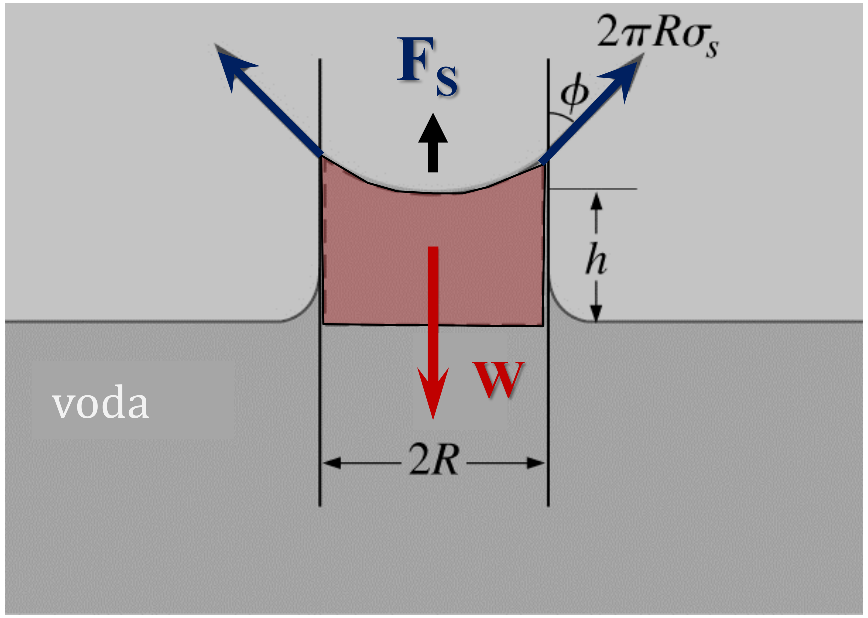


$$\sigma = \frac{dF}{dl}$$

pro vodu 20°C na styku se vzduchem σ = 0,0755 Nm^{-1}

ROVNOVÁHA: SÍLY POVRCHOVÉHO NAPĚTÍ A GRAVITAČNÍ SÍLY





$$\mathbf{F_S} = \mathbf{W}$$

$$2\pi R\sigma \cos\varphi \;=\; \pi R^2 h\, \gamma$$

$$F_S = 2\pi\, R\, \sigma \cos\phi$$

$$W = \pi\, R^2 h\, \rho\, g = \pi\, R^2 h\, \gamma$$

$$2\pi\, R\, \sigma \cos\phi = \pi\, R^2 h\, \gamma$$

$$\boxed{h = \frac{2\sigma\cos\phi}{\gamma\, R}}$$

σ - povrchové napětí

ϕ - smáčecí úhel

γ - specifická tíže kapaliny

R - poloměr trubice

TLAK

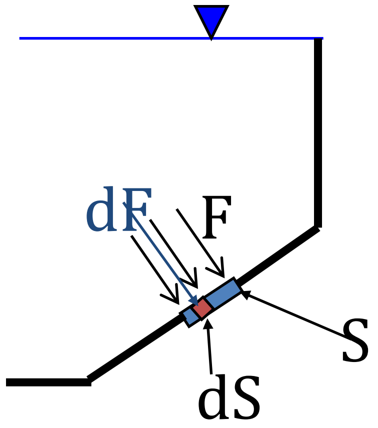
Tlak – v klidu jen normálové napětí

tlak: .... $p = dF/dS$

síla; → F (N)
plocha; S (m^2)

$P = F/S$ (N/m^2) = (Pa)

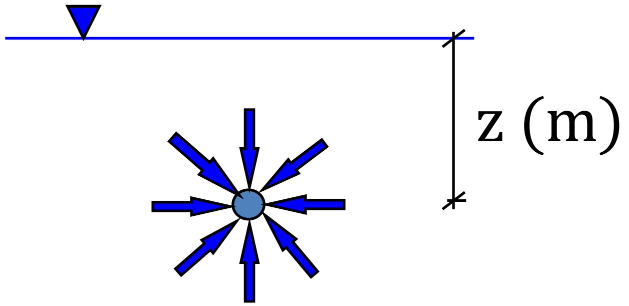
1 bar = 10^5 N/m^2 = 1 atmosféra

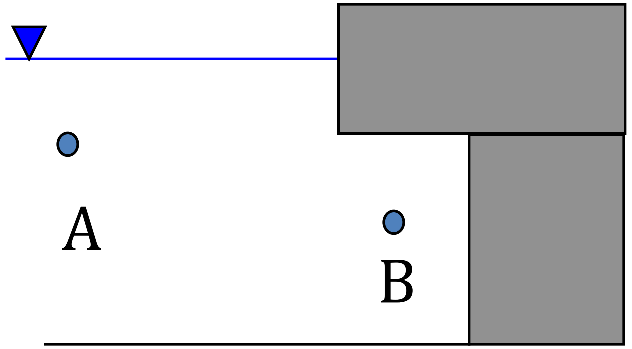


Tlaková síla

$$dF = p.dS \Rightarrow F = \int_S dF = \int_S p.dS$$

VLASTNOSTI TLAKU

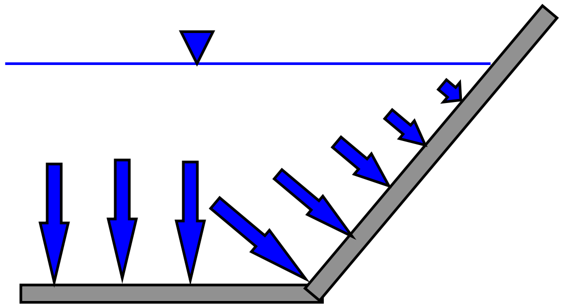


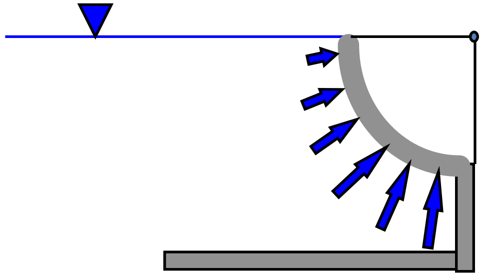


1. Tlak je stejný ve všech směrech

$p = \rho g z$

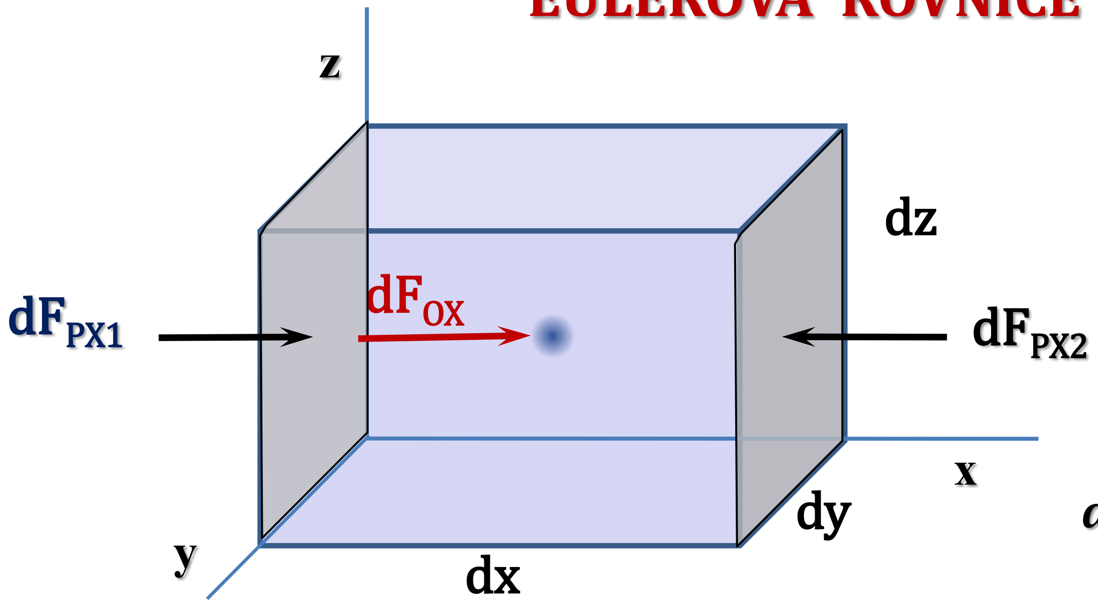
2. Tlak závisí na poloze





3. Tlak působí vždy kolmo na tlačenou plochu.

EULEROVA ROVNICE HYDROSTATIKY



$$F_{PX1} - F_{PX2} + F_{OX} = 0$$

$$dF_{PX1} = p\ dy\ dz \qquad dF_{PX2} = (p + dp)\ dy.dz$$

$$dF_{OX} = a_x\ dm = a_x\ \rho\ dx\ dy\ dz$$

$$dF_{PX1} = p\ dy\ dz \qquad dF_{PX2} = \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx\right) dydz$$

Rovnováha sil ve směru osy x:

$$\cancel{p\ dy\ dz} - \left(\cancel{p} + \boxed{\frac{\partial p}{\partial x}} \cancel{dx}\right) \cancel{dydz} + \boxed{\rho\ a_x\ \cancel{dx\ dy\ dz} = 0}$$

po úpravě dostáváme ve směru x:

$$\rho\ a_x = \frac{\partial p}{\partial x} \qquad \rightarrow \qquad a_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

EULEROVA ROVNICE HYDROSTATIKY

Pro směry x, y, z

$$\rho\, a_x = \frac{\partial\, p}{\partial\, x} \qquad \rho\, a_y = \frac{\partial\, p}{\partial\, y} \qquad \rho\, a_z = \frac{\partial\, p}{\partial\, z}$$

Systém tří Eulerových rovnic hydrostatiky

$$dp = \rho(a_x\, dx + a_y\, dy + a_z\, dz) = \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right) dx + \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right) dy + \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right) dz$$

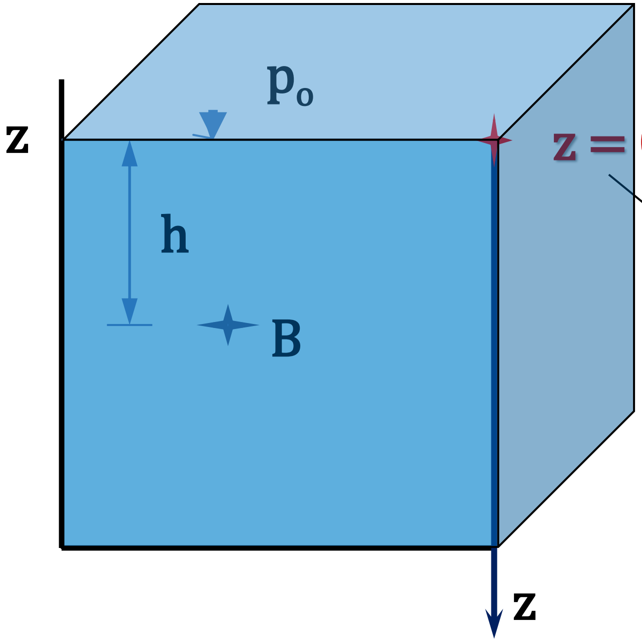
ROVŇOVÁ (HLADINOVÁ) PLOCHA

rovnice hladinové plochy $\qquad p_s = \text{konst.} \Rightarrow dp = 0$

- geometrické místo bodů stejných tlaků
- **kolmá k vektoru výsl. zrychlení** působícího na kapalinu

při $a = g$ $\qquad \rightarrow \qquad$ **vodorovné roviny**

HYDROSTATIKA řeší: - tlakové funce
- hydrostatické síly



$z = 0$ $p = p_o$ hmotnostní síly ($a_x = a_y = 0$) $\rho\, a_z = \dfrac{\partial p}{\partial z}$

- Síla tíže $a_z = g$ $\rho\, g = \dfrac{\partial p}{\partial z}$

$dp = \rho\, g\, dz$

pro ρ = konst. a g = konst.

$$\int dp = \int \rho\, g\, dz$$

tj. $p = \rho\, g\, z + C$ - (integrační konstantu určíme z podmínky na hladině) $z = 0$ ... $p = p_o$)

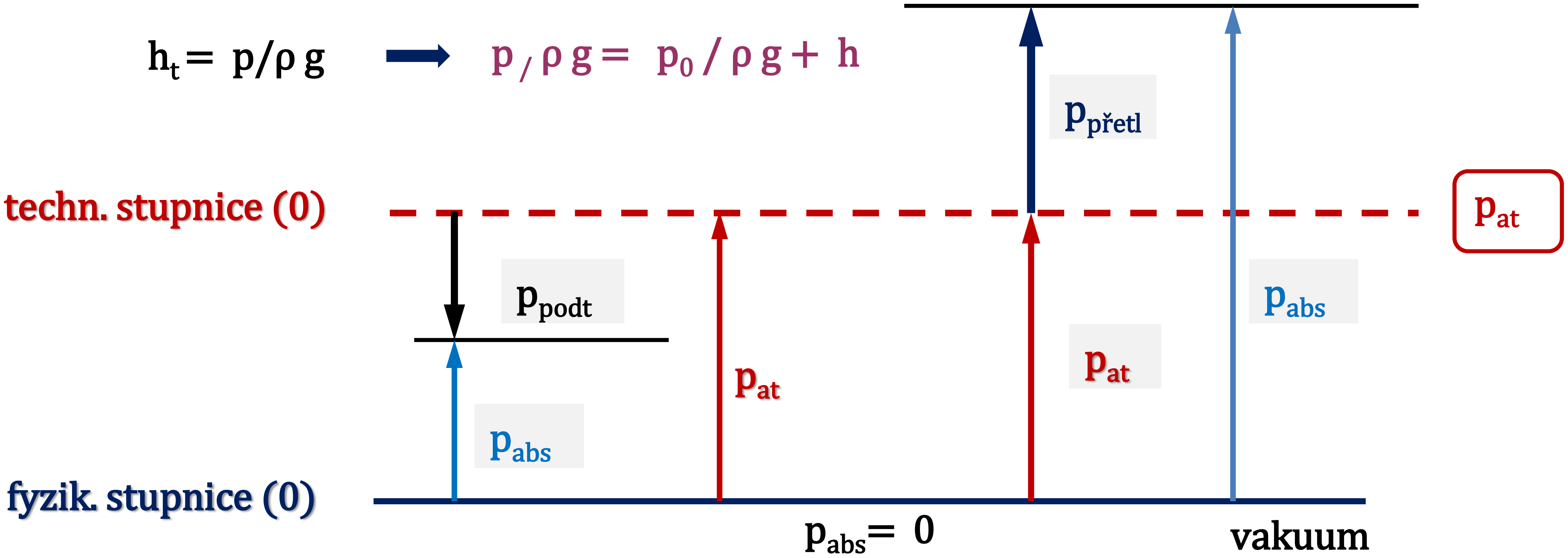
$C = p_o$ ⟶ tj. $\boxed{p = p_0 + \rho\, g\, h}$

!!! tlak v libovolném bodě kapaliny se rovná součtu vnějšího tlaku působícího na hladinu a tlaku hydrostatického

TLAKOVÁ VÝŠKA

- je ekvivalentní výška sloupce kapaliny, která má stejný účinek jako daný tlak
– rovnici pro tlak prodělíme γ

$$h_t = p/\rho g \;\longrightarrow\; p/\rho g = p_0/\rho g + h$$



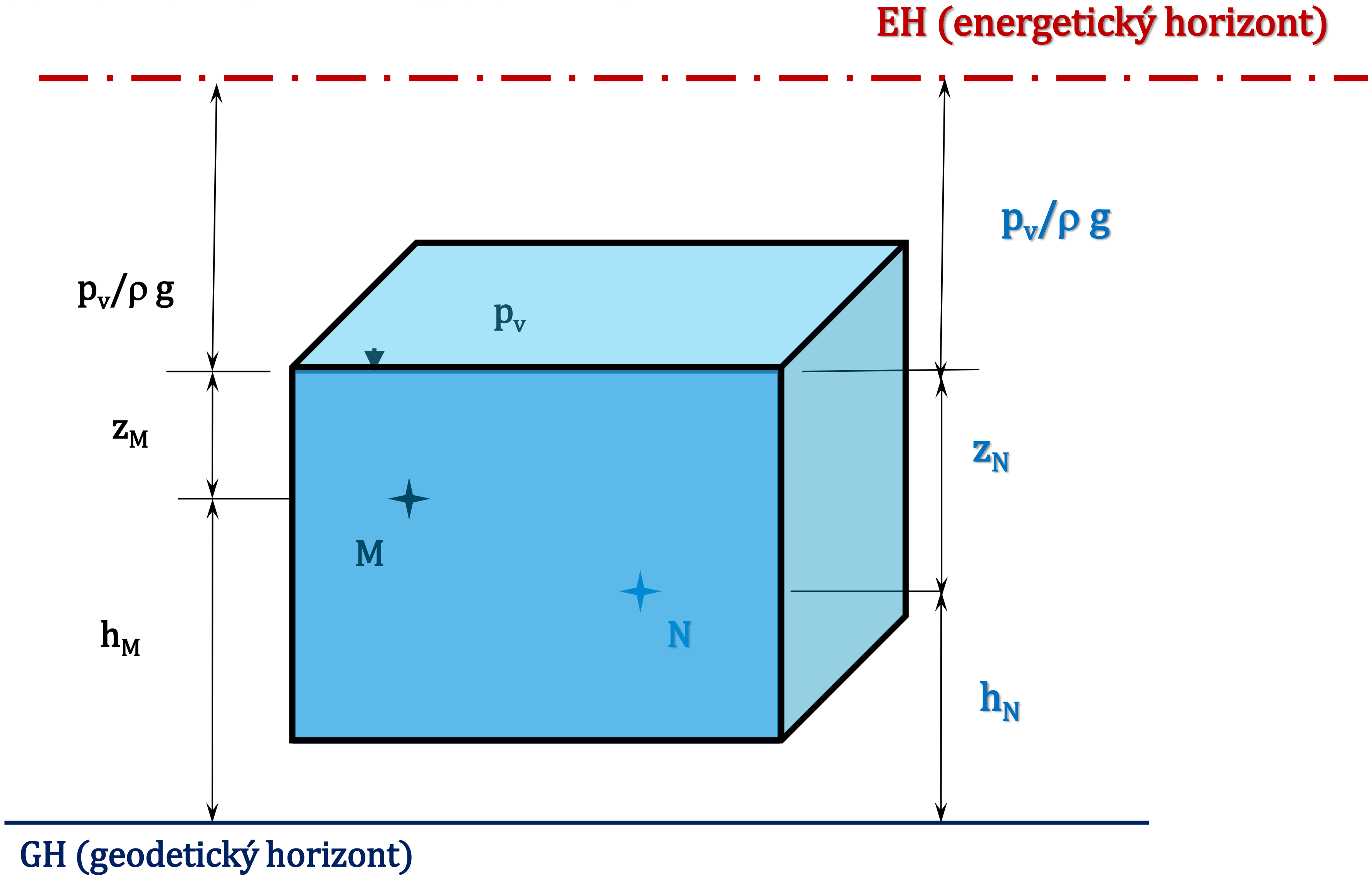
Absolutní tlak – vztažen k absolutní nule

Relativní tlak – vztažen ke smluvní hodnotě - (velmi často např. p_{at})

Přetlak – rozdíl statického a atm. tlaku $p_{přetl} = p_{abs} - p_{at}$ (+)

Podtlak / rozdíl stat. a atm. tlaku $p_{podt} = p_{abs} - p_{at}$ (-)

TLAKOVÁ NÁDOBA S KAPALINOU V KLIDU



$$h_M + z_M + \frac{p_v}{\rho g} = h_N + z_N + \frac{p_v}{\rho g} = \text{konst.}$$

HYDROSTATICKÉ SÍLY

Určování hydrostatických sil na plochy : a) **vodorovné**
b) **šikmé rovinné**
c) **zakřivené**

Hydrostatická síla = síla způsobená hydrostatickým tlakem p_h $dF = p_h \, . \, dS$

F_H – prochází těžištěm zatěžovacího tělesa
- je kolmá k zatěžované ploše

V případě přetlaku ($\mathbf{p_p}$) nebo podtlaku ($\mathbf{p_{va}}$) na hladinu kapaliny je možné hloubku zvětšit (zmenšit) o tlakovou výšku

$$\frac{p_p}{\rho . g} ; \frac{p_{va}}{\rho . g}$$

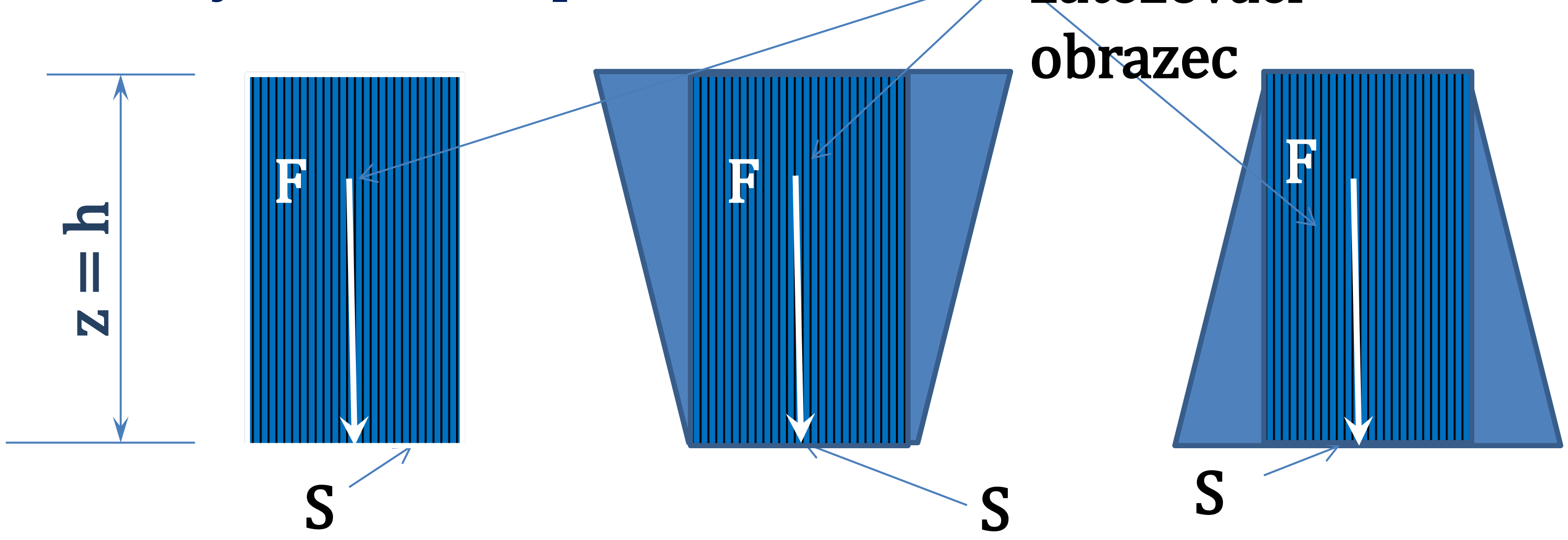
⟹ potom dostáváme **celkovou t**lakovou sílu („absolutní hodnotu“)

A) VODOROVNÉ PLOCHY

Zatěžovací těleso

$$F = p.S = \rho.g.h.S$$

Hydrostatické paradoxon



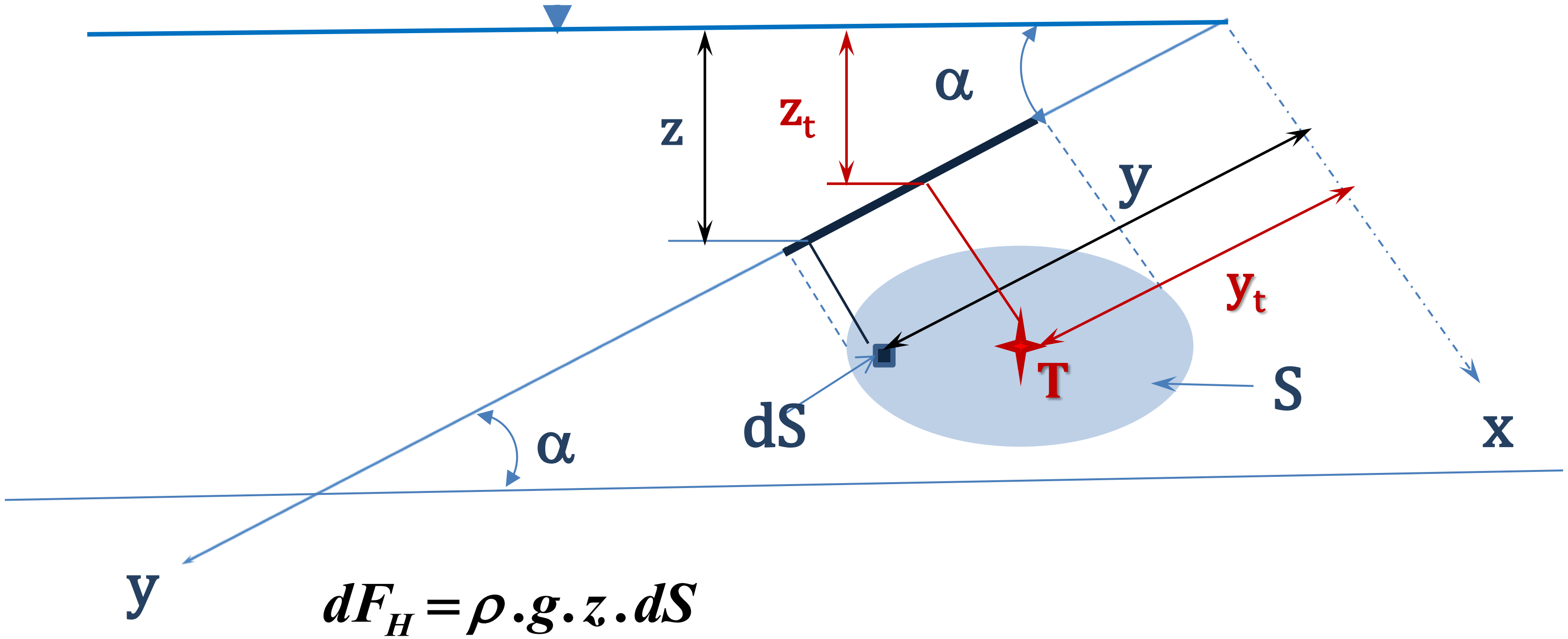
$$F = p.S = \rho.g.h.S$$

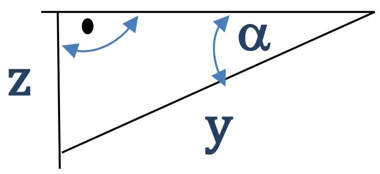
V_{zt} =h.S – objem zatěžovacího tělesa

Řez zatěžovacím tělesem ....

S_{zo} - plocha zatěžovacího obrazce

B) ŠIKMÁ ROVINNÁ PLOCHA





$z = y.\sin\alpha$

$$dF_H = \rho.g.z.dS$$

$$F_H = \int_S \rho.g.z.dS = \int_S \rho.g.\ y.\sin\alpha.dS = \rho.g.\sin\alpha \int_S y.dS$$

$\int_S y.dS$ ….. statický moment plochy S k ose x $\quad M_x = y_T.S$

Hydrostatická síla na libovolnou rovinnou plochu

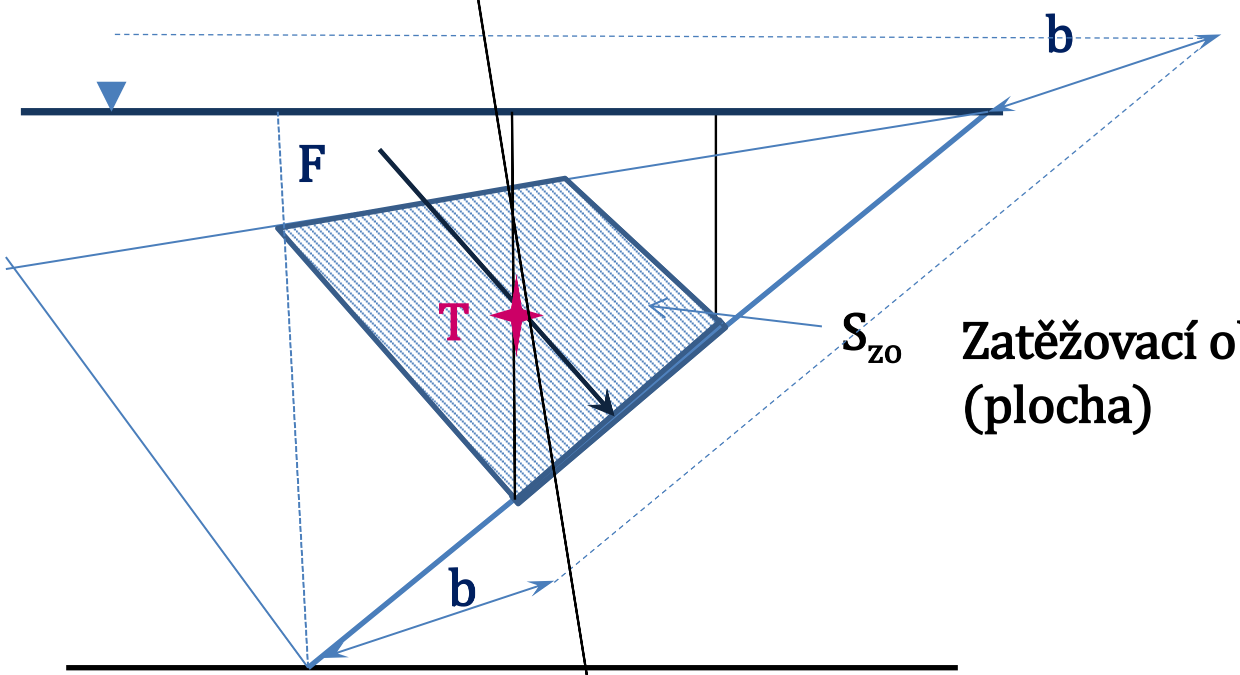
$$\boxed{F_H} = \rho.g.\sin\alpha.y_T.S = \boxed{\rho.g.z_T.S}$$

$$\mathbf{F_H = \rho.g.z_T.S}$$

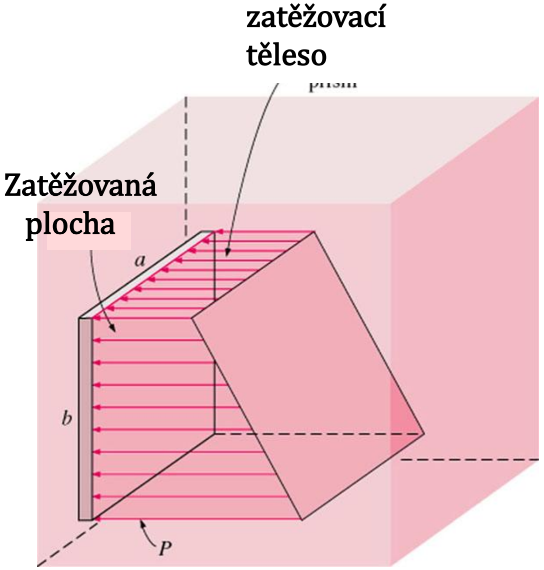
B) ŠIKMÁ ROVINNÁ PLOCHA

$$F = \rho . g . z_T . S$$

Zatěžovací obrazce



Zatěžovací obrazec (plocha)



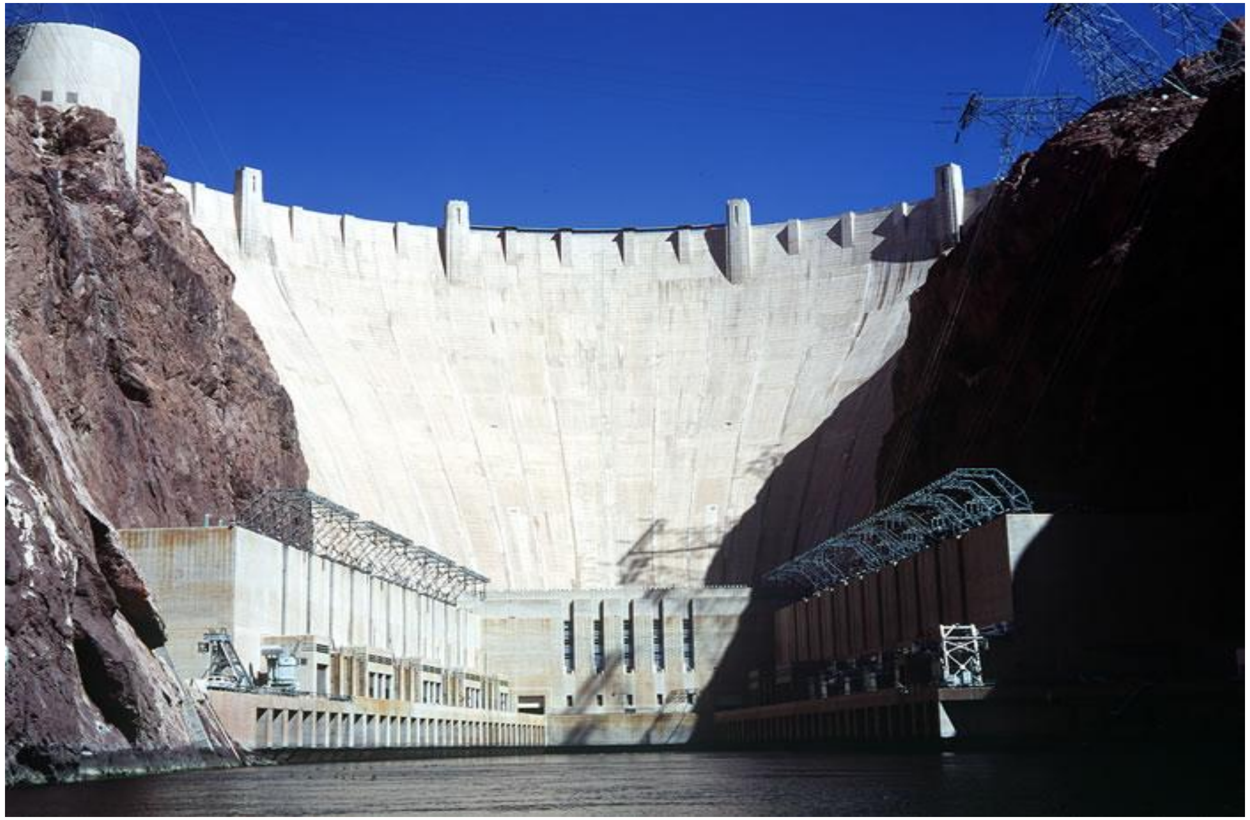
$$F_H = \rho . g . b . S_{zo}$$

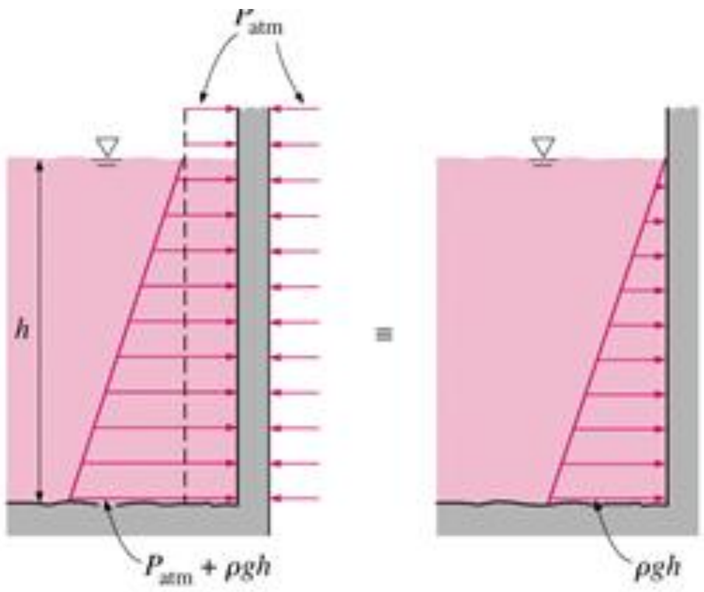
Objem zatěžovacího tělesa

Hydrostatická síla

Metodu určování hydrostatické síly pomocí zatěžovacích obrazců lze použít pouze pro čtvercové a obdélníkové hrazené plochy

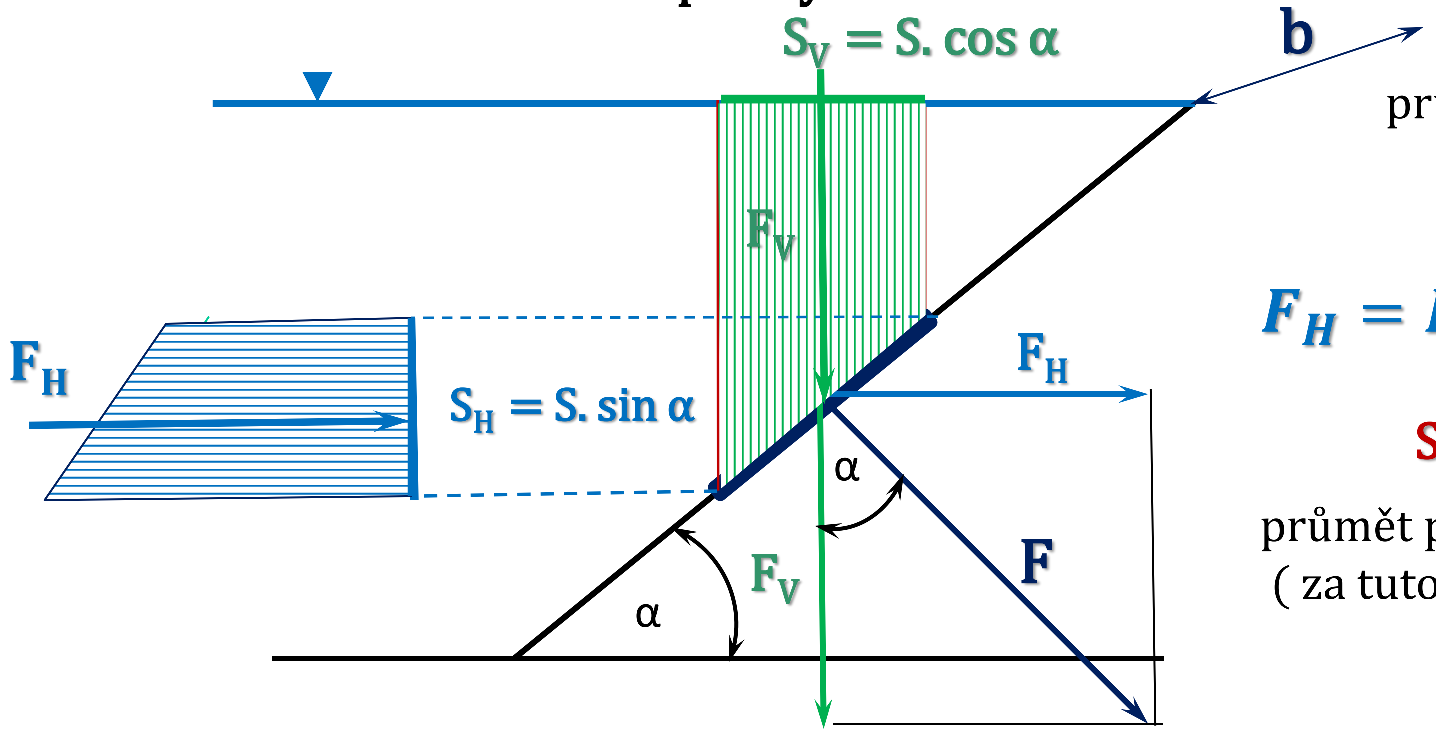
HYDROSTATICKÁ SÍLA





METODA ROZKLADU HYDROSTATICKÉ SÍLY NA SLOŽKY

Metodu určování hydrostatické síly pomocí rozkladu celkové síly na složky lze použít pro čtvercové a obdélníkové hrazené plochy



VODOROVNÁ SLOŽKA:

průmět plochy **S** do svislé roviny

$$S_H = S.\sin\alpha$$

$$F_H = F.\sin\alpha = \rho.g.S.z_T.\sin\alpha$$

SVISLÁ SLOŽKA:

průmět plochy S do vodorovné roviny
(za tuto rovinu volíme hladinu)

$$S_V = S.\cos\alpha$$

$$F_V = F.\cos\alpha = \rho.g.S.z_T.\cos\alpha$$

Svislá složka hydrostatické síly se rovná tíze svislého sloupce kapaliny nad tlačenou plochou až k hladině

Výsledná hydrostatická síla $\longrightarrow$ $F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2}$

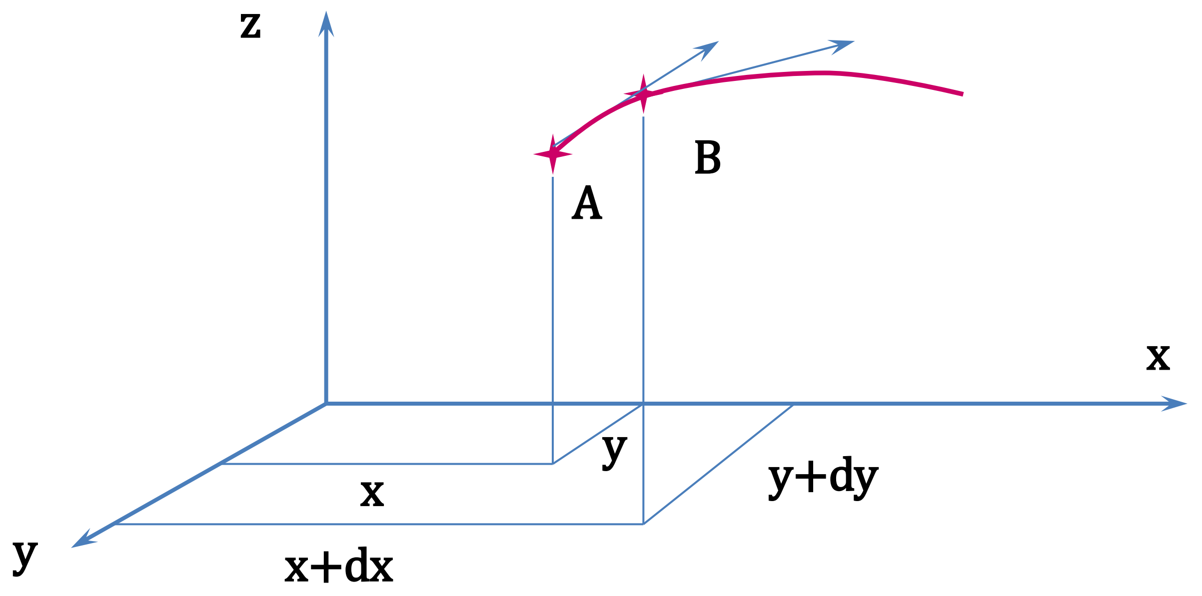
Hydrodynamika

Hydrodynamika

Základní pojmy :

Lagrangeova x ***Eulerova*** metoda

$u_x(x,y,z,t)$ .. $u_x = \partial x / \partial t$; u_y ....; $p(x,y,z,t)$; ρ (x,y,z,t)



Trajektorie (dráha) – jednotlivé polohy částice

Proudnice – čára , jejíž tečny mají v daném okamžiku směr vektoru rychlosti

Proudové vlákno –dS .. po obvodu vedeme proudnice (= **proudová trubice**)

Dělení proudění

-dle <u>**fyzikálních vlastností**</u>

- **ideální** kapaliny … ***vířivé*** x ***nevířivé***
- **skutečné** kapaliny … ***laminární*** x ***turbulentní***

- <u>**kinematická hlediska**</u>

- dle uspořádání v prostoru (**1,2,3** rozměr.)
- závislost na čase

  a) ***ustálené***

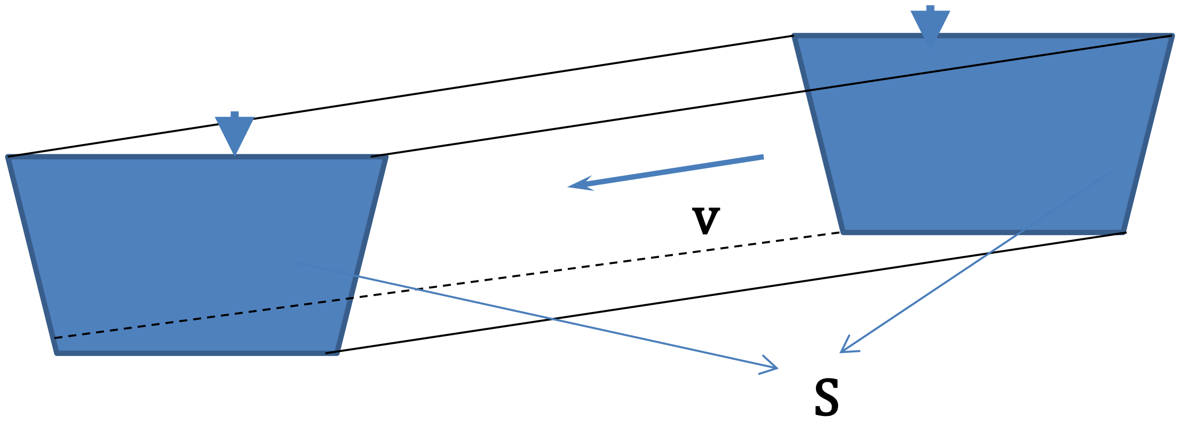
  b) ***neustálené***
- rozdělení rychlosti v prostoru

  rovnoměrné x ***nerovnoměrné***
- dle vedení proudu

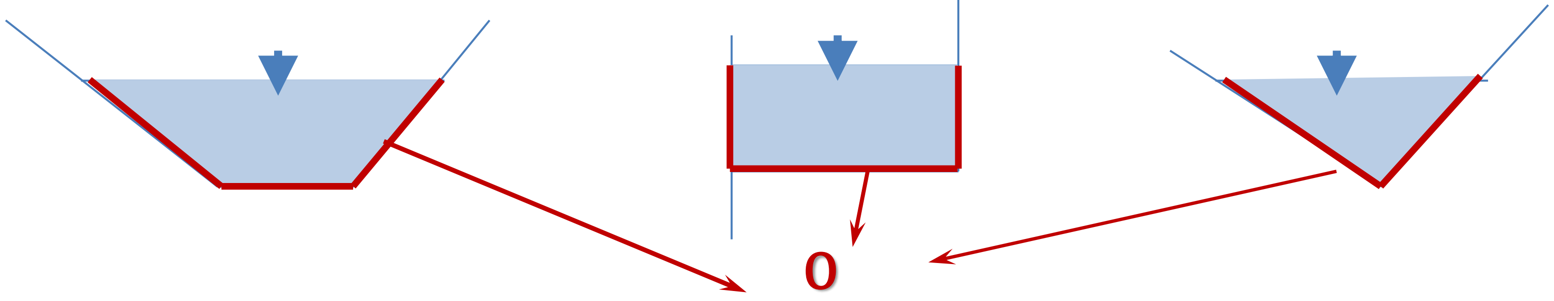
  s ***volnou hladinou*** x ***tlakové*** x v ***paprscích***

DŮLEŽITÉ POJMY HYDRODYNAMIKY

Průtočný průřez - plošný obsah S(m^2) řezu proudu plochou kolmou v každém bodě na směr rychlosti.



Omočený obvod - **O** (m) je délka části obvodu průtok. průřezu , na které se kapalina stýká s pevným vedením proudu.



Hydraulický poloměr - **R**(m) R = S/O

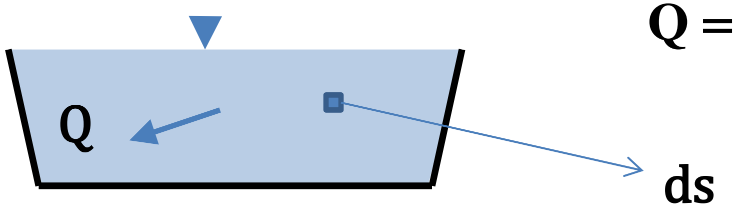
Kruhový profil - **R**(m) R = S/O

$$R = \frac{S}{O} = \frac{\frac{\pi D^2}{4}}{\pi D} = \frac{D}{4}$$

DŮLEŽITÉ POJMY HYDRODYNAMIKY

Průtok: hmotnostní ($kg.s^{-1}$)
objemový ($m^3.s^{-1}$)

Průtok (objemový) - objem kapaliny, který proteče průtočným průřezem za jednotku času



$$Q = \int_S dQ = \int_S u.dS = v.S$$

Bodová rychlost **u** (ms^{-1})

$$u = ds/dt \; ; \; u_x = \partial x/\partial t \; ; \; u_y = \partial y/\partial t \; ; \ldots$$

Určení průměrné rychlosti

$$v = \frac{1}{S}\int_S u.dS = Q/S$$

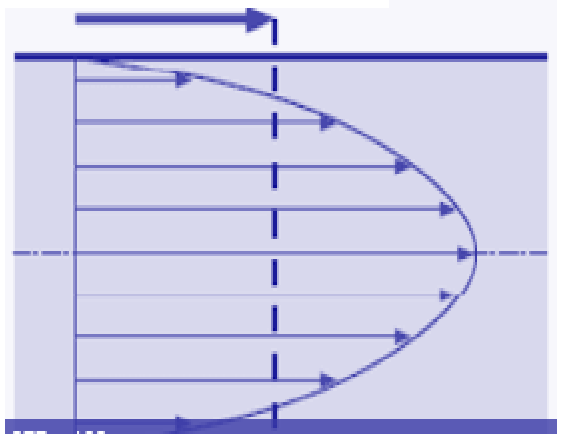
Průřezová rychlost v (ms^{-1}) =střední hodnota rychlosti v průtočném průřezu

Rychlost maximální - největší rychlost v daném profilu.

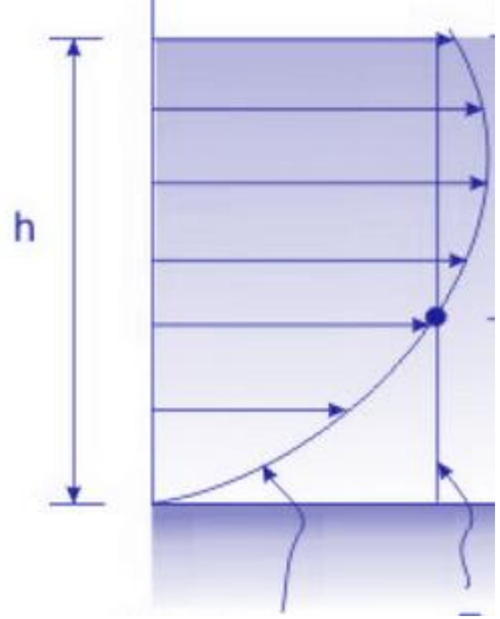
DŮLEŽITÉ POJMY HYDRODYNAMIKY

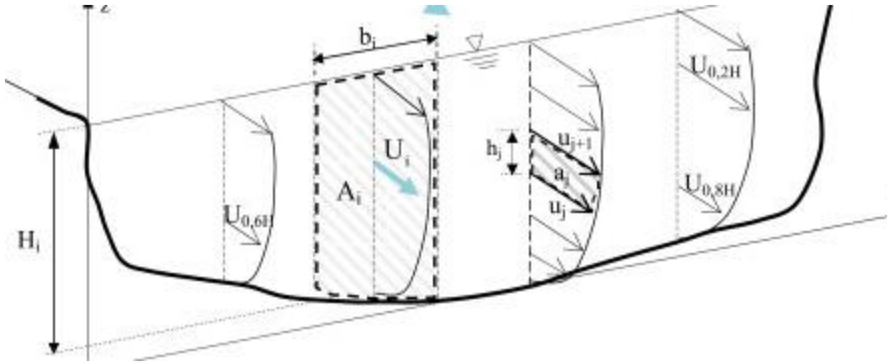
Průřezová rychlost **v** (ms^{-1}) =střední hodnota rychlosti v průtočném průřezu

průměrná rychlost



hladina



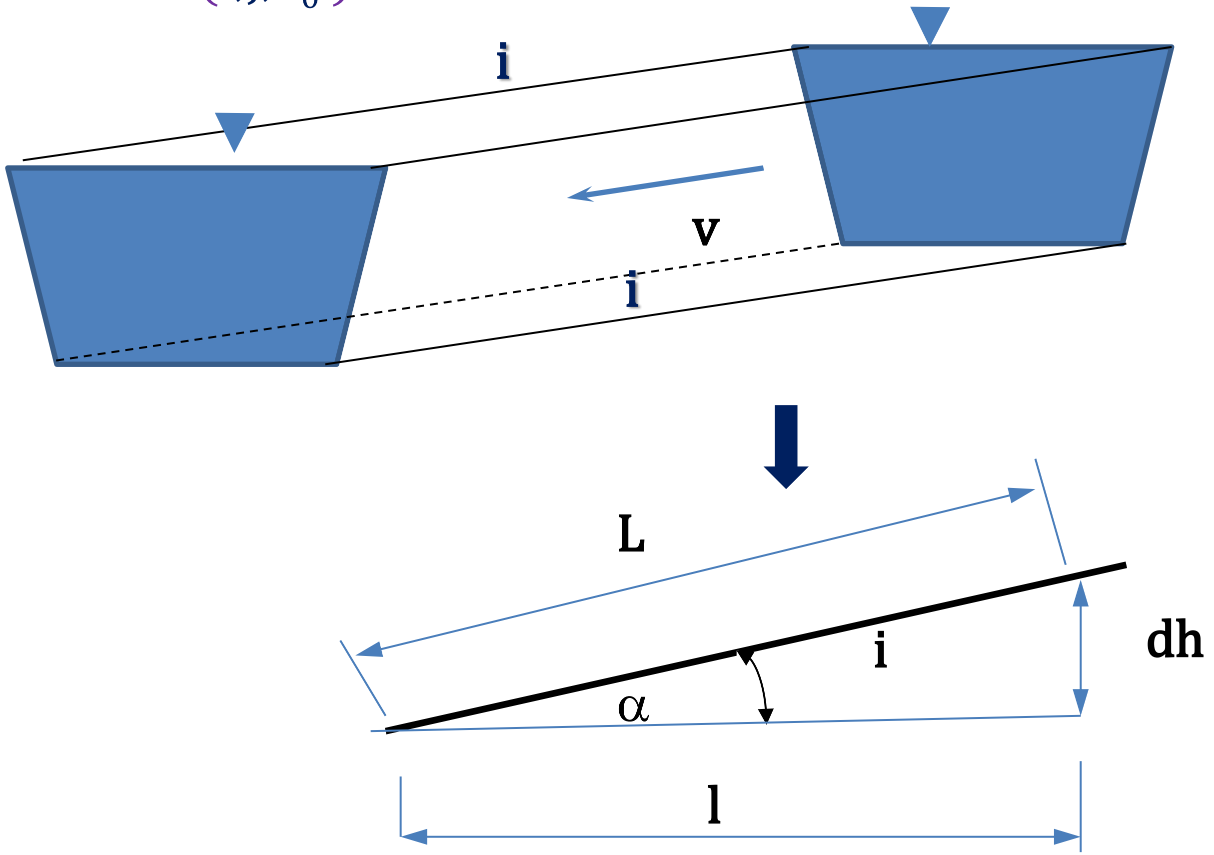


Rozdělení skutečných rychlostí ve svislici

Ekvivalentní průměrná rychlost

DŮLEŽITÉ POJMY HYDRODYNAMIKY

***Sklon* – i** (I,J, i_0)



α	sin(α)	tan(α)
0°	0	0
5°	0.087	0.087
10°	0.174	0.176
20°	0.342	0.346
30°	0.500	0.577
40°	0.643	0.839
50°	0.766	1.192

Sklon:

$$\boldsymbol{i = \frac{dh}{L}} \;\ldots\ldots\; \sin\alpha$$

Pro malé úhly α (cca 8-10°… 20°)

$$\sin\alpha = tg\,\alpha$$

$$\boldsymbol{i = \frac{dh}{l}} \;\ldots\ldots\; tg\,\alpha$$

NEWTONŮV VZTAH PRO TEČNÉ NAPĚTÍ

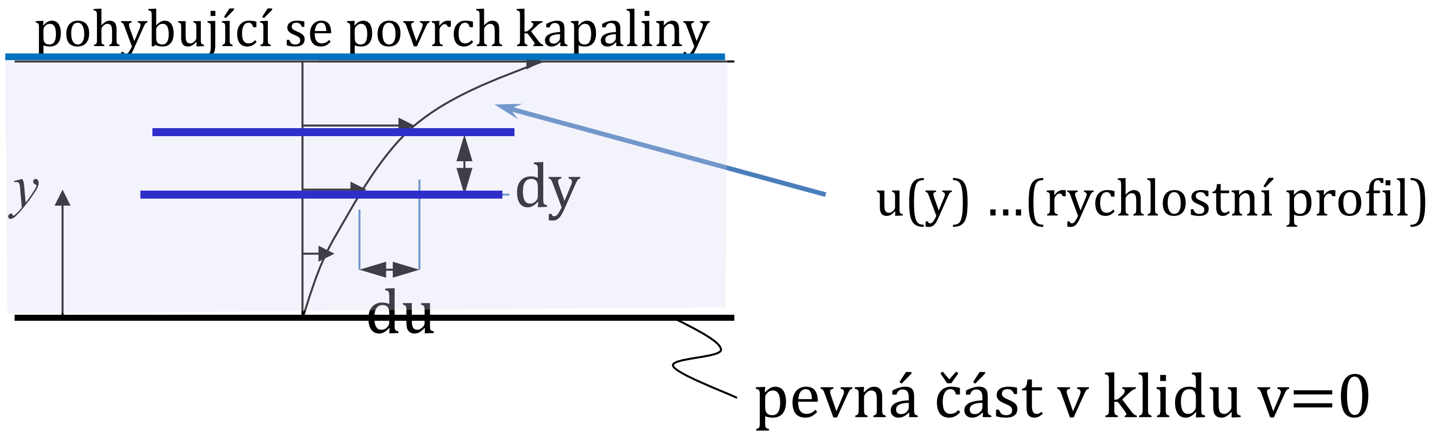
Viskozita

Viskozita je mírou odolnosti kapaliny k deformaci vlivem tečného napětí.

Tečné napětí způsobené viskozitou mezi vrstvami: $\tau = \mu \frac{du}{dy}$

μ - **dynamická viskozita** (koef. d. viskozity)

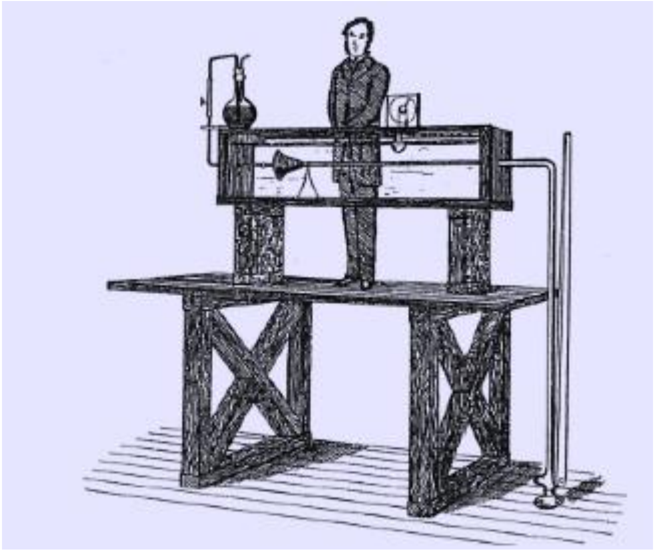
$\nu = \frac{\mu}{\rho}$ - **kinematická viskozita**



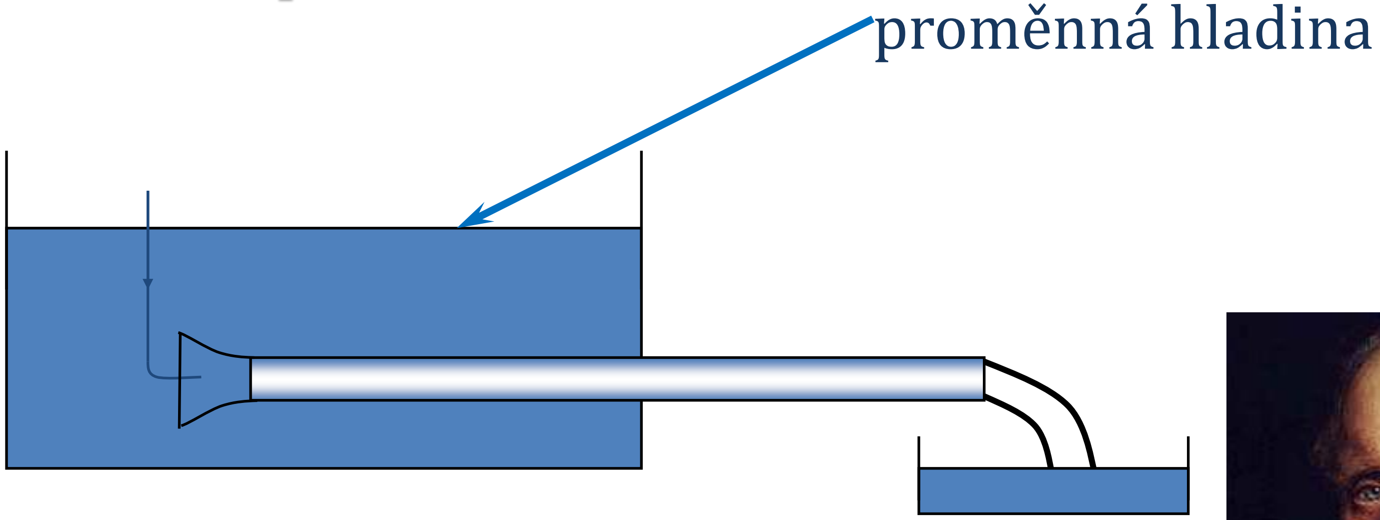
Užitím definice pro plošnou sílu ….. **tečná síla** je $F = \tau . S = \mu S \frac{du}{dy}$

SKUTEČNÁ KAPALINA

Laminární a ***turbulentní*** režim proudění

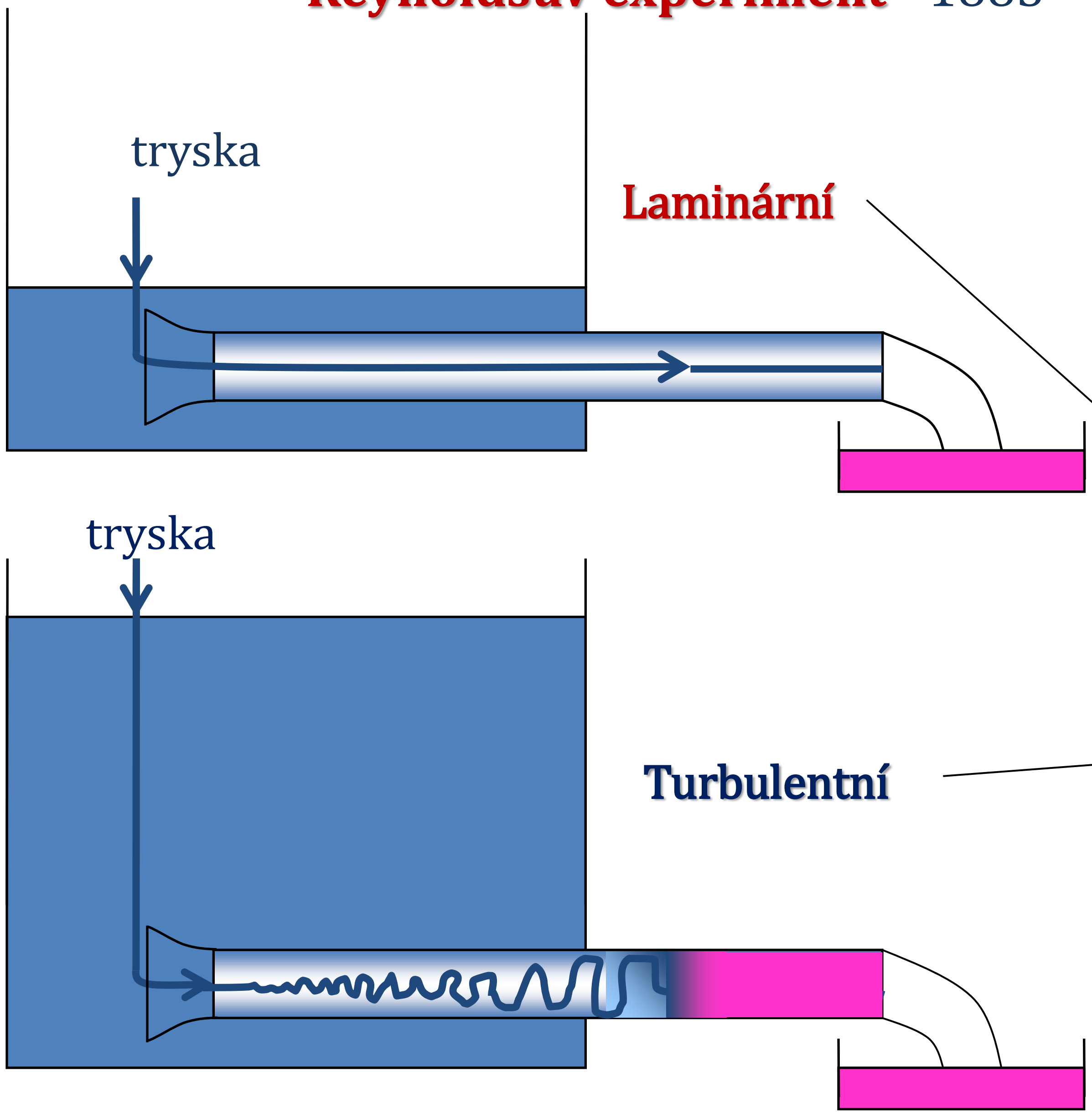


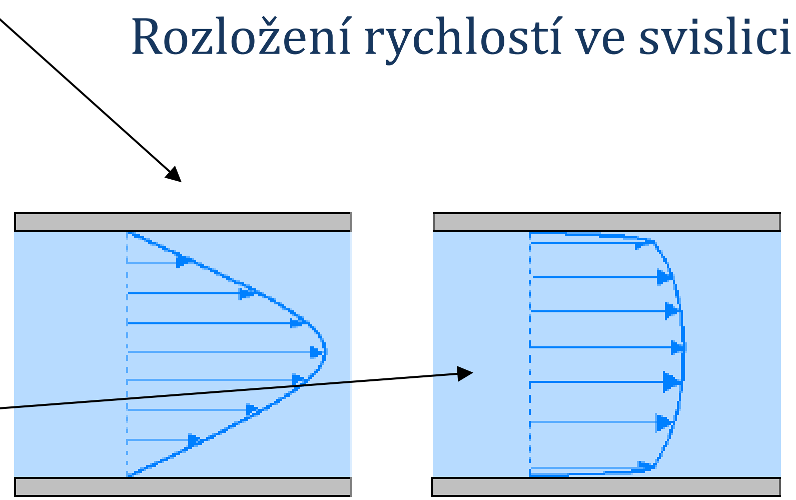
Reynoldsův experiment - 1883



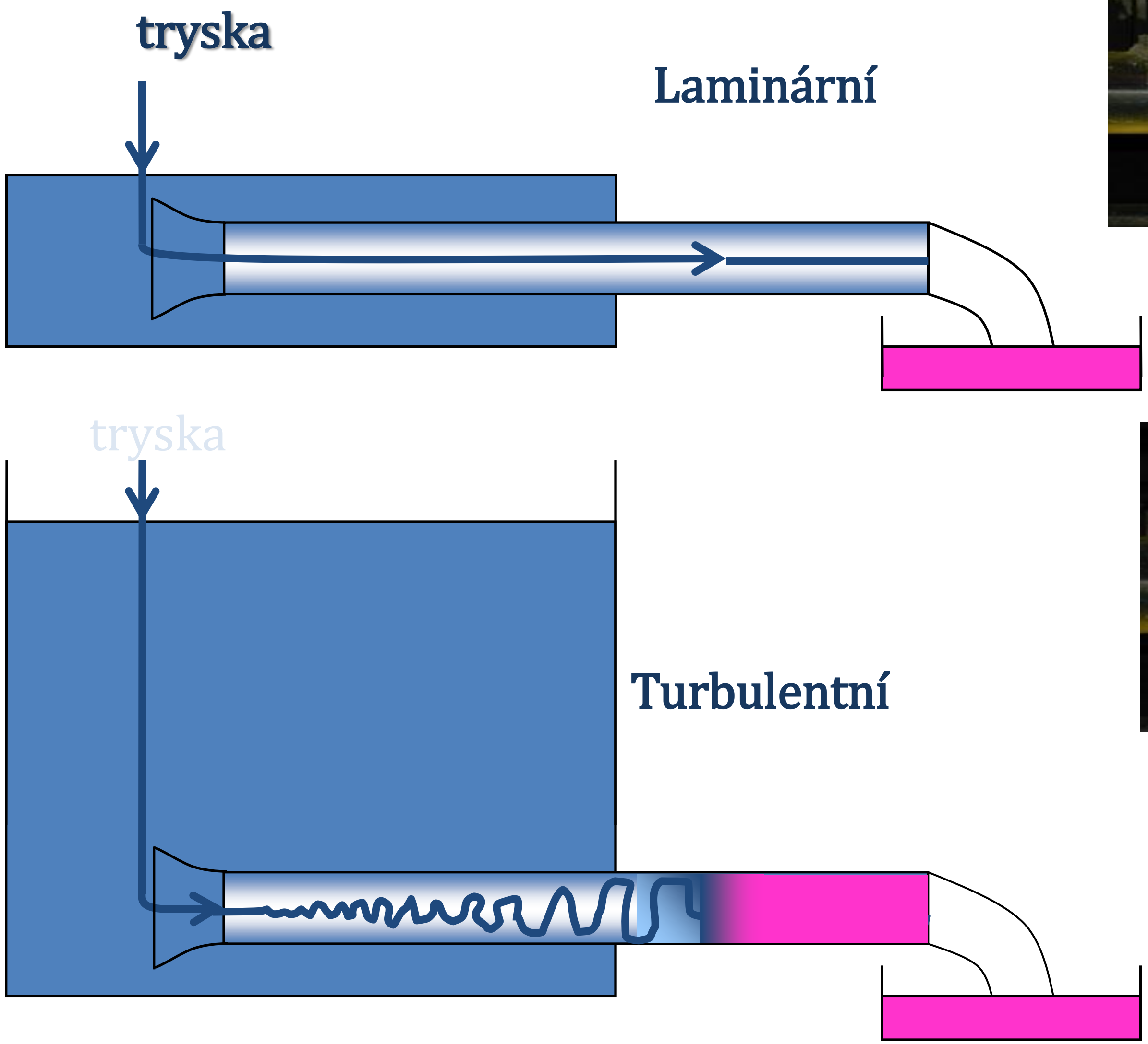
Osborne Reynolds (1842-1912)

Reynoldsův experiment - 1883

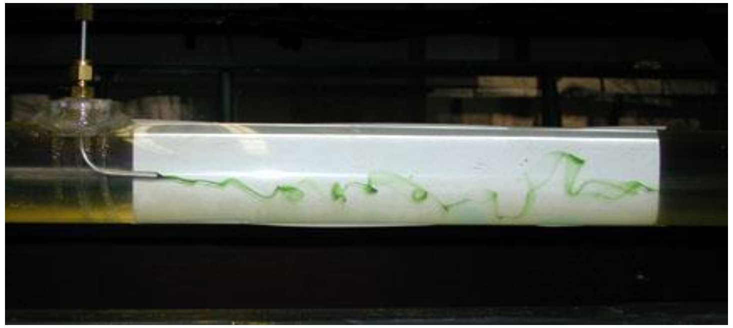




REYNOLDSŮV EXPERIMENT 1883:



Laminární



Přechodné

Turbulentní

Laminární režim **(vrstevnaté) – částice kapaliny se pohybují** v paralelních drahách

Turbulentní režim **– pohyb částic kapaliny nepravidelný a** neuspořádaný, časové a prostorové fluktuace vektoru rychlosti, uvnitř proudu dochází k míchání částic

kritérium – **Reynoldsovo číslo (krit. Re)**

v – průřezová rychlost:

průměr D pro potrubí, hydraulický poloměr R

Potrubí (Re_{kr} = 2320)

Re < 2320 laminární proudění

2320 < Re < 4000 přechodná oblast **(dle podmínek l.p. nebo t.p.)**

$Re>10^4$ ... turbulentní proudění

Reynoldsovo číslo

$$Re = \frac{vD}{\upsilon}$$ **potrubí** $$Re = \frac{\rho v D}{\mu}$$

$$Re = \frac{vR}{\upsilon}$$ **proudění s volnou hladinou**

Kritická hodnota $\mathbf{Re_{kr}}$ – **2320** (potrubí)

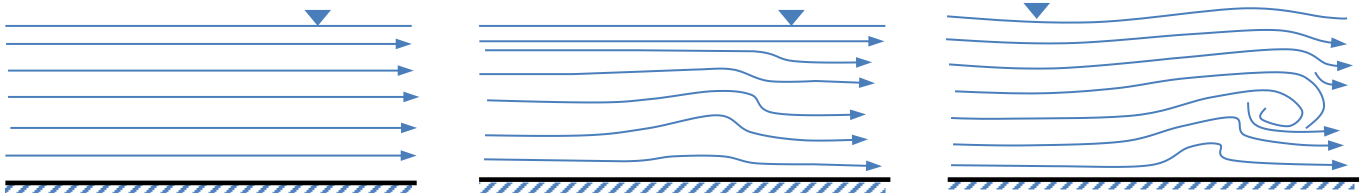
580 (proudění s volnou hladinou)

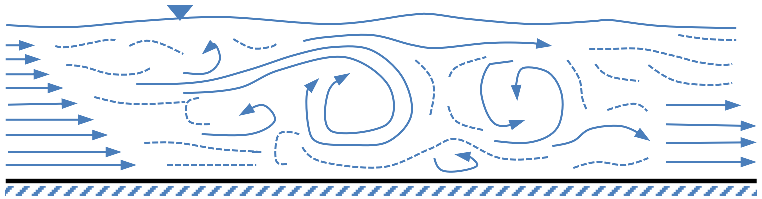
Proudění s volnou hladinou (otevřené profily) (Re_{kr} = 580)

Re < 580 laminární proudění

580 < Re < 1000 přechodná oblast

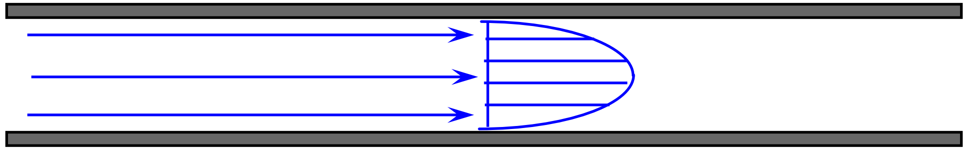
Re>1000 ... turbulentní proudění



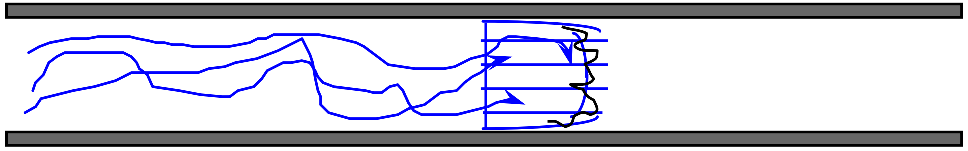


LAMINÁRNÍ A TURBULENTNÍ PROUDĚNÍ

- Laminární p.

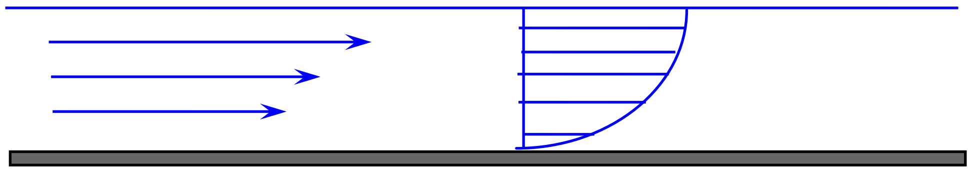


- Turbulentní p.

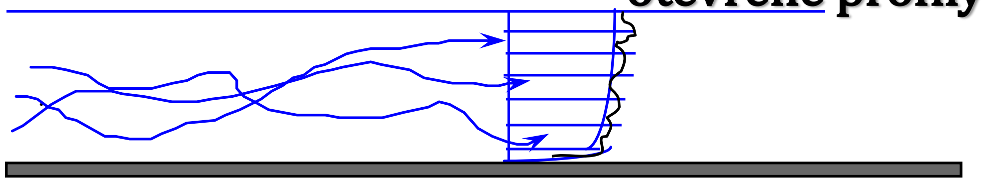


potrubí

- Laminární p.



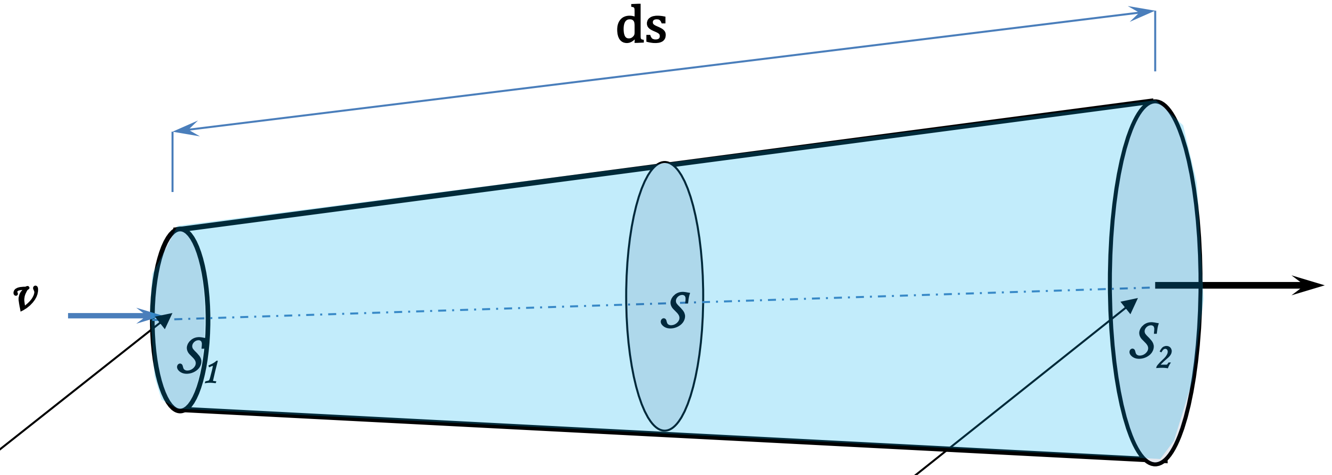
- Turbulentní proudění



otevřené profily

ZÁKLADNÍ ROVNICE HYDRODYNAMIKY

Rovnice kontinuity (spojitosti toku) ... vyjadřuje **zákon zachování hmotnosti**



Vstupní hmotnost plochou S_1 za čas dt : ρ.Q.dt

Výstupní hmotnost plochou S_2 : $\left[\rho.Q + \frac{\partial(\rho.Q)}{\partial s} ds\right] dt$

hmotnost kapaliny v proudové trubici se změní za dt $\frac{\partial(\rho.S.ds)}{\partial t} dt$

$$\frac{\partial(\rho.Q)}{\partial s} + \frac{\partial(\rho.S)}{\partial t} = 0$$

diferenciální rovnice spojitosti při neustáleném pohybu

- ***USTÁLENÉ PROUDĚNÍ***

$$Q = \rho_1.S_1.v_1 = \rho_2.S_2.v_2 = \rho_i.S_i.v_i = \text{konst.}$$

- ***NESTLAČITELNÁ KAPALINA***

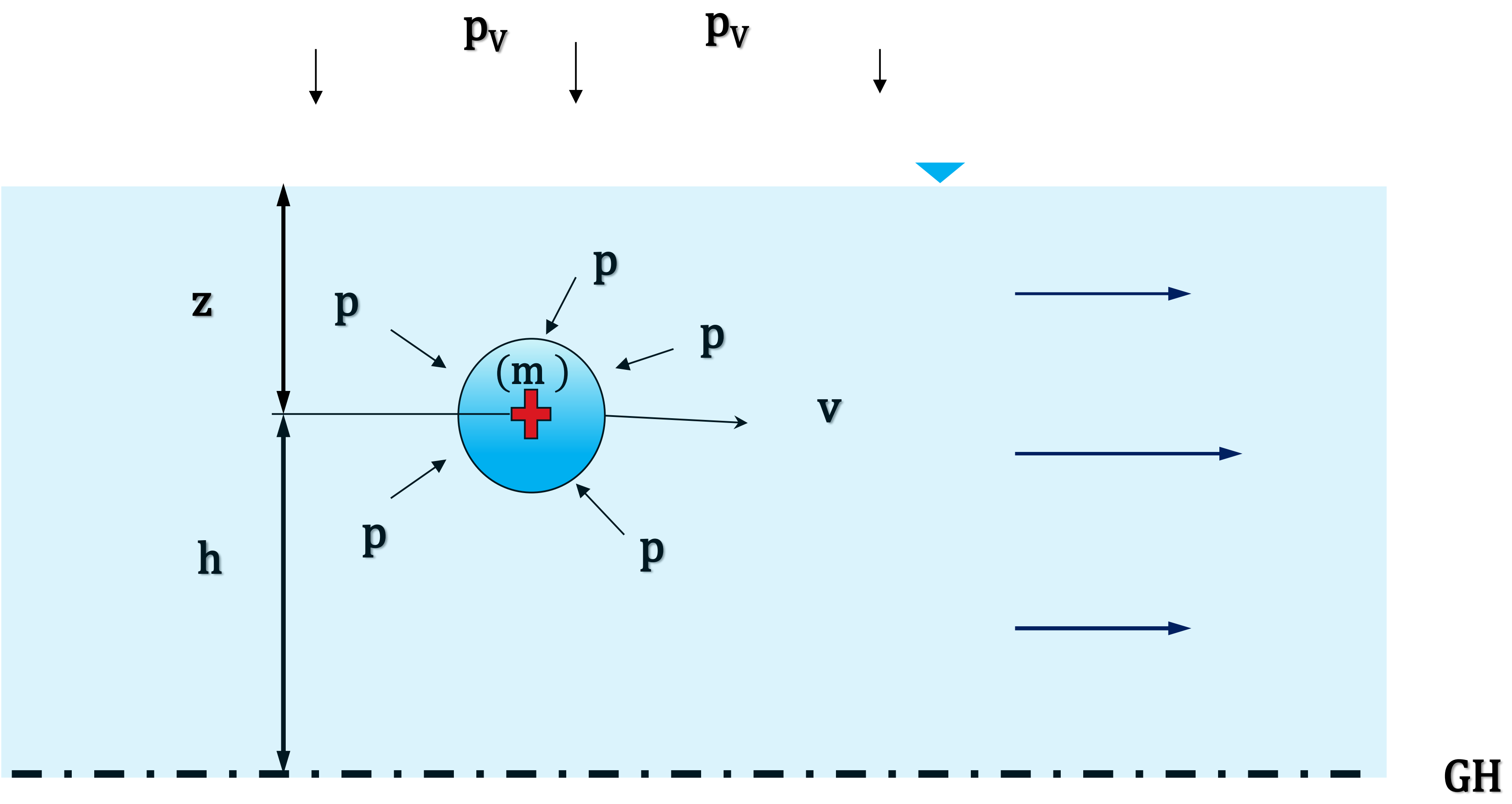
$$\boxed{S_1.v_1 = S_2.v_2 = ... = S_i.v_i \quad \text{konst.} = Q_v = Q}$$

EULEROVA ROVNICE HYDRODYNAMIKY (ideální kap.)

$$\mathbf{dF_p + dF_o = dF_s}$$

d´Alambertův princip – setrvačné síly jsou v rovnováze s působícími silami, ale mají opačný smysl než výslednice působících sil.

BERNOULLIHO ROVNICE - zákon zachování energie



BERNOULLIHO ROVNICE - zákon zachování energie

MECHANICKÁ ENERGIE

Kinetická en. $E_K = m.v^2/2 \Rightarrow$ kin. en. na jednotku tíže $\longrightarrow$ $(E_K/mg) = v^2/2g$

Potenciální en. (mgh)

Polohová energie

$E_P = m.g.h \Rightarrow$ pol. en. na jednotku tíže – $(E_p/mg) = h$

Tlaková energie

$E_T = mgh = m.g(p/\rho g) = m.(p/\rho) \Rightarrow$ tlak. en. n jednotku tíže – $(E_T/mg) = p/\rho g$

$v^2/2g$ - rychlostní výška (určuje se Pitotovou trubicí)
$p/\rho g$ - tlaková výška (určuje se piezometrem)
h - polohová výška

Bernoulliho rovnice v energetických výškách pro ustálené proudění má tvar:

$$\boxed{h + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = \text{konst.} = ME}$$

Tlaková výška ... $\frac{\mathbf{p}}{\boldsymbol{\rho}\mathbf{g}}$ má dvě části a) ***tlakovou výšku od vnějšího tlaku***
b) ***hydrostatickou výšku***

ZÁKON ZACHOVÁNÍ ENERGIE – ideální kapalina

Součet všech energií je v každém průřezu jedné a téže trubice konstantní

Bernoulliho rovnice platí pro proudovou trubici, v jejichž průřezech je rychlost rovnoměrně rozložena .(jinak nutno přenásobit rychlostní výšku Coriolisovým číslem α)

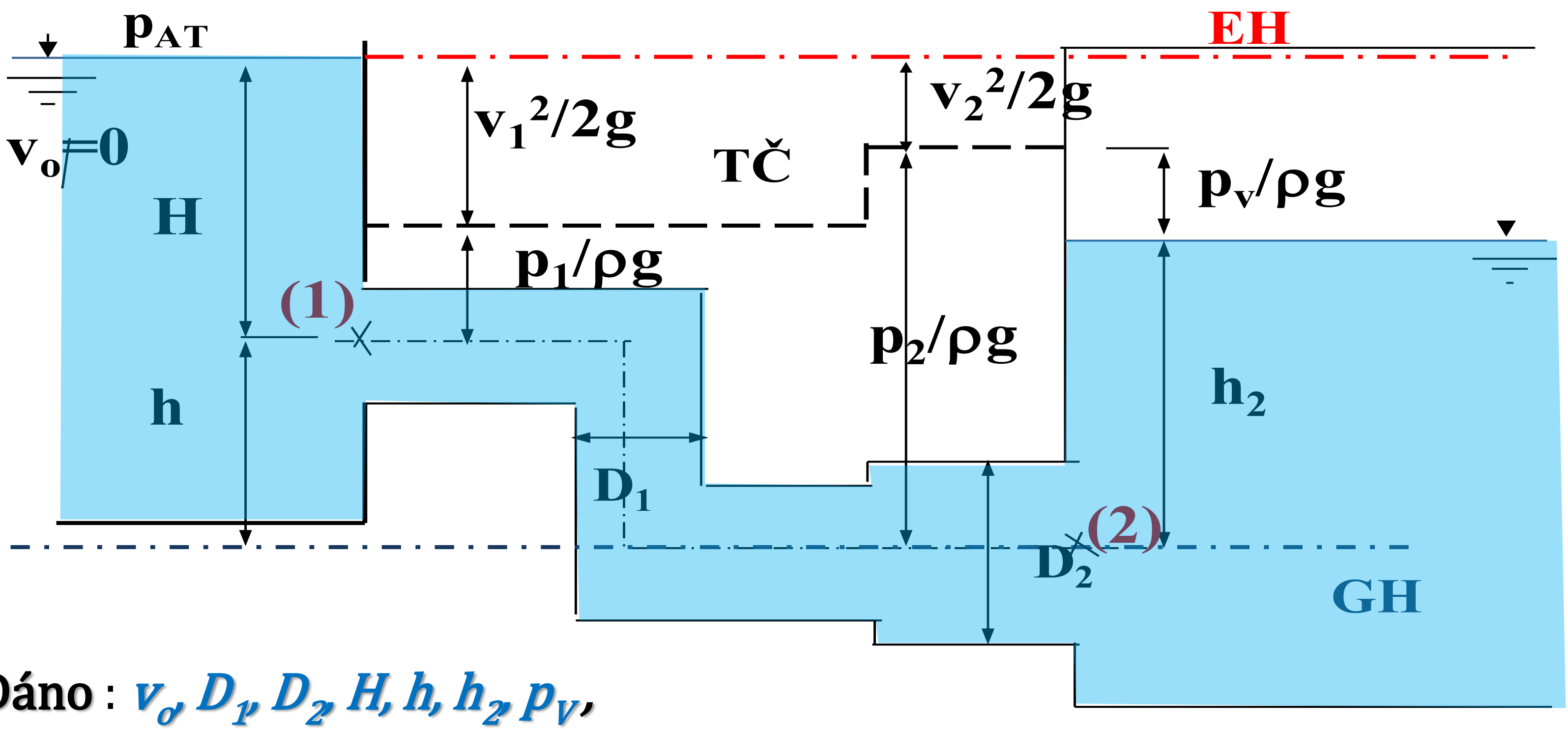
Pro jakékoli dva průřezy platí :
$E_1 = E_2 =$ konst.

Tlaková čára (TČ)– průběh potenciální výšek
Energetický horizont (EH) - ve vzdálenosti E od GH
Čára energie (ČE) –pro ideální kapalinu = EH

$$\underbrace{\underbrace{h+\frac{p}{\rho g}}_{\text{TČ}}+\frac{v^2}{2g}}_{\text{ČE}} = konst. = E$$

PRAKTICKÉ POUŽITÍ BERNOULLIHO ROVNICE (ideální kapalina)

- V proudové trubici se ***zvolí 2 průřezy***
- Zvolí se ***libovolná vodor. rovina*** (ekvipotenciální plocha nulového potenciálu)
- Sestaví se ***Bernoulliho rov.*** pro dva zvolené průřezy
- Případné doplnění o ***rovnici kontinuity***



Dáno : $v_o, D_1, D_2, H, h, h_2, p_V$,

Vypočtěte : Q, v_1, v_2

Vyneste tlakovou čáru a čáru energie.

ŘEŠENÍ :

Sestavení Bernoulliho rovnice pro (1) - (2)

$$h+H+\frac{p_{AT}}{\rho g}+\frac{v_o^2}{2g}=h_2+\frac{p_V}{\rho g}+\frac{v_2^2}{2g} \qquad (*)$$

Z rovnice (*) vypočítáme rychlost v_2

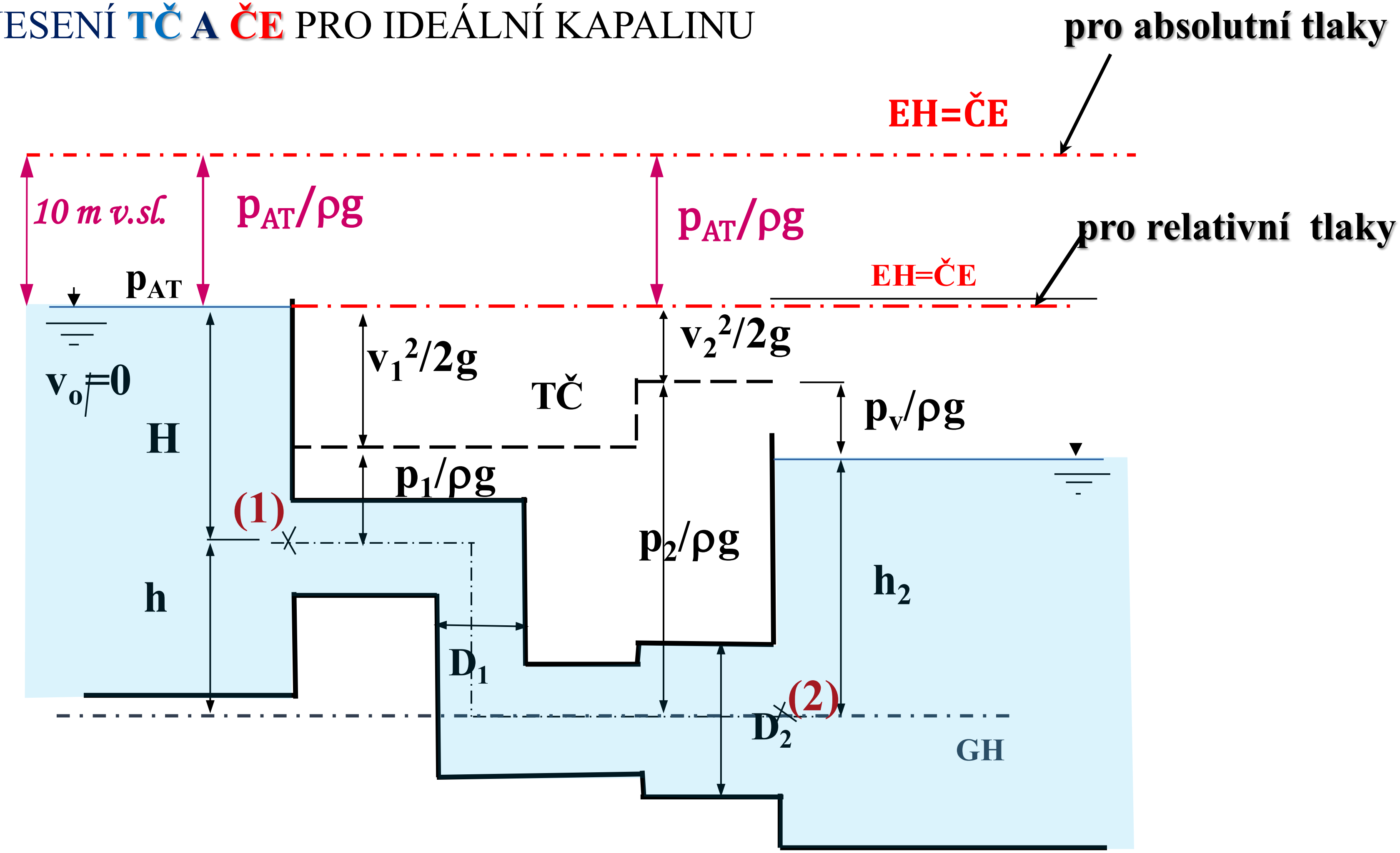
$$v_2=\sqrt{2g.\left[\left(h+H+\frac{p_{AT}}{\rho g}+\frac{v_o^2}{2g}\right)-\left(h_2+\frac{p_V}{\rho g}\right)\right]}$$

Průtok: $Q = v_2.S_2 \Longrightarrow S_2=\frac{\pi D_2^2}{4}$

Z rov. kontinuity : $Q = v_1.S_1 = v_2.S_2 \Rightarrow v_1 = v_2.S_2/S_1$

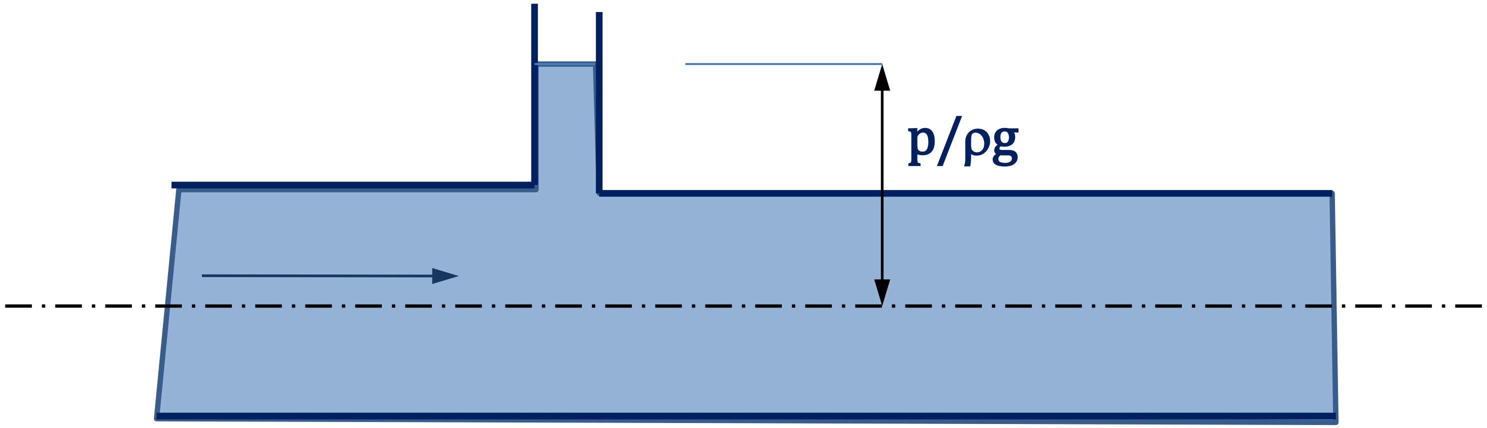
$$v_1=v_2\frac{S_2}{S_1}=v_2\frac{\frac{\pi D_2^2}{4}}{\frac{\pi D_1^2}{4}}=v_2\frac{D_2^2}{D_1^2}$$

VYNESENÍ TČ A ČE PRO IDEÁLNÍ KAPALINU

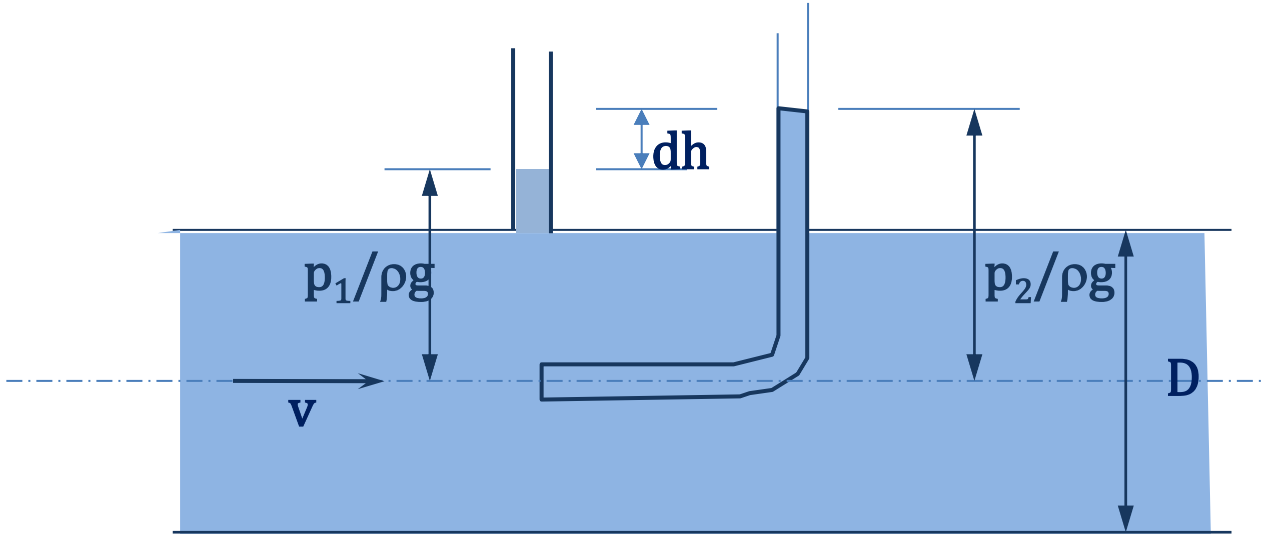


PŘÍKLADY POUŽITÍ BERNOULLIHO ROVNICE

PIEZOMETR – měření tlaku (tlakové výšky)



PITOTOVA TRUBICE – **určení rychlosti** v určitém bodě



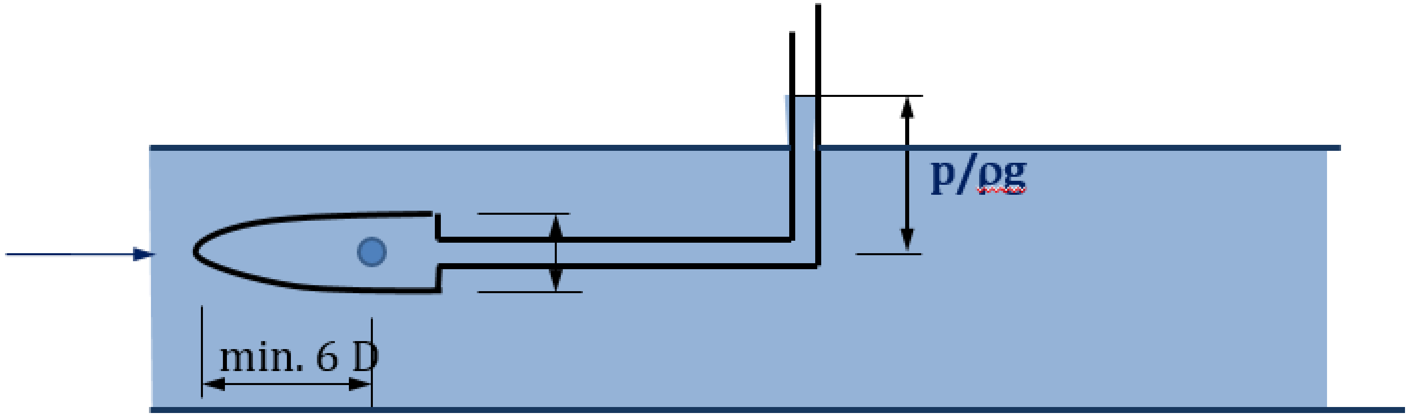
$$dh = \frac{u^2}{2g}$$

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g}$$

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho g} = dh = \frac{u^2}{2g}$$

$$u = \sqrt{2\ g\ dh}$$

TLAKOVÁ SONDA (**Prandtlova trubice** – měření **tlaku** i **rychlosti** v daném bodě)



BERNOULLIHO ROVNICE PRO USTÁLENÉ PROUDĚNÍ SKUTEČNÉ KAPALINY

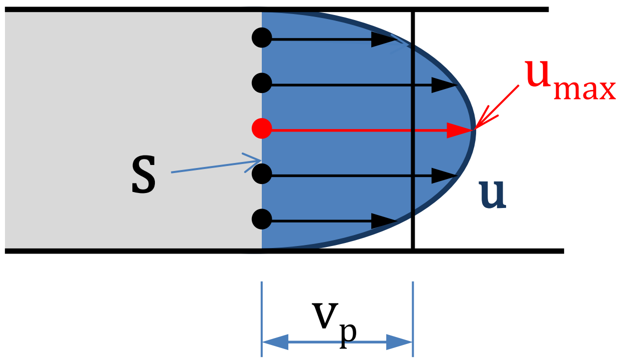
$$\boxed{h + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha v_1^2}{2\,g} = h + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha v_2^2}{2\,g} + h_z}$$

h_z .... celková ztrátová výška

ZÁKLADNÍ VÝPOČETNÍ PRINCIPY USTÁLENÉHO TLAKOVÉHO PROUDĚNÍ V POTRUBÍ

- aplikace zákona zachování mechanické energie rovnice Bernoulliho pro ustálené proudění skutečné kapaliny (vazkost $\nu \neq 0$)
- aplikace zákona zachování hmoty rovnice spojitosti pro ustálené 1D proudění
- náhrada skutečného rozdělení rychlosti **u** v **příčném průřezu** profilu střední průřezovou rychlostí **v**

CORIOLISOVO ČÍSLO α závisí na nerovnoměrnosti rozložení rychlostí v příčném profilu
(1-2) .... 1 turbulentní proudění
.... 2 laminární proudění



CELKOVÉ ZTRÁTY – při proudění skutečné kapaliny

Celková ztrátová výška (h_z) = ztrátová výška ztr. třením (h_T) + ztrátová výška ztrát místních (h_M)

Ztráty tření: vnitřní a o stěny potrubí

Ztráty místní: ohyb, rozšíření atd.

Darcy-Weisbachova rovnice

$$h_T = \lambda\,(f)\,\frac{L}{D}\,\frac{v^2}{2\,g}$$

$$h_M = K_M(\zeta_M)\,\frac{v^2}{2\,g}$$

Při proudění skutečných kapalin vznikají hydraulické odpory v důsledku viskozity – tj. síly působící proti pohybu částic kapaliny (vzájemné tření mezi částicemi kapaliny a třením mezi proudící kapalinou a stěnami potrubí).

Překážky v proudu kapaliny a změny směru proudu (odbočky, armatury, měřící zařízení atd.) – vyvolávají víření, nebo odtržení proudu kapaliny od pevné stěny .... Dochází ke změně mechanické energie na jinou formu energie (tepelné...) ... tj. vznik místních ztrát , které jsou vázány na místo vzniku

ZTRÁTY TŘENÍM

Odpory proti pohybu kapalin jsou způsobené:
-**třením mezi jednotlivými , různou rychlostí se pohybujícími, vrstvami kapaliny**
- **třením o pevné stěny**

Toto tření je kvantitativně vyjádřeno tangenciálním napětím (smykovým) působí proti směru proudění

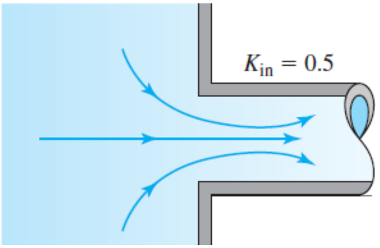
Ztráty třením, $\mathbf{h_{zt}}$, které vyjadřujeme ztrátovou výškou, pro potrubí z **Darcy-Weisbachova vztahu**

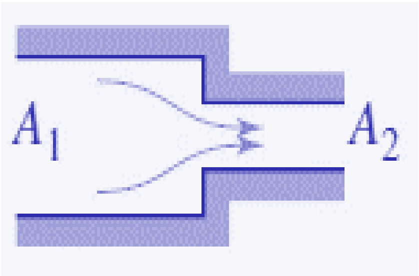
$$h_{zt} = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

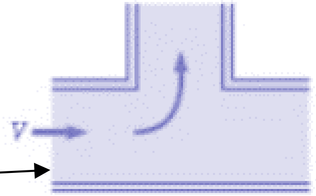
MÍSTNÍ ZTRÁTY

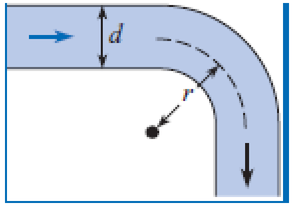
Potrubí:

- Vtok do potrubí
- Náhlé zúžení (rozšíření) potrubí
- Postupné rozšíření (zúžení) potrubí
- Změna směru potrubí
- Různé tvarovky na potrubí (rozdělení (spojení) proudu
- Uzávěry – regulaci Q (šoupě, ventil)
- Výtok z nádrže
- Venturimetr (měření průtoku) ….
- Další objekty (např. sací koš atd.)







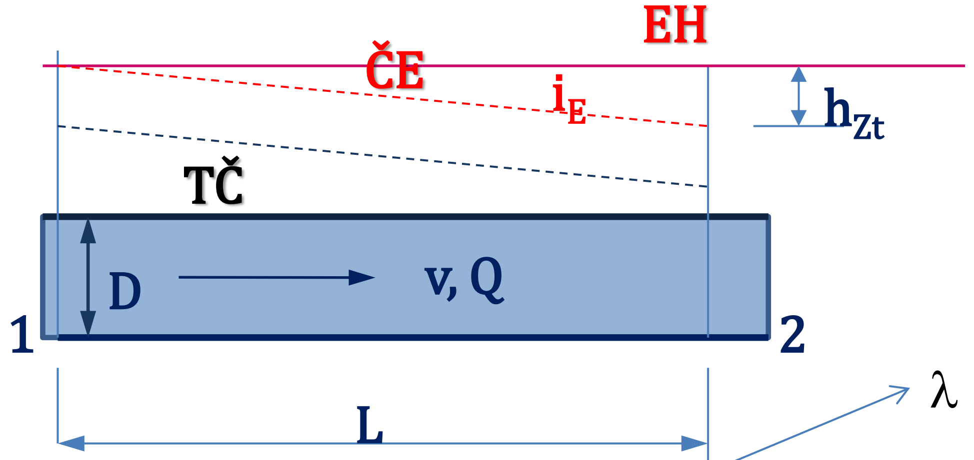


HYDRAULICKÉ ODPORY (ZTRÁTY) -

-Zahrnuty všechny účinky, které způsobují rozptyl energie (změna mech. en. na jiný druh energie)
Rozptýlenou energii (ztrátovou) vztahujeme na jednotku tíhy:
Dle fyzikální podstaty dělíme ztráty (odpory) na dva typy:

- **ztráty třením**
- **ztráty místní**

Ztráty třením – jak se projevují na průběhu ČE a TČ



i_E sklon ČE

$$i_E = \frac{h_{zt}}{L} \Rightarrow h_{zt} = i_E . L$$

λ – součinitel ztráty třením

$$\lambda = f\left(\mathrm{Re}, \frac{\Delta}{D}\right)$$

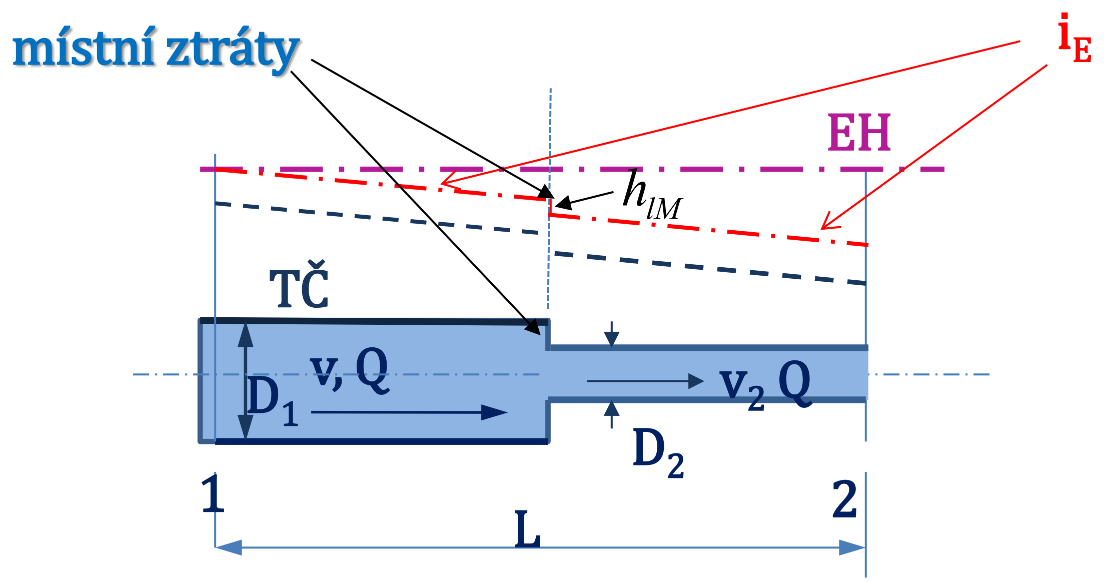
Darcy – Weisbachův vztah:

$$h_{zt} = \lambda \frac{l}{D} \frac{v^2}{2g} \qquad (m)$$

Reynoldsovo číslo $\quad \mathrm{Re} = \dfrac{v.D}{\nu}$

Ztráty třením se projevují na průběhu ČE a TČ plynulým poklesem

MÍSTNÍ ZTRÁTY – jak se projevují na průběhu ČE a TČ



sklon ČE

Reynoldsovo číslo $\mathbf{Re} = \frac{v.D}{\nu}$

místní ztráty – výpočet ztrátové výšky

$$h_{lM} = K_{lM}\,\frac{v^2}{2g}$$

koef. místních ztrát (ζ)

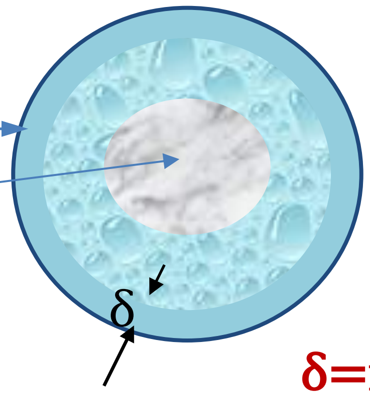
místní ztráty se projevují na průběhu ČE a TČ skokem

TURBULENTNÍ PROUDĚNÍ

a) ***vazká podvrstva*** ($\tau = \tau_L$; $\tau_T = 0$) – laminární režim

b) ***přechodná oblast***

c) ***turbulentní jádro*** ($\tau = \tau_T$; $\tau_L = 0$)



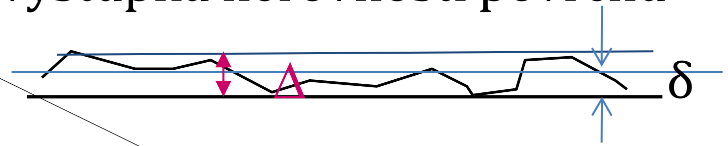
tloušťka vazké podvrstvy : $\boldsymbol{\delta = 33.4 \dfrac{D}{Re\, \lambda^{1/2}}}$

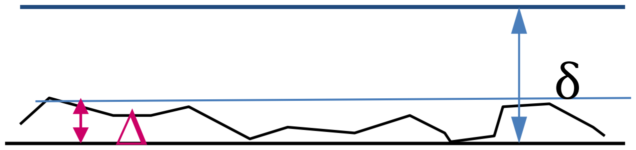
δ=f (D, Re, λ)

tloušťka vazké podvrstvy závisí přímo úměrně na D a nepřímo úměrně na Re a λ:

DRSNOST

1) ***absolutní*** výška výstupků nerovností povrchů





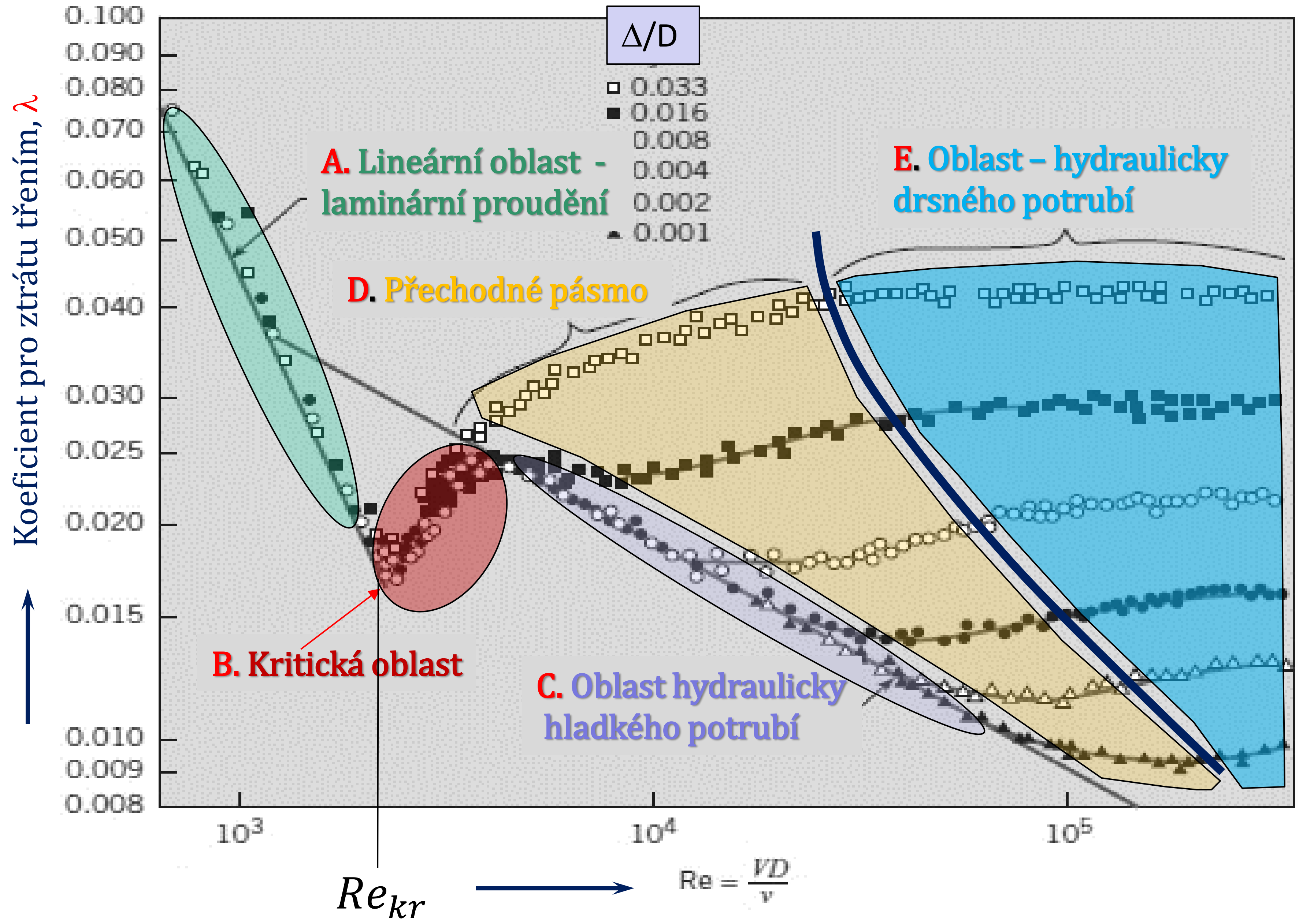
2) ***hydraulická*** drsnost – ekvivalentní písková drsnost o takové výšce výstupků Δ , aby v kvadratické oblasti zůstala ztráta třením shodná s hodnotou na skutečném potrubí

3) ***relativní*** - poměr hydraulické drsnosti a charakter. rozměru

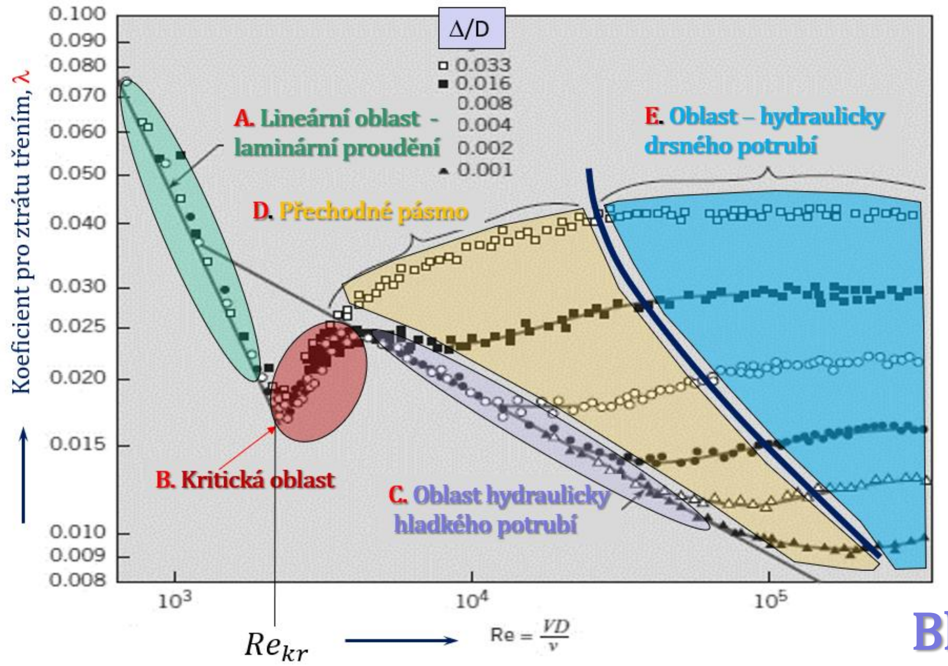
Δ/D , Δ/r, Δ/R, D/Δ …….

δ - laminární podvrstva

Nikuradseho diagram



Johann Nikuradse (1894-1979)



A. Lineární oblast – laminární režim – **Hagen-Poiseuillův zákon** přímka $\lambda = f(Re)$

(až Re =2320) $\lambda = 64/Re$

B. Kritická oblast – přechod lamin. a turb. režim

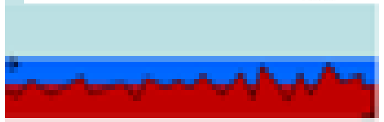
$\lambda = f(Re)$ nestabilita - přechod z lam. do turb. pr. skokem

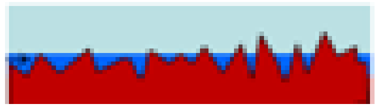
Frenkel $\lambda = 2,7/Re^{0,53}$

C. Oblast hydraulicky hladkého potrubí $(\delta > 5.\Delta)$

Blasiova přímka $\lambda = 0,3164/Re^{0,25}$ Re 4000 ... 10^5

$\lambda = f(Re)$



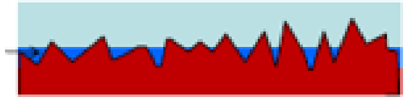


D. Přechodná oblast – ohraničená Blasiovou přímkou a křivkou, na které $(\delta = 5.\Delta)$ **Coolebrook-Whiteův vztah**)

$\lambda = f(Re, r/\Delta)$

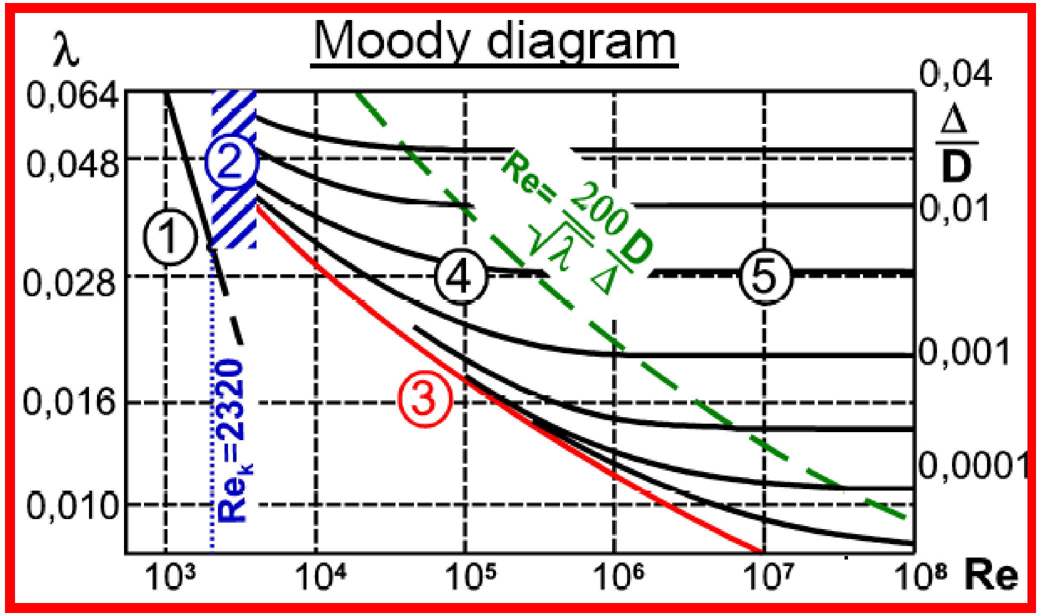
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left[\frac{\Delta}{3,71.D} + \left(\frac{6,81}{Re}\right)^{0,9}\right]$$

$(\delta = \Delta/5)$



E. Oblast kvadratických odporů – **hydraulicky drsné potrubí** – s plně rozvinutým turbulentním prouděním .... $(\delta < \Delta/5)$

Nikuradse $$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\log\left[\frac{3,71\,D}{\Delta}\right]$$ $\lambda = f(r/\Delta)$



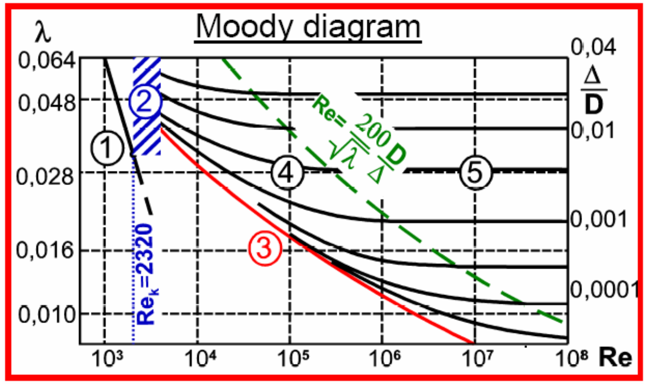
1) **Lineární oblast** – laminární režim – Hagen-Poiseuillův z. ... λ=f(Re)

2) **Kritická oblast** –přechod lam. a turb. pohybu (Re 2300 – 5000) .... λ=f(Re)
nestabilita – přechod z lam. do turb. r. skokem

3) **Hydraulicky hladké potrubí** - $\delta > 5.\Delta$
δ se zmenšuje s rostoucím Re – potrubí může být při malých rychlostech hydr. hl. a při vysokých v hydr. drsné uplatňuje se plně vazkost kapaliny
.... λ=f(Re) Blasiova přímka

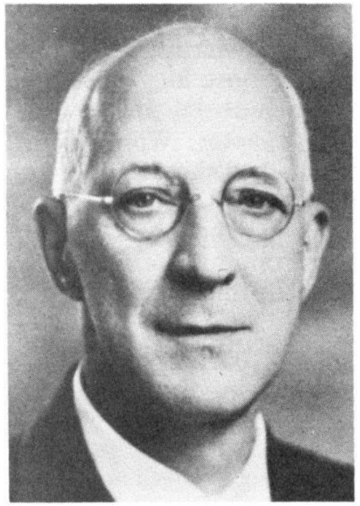
4) **Přechodné pásmo** – ohraničené Blasiovou přímkou a křivkou, na které $\Delta/\delta = 5.$
... λ=f(Re,Δ/D)

5) Oblast kvadratických odporů – **hydraul. drsné potrubí** s plně rozvinutým turb. prouděním $\delta < \Delta/5$
.... λ=f(Δ/D)



TECHNICKÉ PRŮMYSLOVÉ POTRUBÍ

- Odlišná drsnost od rovnorodé pískové drsnosti
- přechodná oblast není zvlněna; náhradní drsnost Δ_n



Lewis Moody, 1944

Pro výpočet technického potrubí Colebrook-White

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left[\boxed{\frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}}} + \boxed{\frac{\Delta}{3{,}7\,D}}\right]$$

Grafické zpracování Moodyho diagram

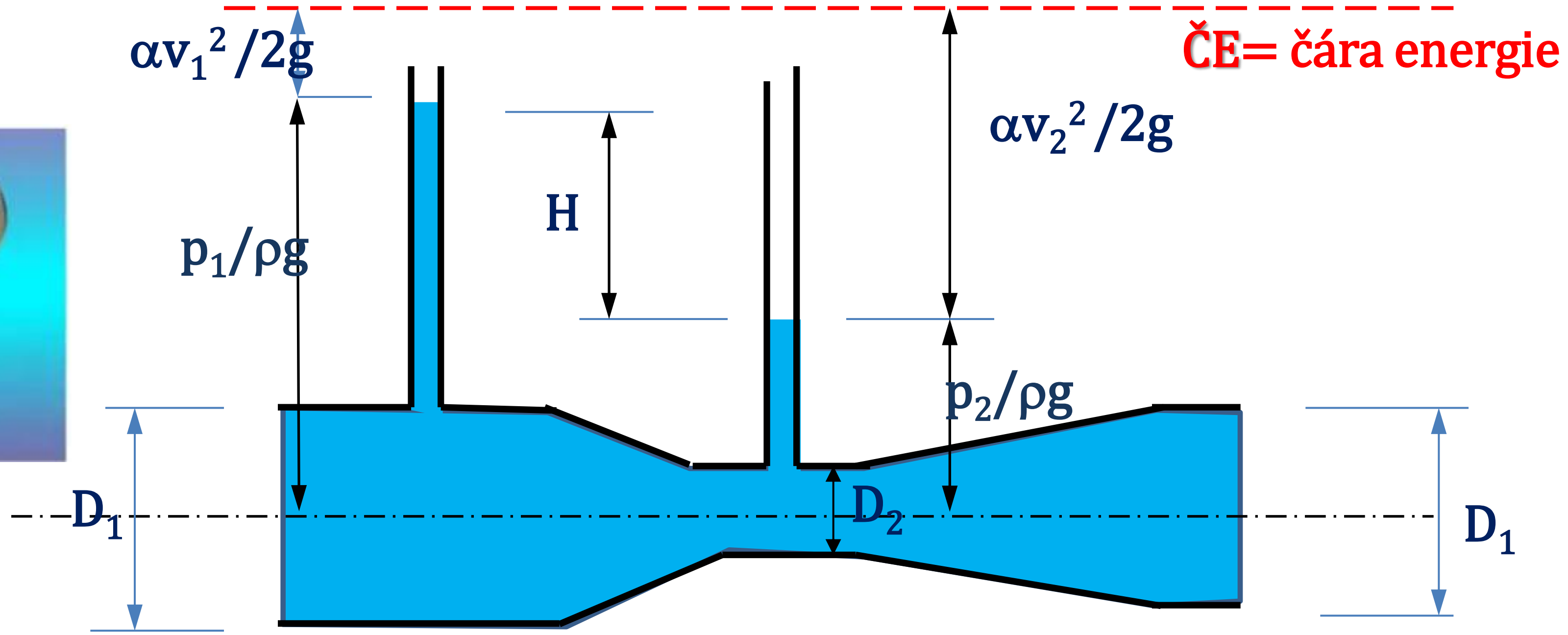
Pro **malé Re** – první člen v závorce převyšuje druhý a 2. člen $\longrightarrow$ 0

Cyril F. Colebrook, 1939

Při **vysokých hodnotách Re** zůstane v závorce jen 2. člen a 1. člen $\longrightarrow$ 0

BERNOULLIHO ROVNICE PRO SKUTEČNOU KAPALINU

VENTURIMETR - *měření průtoku*



$$p_1/\rho g + \alpha v_1^2/2g = p_2/\rho g + \alpha v_2^2/2g$$

$$p_1/\rho g - p_2/\rho g = H = \alpha v_2^2/2g - \alpha v_1^2/2g \qquad (m=S_2/S_1)$$

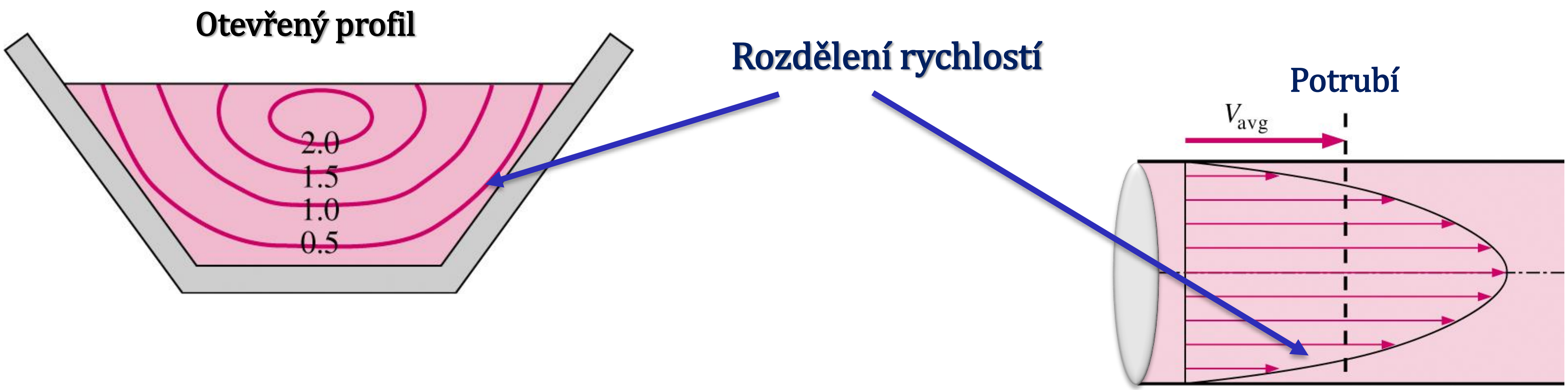
$$Q = v_1 S_1 = v_2 S_2 \qquad v_1 = v_2 \frac{S_2}{S_1} \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{Q = S_2 \mu_v \sqrt{2g\,H}}$$

PROUDĚNÍ V OTEVŘENÝCH PROFILECH

- Je charakterizováno volnou hladinou (s atmosférickým tlakem).

- **Přírodní** : řeky, potoky.

- **Umělé:** zavlažovací (odvodňovací) kanály, kanalizační potrubí, atd..



SROVNÁNÍ PROUDĚNÍ V OTEVŘENÝCH PROFILECH A V POTRUBÍ

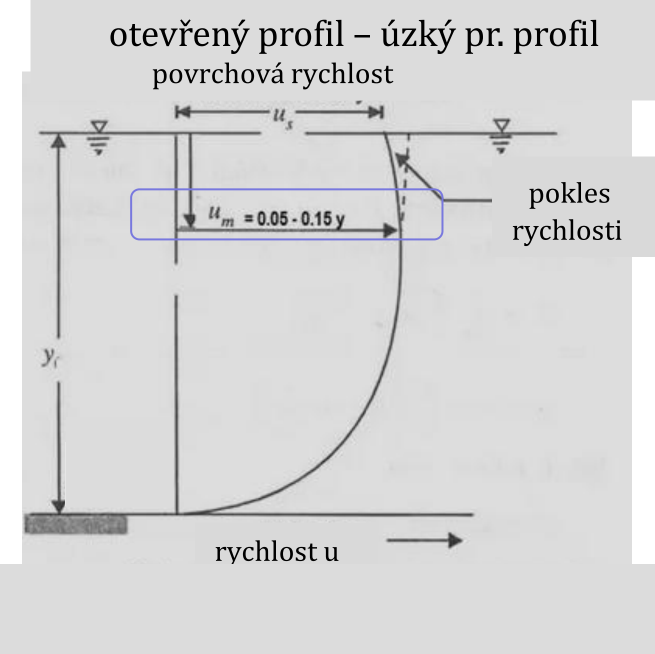
Otevřené profily	Potrubí
Musí být „**volná hladina**“	Bez volné hladiny
Nad volnou **hladinou je atmosférický tlak**	**Hydraulický tlak**
Gravitační síla - proudění	**Tlaková síla** - proudění
TČ – totožná s volnou hladinou	**TČ** –nad (většinou) nebo pod potrubím
Plocha průtočného průřezu – dána **geometrií průřezu a polohou volné hladiny**	**Plocha průtočného průřezu** je dána **rozměry potrubí** (obvykle kruhový průřez)
Relativní drsnost v průtočném profilu **se mění s polohou hladiny**	**Relativní drsnost** je fixována na **druh potrubí a průměr** (poloměr)

PROUDĚNÍ V OTEVŘENÝCH PROFILECH - laminární x turbulentní proudění

- Stejně jako v potrubí závisí režim proudění na Reynoldsově čísle

- $$Re = \frac{\rho\, v\, R_H}{\mu} = \frac{v\, R_H}{\nu}$$

  - kde
    - ρ = měrná hmotnost; μ = dynamická viskozita; ν = kinematická viskozita;
    - v= průměrná rychlost;
    - R_h = hydraulický poloměr

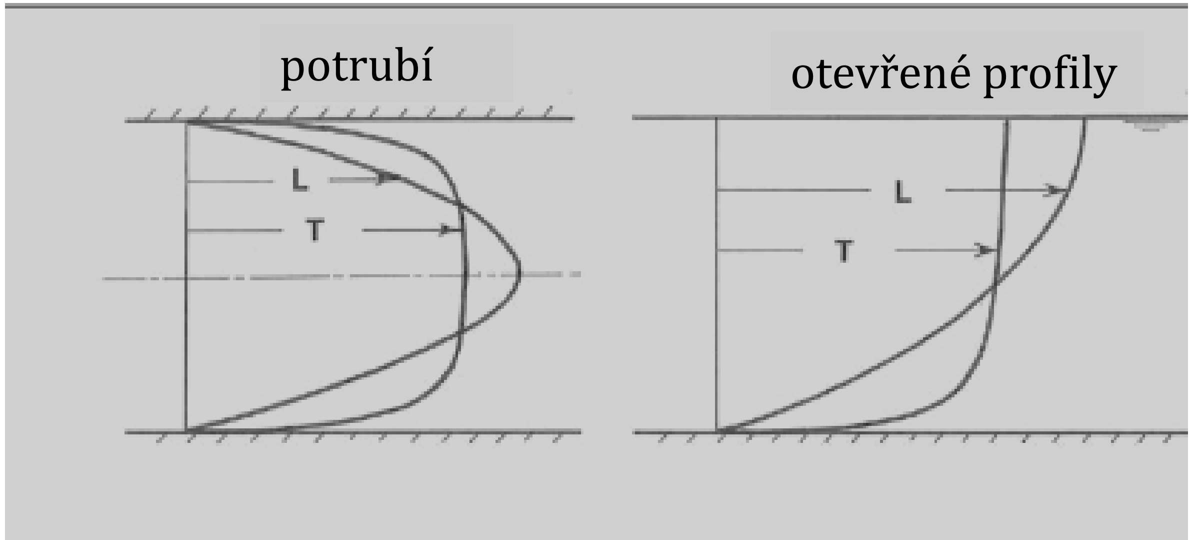


$Re_{KR} = 580$

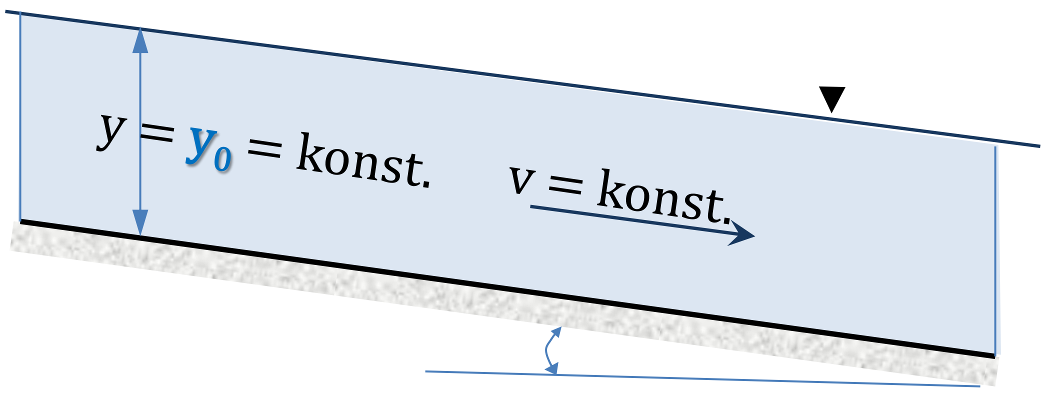
a) Laminární proudění: Re < 580

b) Přechodné proudění: 580-1000

c) Turbulentní proudění: Re > 1000



Normální hloubka – y_0 - *je hloubka při rovnoměrném proudění*



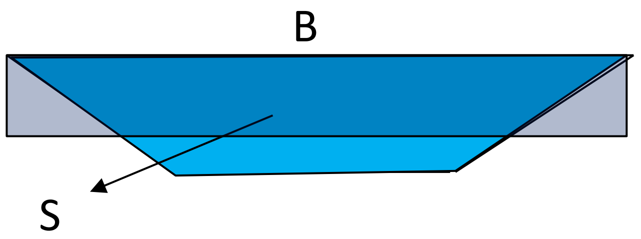
Sklon dna i = konst.

Překážka v korytě vodního toku (např. změna sklonu dna, změna příčného profilu aj. způsobí, že se mění hloubka a dochází ke změně režimu proudění na nerovnoměrné)

Froudovo číslo: je poměr setrvačné a gravitační síly

$$Fr = \frac{v^2}{g \cdot y_s} \qquad Fr_* = \frac{v}{\sqrt{g \cdot y_s}}$$

y_s - střední hloubka v průtočném profilu



$y_s = S/B$

DĚLENÍ PROUDĚNÍ PODLE VELIKOSTI - Froudova čísla

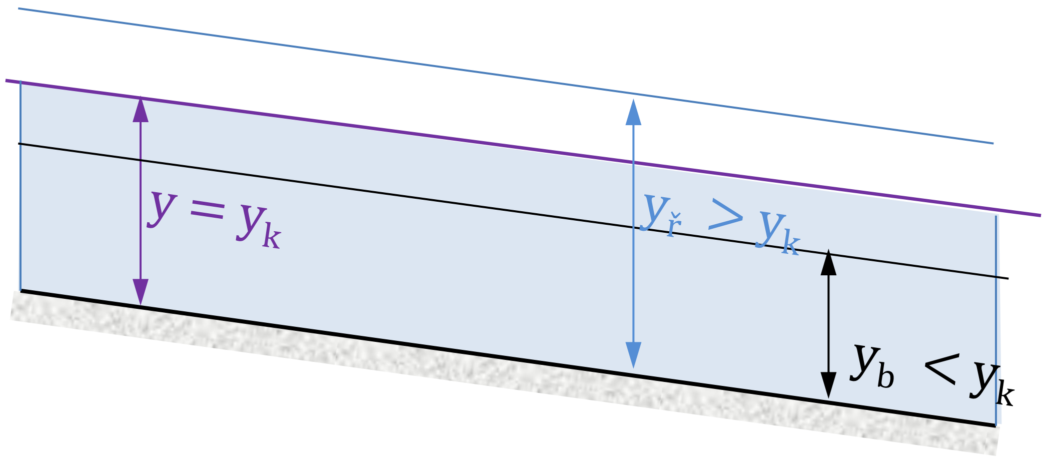
a) **říční** (podkritické) .... menší rychlosti, větší hloubky ($y > y_K$)

Fr < 1

b) **bystřinné** (nadkritické) - .... velké průřezové rychlosti s malými hloubkami ($y < y_K$)

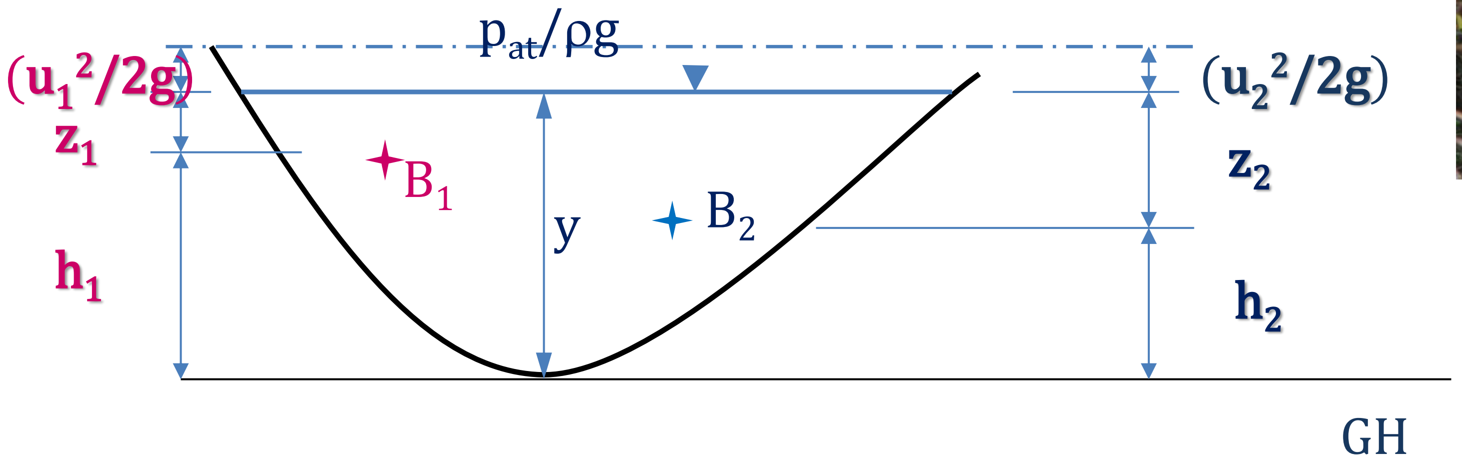
Fr > 1

c) **kritické** .... $y = y_K$; **Fr = 1**



PROUDĚNÍ IDEÁLNÍ KAPALINY S VOLNOU HLADINOU

Energetická výška průřezu



$$E_1 = h_1 + (p_1/\rho_1.g) + (u_1^2/2g) = h_1 + z_1 + (u_1^2/2g) = \mathbf{y + (u_1^2/2g)}$$

$$E_2 = h_2 + (p_2/\rho_2.g) + (u_2^2/2g) = h_2 + z_2 + (u_2^2/2g) = \mathbf{y + (u_2^2/2g)}$$

PRO CELÝ PRŮŘEZ:

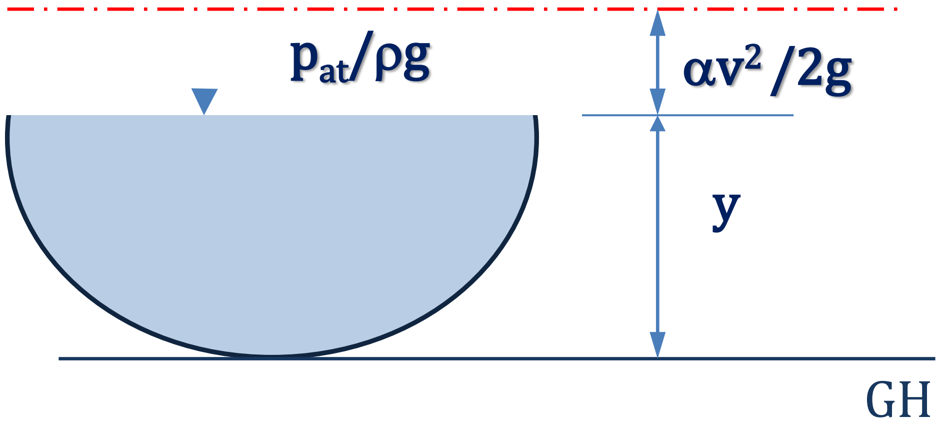
Použijeme-li rovnici kontinuity

$$\mathbf{E = y + (\alpha v^2/2g)} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{E = y + (\alpha Q^2/2g\,S^2)}$$

Měrná (specifická) **energie průřezu** - množství energie, které náleží jednotce tíže kapaliny, protékající určitým průřezem, vztažené k nejnižšímu bodu průřezu.

$$E_D = y + \frac{\alpha\, v^2}{2g} = y + \frac{\alpha\, Q^2}{2\, g\, S^2}$$

y - hloubka v nejnižším bodě dna průtoč. průřezu



DEFINICE KRITICKÉHO POHYBU

Kritické proudění

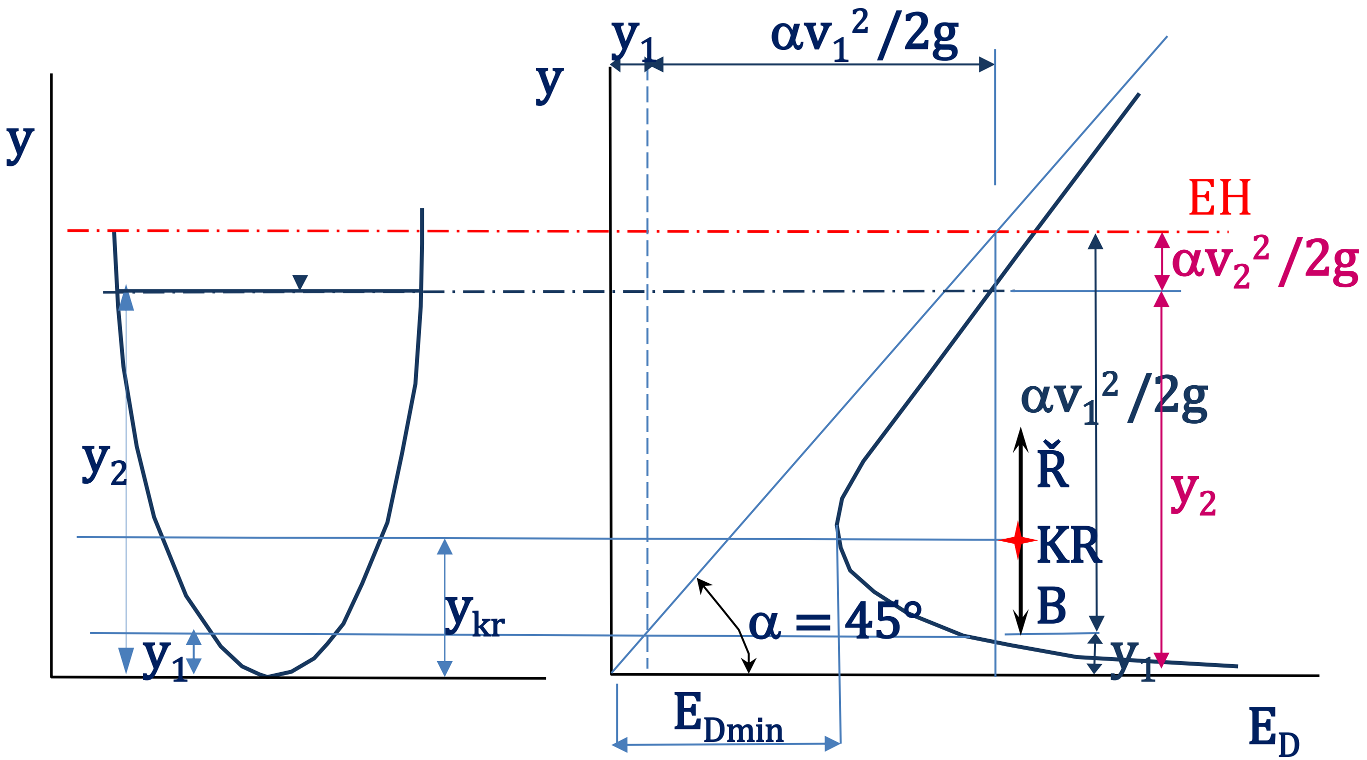
A) - je proudění, při kterém protéká daným průtočným průřezem konst. množství vody (**Q = konst.**) s vynaložením minima energie ($E_D = E_{Dmin}$).

B) - proudění, při kterém průtočným průřezem při dané měrné energii průřezu E_d (E_d = **konst.**), protéká maximální průtok (Q_{max})

VÝSKYT KRIT. HLOUBKY: stupeň ve dně; změna sklonu dna; přepad přes jez

Určení kritické hloubky y_k

Definice A - kritického proudění tj. **Q= konst**. a $\mathbf{E_D = E_{Dmin}}$



URČENÍ KRIT. HLOUBKY y_K : Z PODM. MINIMA FUNKCE

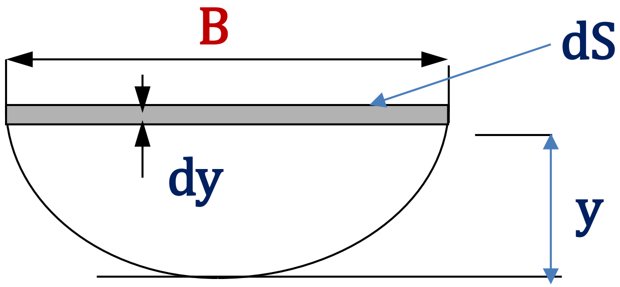
Definice A

$$E_D = y + \frac{\alpha\, v^2}{2g} = \mathbf{y} + \frac{\boldsymbol{\alpha}\, \mathbf{Q}^2}{\mathbf{2\, g\, S}^2}$$

Z podmínky minima funkce

$$\frac{dE_D}{dy} = \mathbf{0}$$

$$0 = 1 - \frac{\alpha Q^2 \frac{dS}{dy}}{g\, S^3}$$

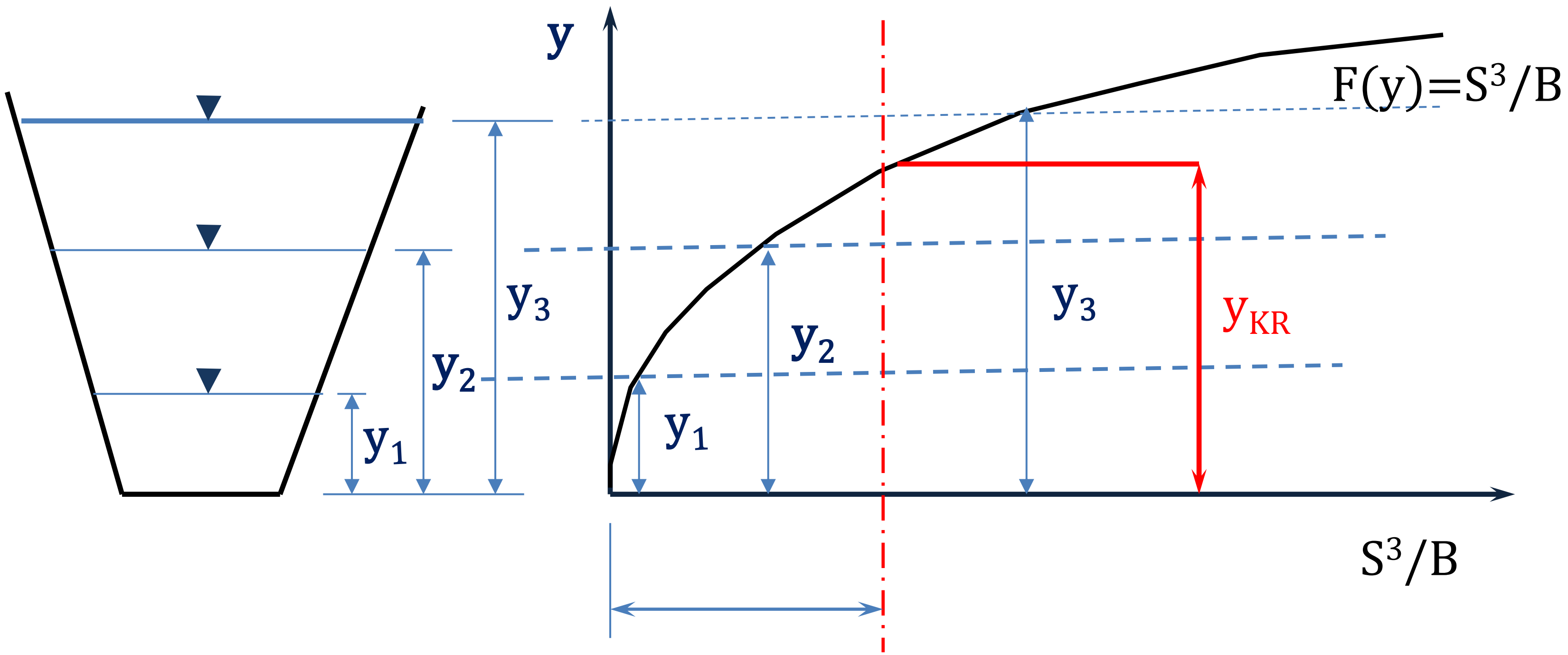


$$\mathbf{B = dS/dy}$$

$$0 = 1 - \frac{\alpha\, Q^2 B}{g\, S^3} \quad \Longrightarrow \quad \frac{S_K^3}{B_K} = \frac{\alpha Q^2}{g}$$

URČENÍ KRIT. HLOUBKY U OBECNÉHO PROFILU

a) pomocí $E_D = f(y)$
b) " S^3/B



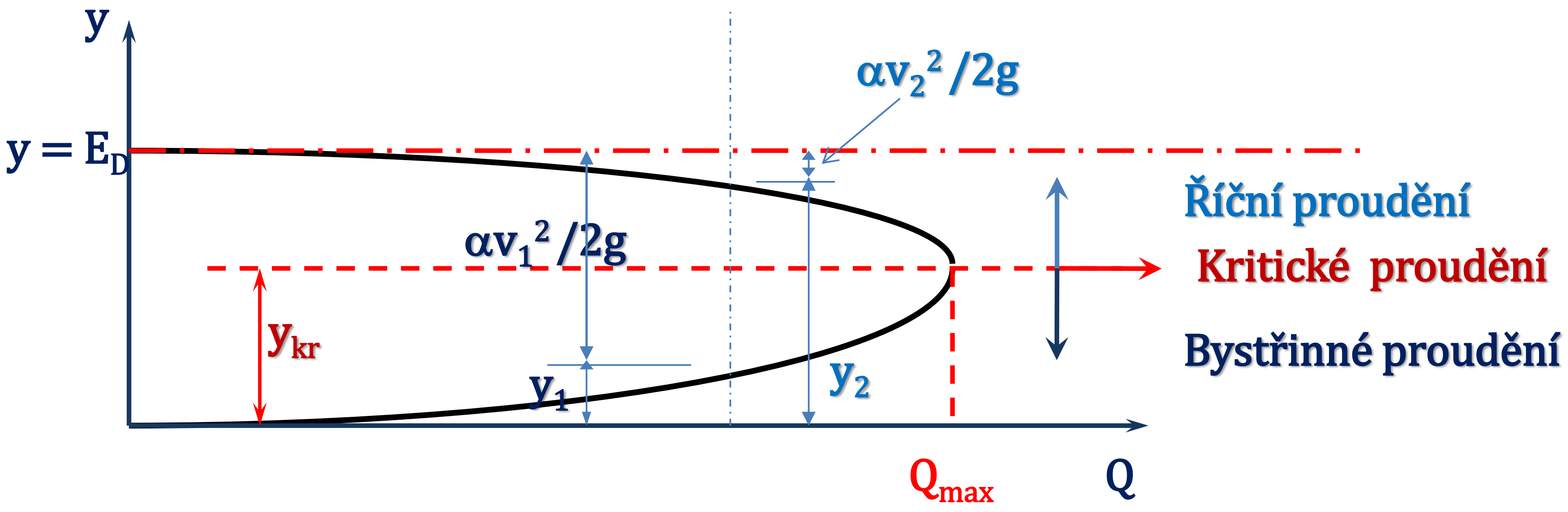
$$S_K{}^3/B_K = \alpha Q^2/g$$

URČENÍ KRIT HLOUBKY (dle druhé definice)- y_k

Dle **definice B** -kritického proudění $E_D = \text{konst.}$ ………. $Q = Q_{max}$

Kochova křivka (parabola průtoku)

$$E_D = y + \frac{\alpha\, v^2}{2g} = y + \frac{\alpha\, Q^2}{2\, g\, S^2} \quad \Longrightarrow \quad Q = S\sqrt{\left(\frac{1}{\alpha}\right).2g.\left(E_D - y\right)}$$



Proudění s volnou hladinou
(v otevřených profilech)

Rovnoměrné proudění v otevřených profilech

Q = konst. v = konst. $\Rightarrow$ S = konst. y = konst.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = 0 \;; \qquad \frac{\partial Q}{\partial x_i} = 0 \;; \qquad \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \;; \qquad \frac{\partial v}{\partial x_i} = 0 \;;$$

Dělení koryt vodních toků podle tvaru průtočného profilu :

prizmatické kanály - konst. geometrické vlastnosti po délce toku

neprizmatické kanály → **pravidelné** proměnný tvar po délce, změny lze matematicky definovat jako fce S resp. O

→ **nepravidelné**

přirozená koryta - nepravidelný tvar měnící se po délce toku

Dělení průtočných průřezů kanálů a vodních koryt

jednoduché (obdélník, trojúhelník, lichoběž. ...)

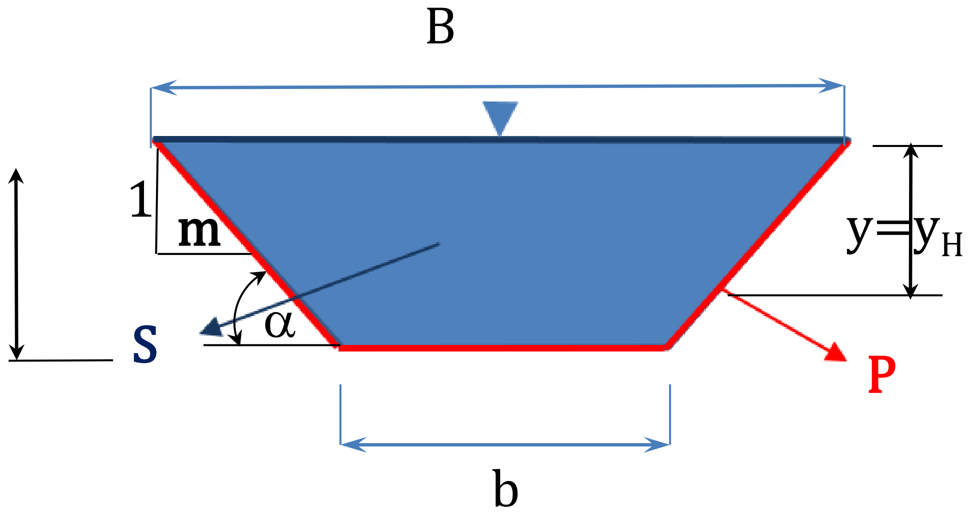
složené (kromě dna lze nalézt ještě jednu vodorovnou část)

přirozené

Charakteristiky používané při výpočtech rovnoměrného proudění s volnou hladinou

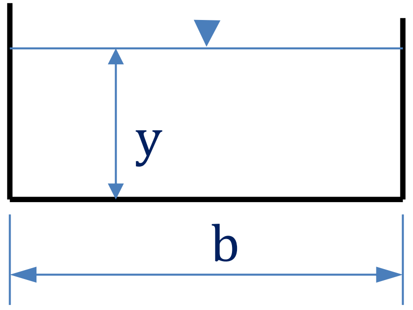
a) **Geometrické charakteristiky**
b) **Hydraulické charakteristiky**

Základní geometrické charakteristiky



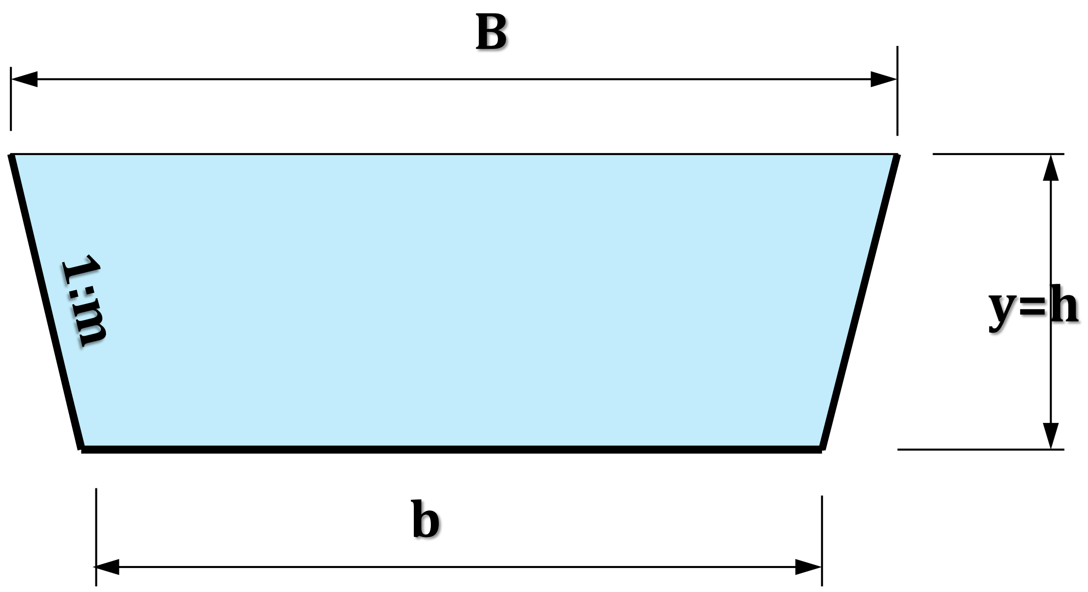
- rozměry průtokového profilu (**šířka ve dně**, **šířka v hladině**, **sklon svahů**, **průměr** atd.)
- průtočná plocha ... **S**
- omočený obvod ... **O**
- hydraulický poloměr ... **R**
- šířka v hladině ... **B**
- podélný sklon ... **i**
- hloubka ... **y**

Obdélníkový profil :



$S = b.y$; $O = b + 2.y$; $B=b$

Lichoběžníkový profil



Plocha průtočného profilu $$S = (b + mh)h$$

Omočený obvod $$O = b + 2h\sqrt{1 + m^2}$$

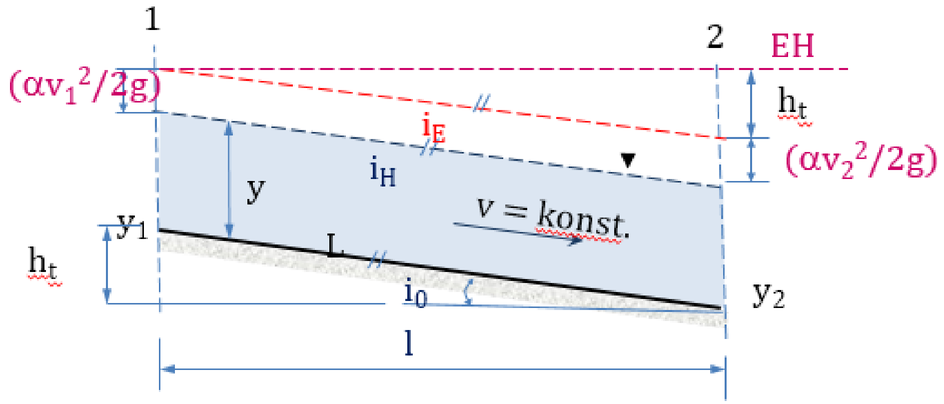
Šířka v hladině $$B = b + 2mh$$

Hydraulický poloměr

$$R = \frac{S}{O} = \frac{(b + mh)h}{b + 2h\sqrt{1 + m^2}}$$

Otevřené profily - rovnice rovnoměrného proudění – Chézyho rovnice

Výpočet ztrát třením – **Darcy-Weisbachova rovnice**



$$\boldsymbol{D = 4R} \qquad \boldsymbol{h_t = \lambda \frac{L}{R} \frac{v^2}{8\,g}}$$

Odkud vyjádříme rychlost:

$$\boldsymbol{v} = \sqrt{\frac{8\,g}{\lambda}\, R\, \frac{h_t}{L}} \qquad \frac{h_t}{L} \rightarrow \boldsymbol{i_E}$$

$$\sqrt{\frac{8\,g}{\lambda}} = \boldsymbol{C}$$

$$\boldsymbol{v = C\sqrt{R\, i_E}}$$

Chézyho rovnice

Pro rovnoměrné proudění $\boxed{\mathbf{v = C\sqrt{R\, i_0}}}$!!!!!

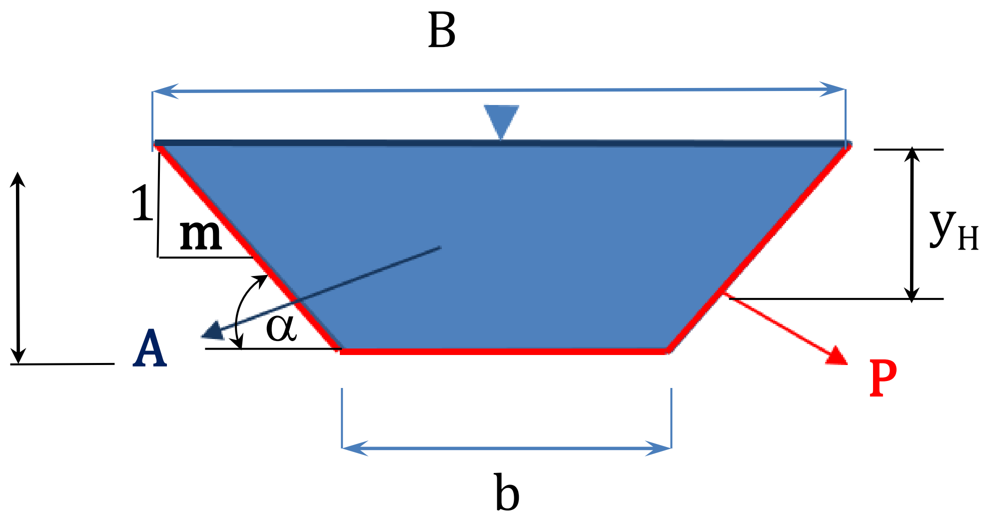
$$\mathbf{i_0 = i_{TČ} = i_E}$$

Rovnice kontinuity pro ustálené $\boldsymbol{Q = v.S}$

Rovnice kontinuity + **Chézyho rovnice** …. Pro průtok platí vztah $\boldsymbol{Q = C\, S\sqrt{R\, i_0}}$

Hydraulické charakteristiky:

stupeň drsnosti ... n
rychlostní součinitel (Chezyho) ... C ($m^{1/2}.s^{-1}$)
střední průřezová rychlost ... v
průtok ... Q



CHEZYHO ROVNICE

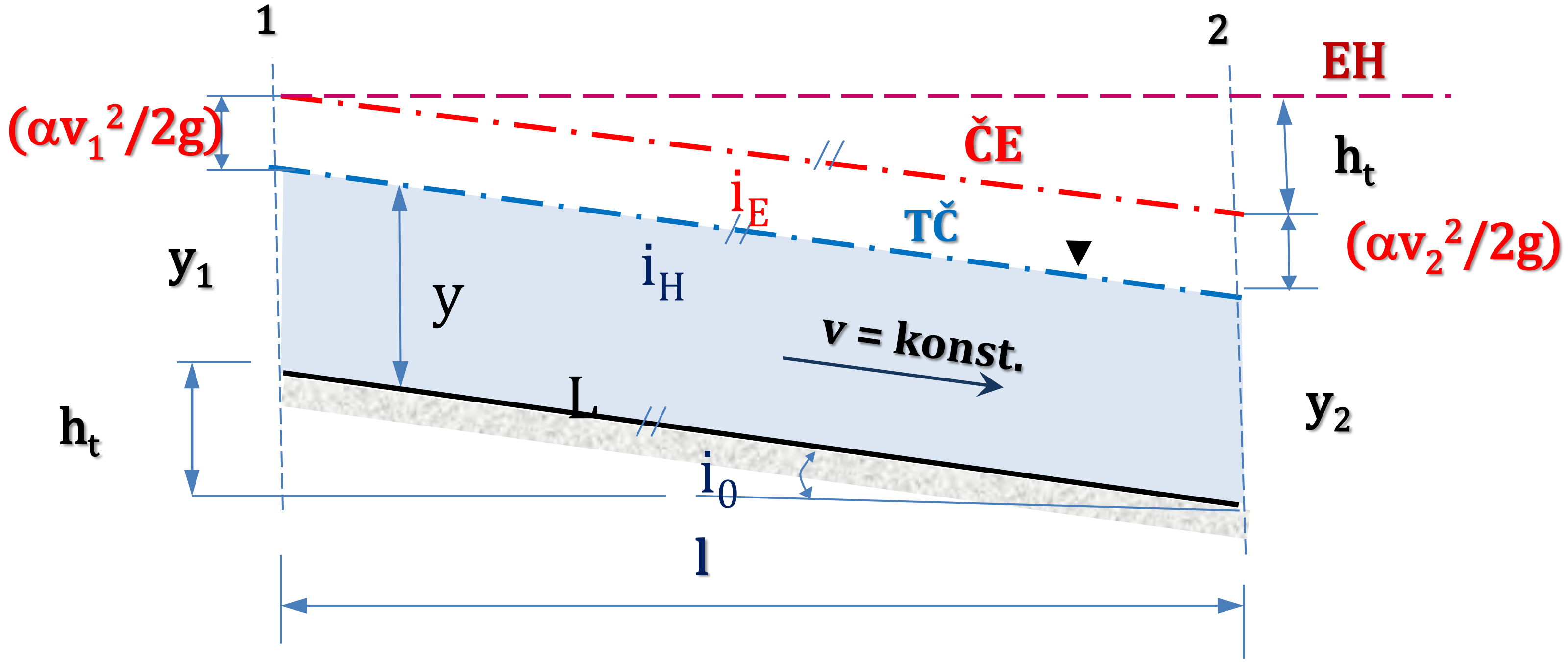
$$v = C\sqrt{Ri_0}$$

Použitím rovnice kontinuity $Q = v \,.\, S$

$$Q = CS\sqrt{Ri_0}$$

Stupeň drsnosti - n - pro dané poměry z tabulek
Chezyho rychlostní součinitel "C" (z empirických vztahů):

Rovnoměrné proudění v otevřených profilech



Pro rovnoměrné proudění platí: $Q = \text{konst.}$ $S = \text{konst.}$ $v = \text{konst.}$

sklon dna, i_0 = sklon hladiny, $i_{TČ}$ = konst. = sklonu ČE, i_E

Chézyho rychlostní součinitel

Manning

$$\boxed{C = \frac{1}{n} R^{1/6}}$$

Pavlovský

$$\boxed{C = \frac{1}{n} R^{y}}$$

$$p = 2.5\sqrt{n} - 0.13 - 0.75\sqrt{R}\left(\sqrt{n} - 0.1\right)$$

Pro R >1 ... $y = 1,3 . \sqrt{n}$

Pro R <1 ... $y = 1,5 . \sqrt{n}$

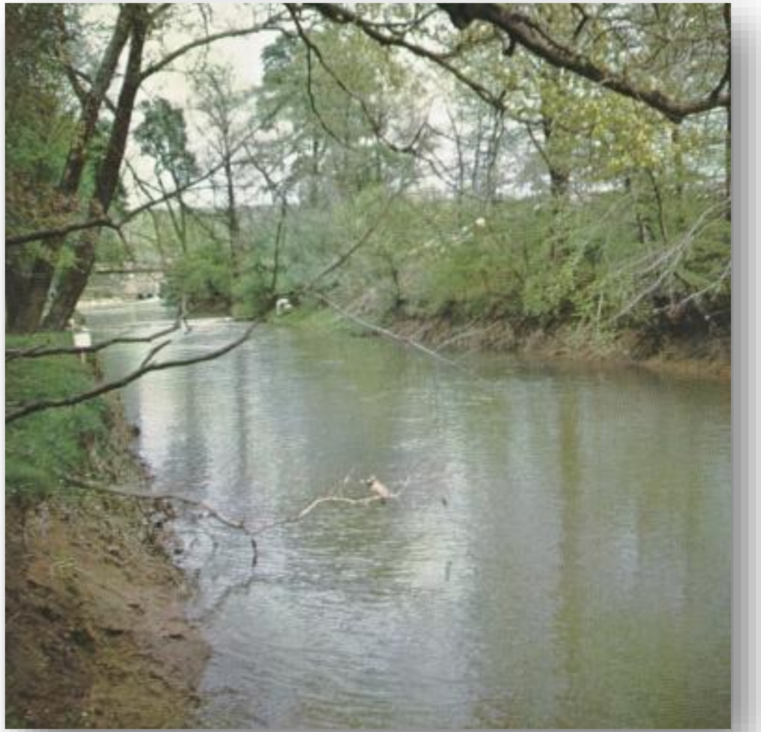
Martinec

(!! platí pro střední specif. průměr zrna d_S)

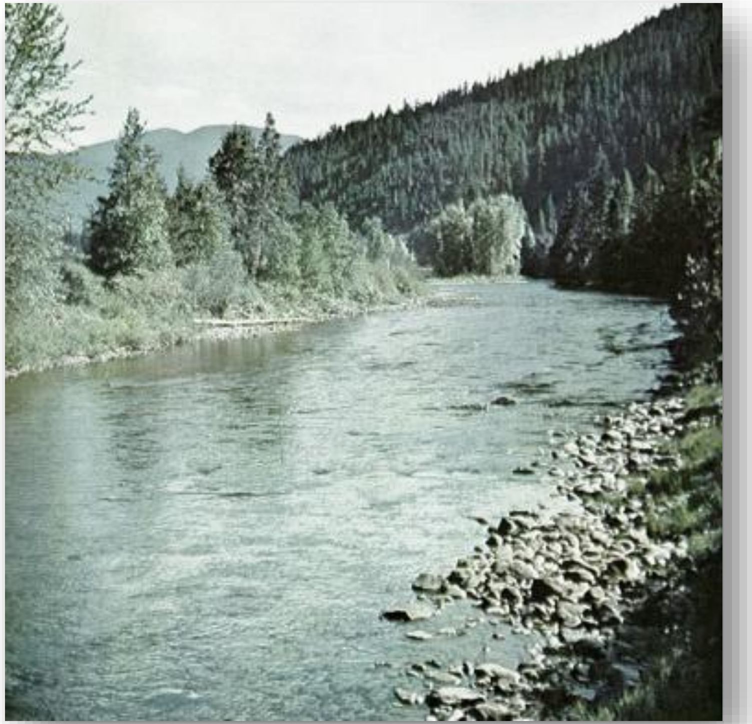
$$\boxed{C = 17,72\left(\log\frac{R}{d_s} + 0,77\right)}$$

d_S - specifický průměr zrna – zjištění sítovým rozborem

Manningův součinitel drsnosti ... n

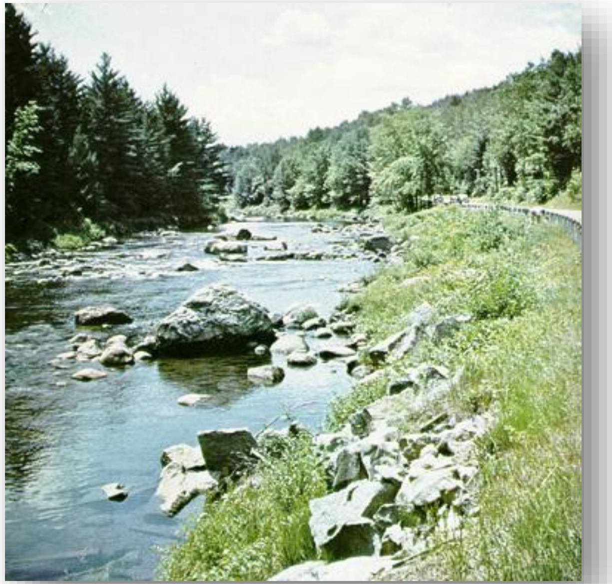


n=0,026

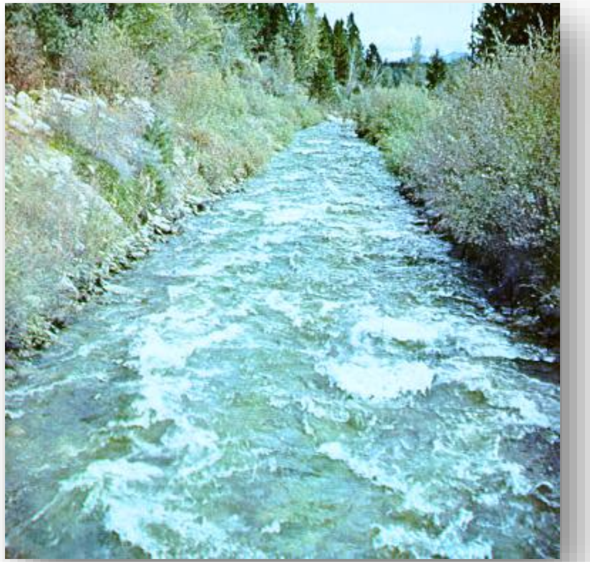


n=0,038

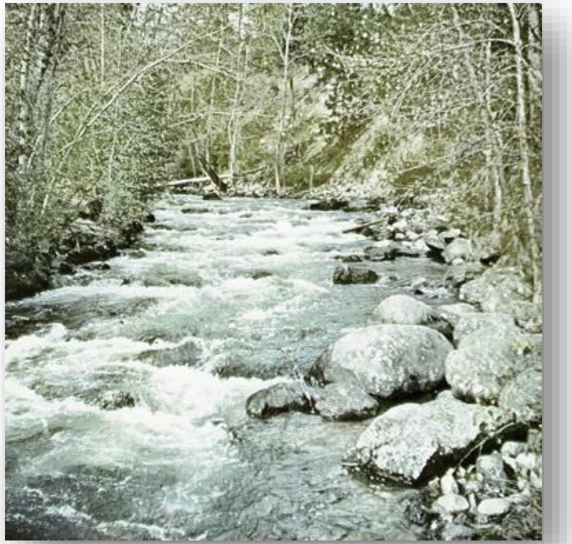
Manningův součinitel drsnosti … n



n=0,055



n=0,06

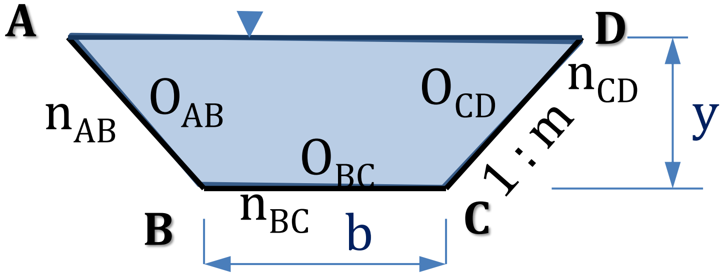


n=0,075

JEDNODUCHÉ PROFILY

- takový tvar průt. průřezu, kde se kromě dna nevyskytují delší vodorovné části omočeného obvodu (obdélník atd.), není-li po obvodu stejná drsnost :

Lichoběžníkový profil



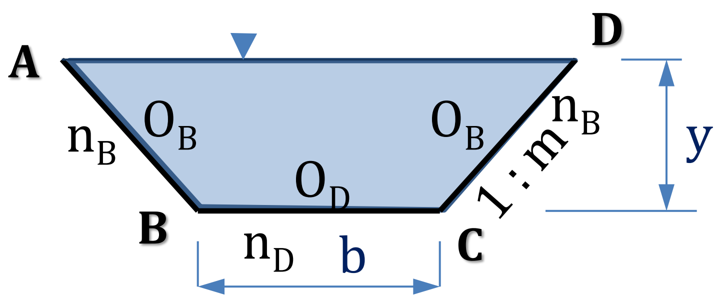
$$\bar{n} = \frac{n_{AB} .\ O_{AB} + n_{BC} .\ O_{BC} + n_{B} .\ O_{CD}}{O_{AB} + O_{BC} + O_{CD}}$$

$$\bar{n} = \frac{n_1 .\ O_1 + n_2 .\ O_2 + \ldots\ldots + n_i .\ O_i}{O_1 + O_2 + \ldots\ldots + O_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i . O_i}{\sum_{i=1}^{n} O_i}$$

Základní úlohy rovnoměrného proudění

a) **Určení průtoku**, **Q**
b) **Výpočet podélného sklonu**, i_0
c) **Výpočet drsnosti**, **n** – průměrné, na dané části omočeného obvodu
d) **Určení hloubky**, **y** ... graficko-početně (konzumční křivka tj. závislost Q(y))
e) **Určení šířky ve dně**, **b** (Q(b))

Lichoběžníkový profil

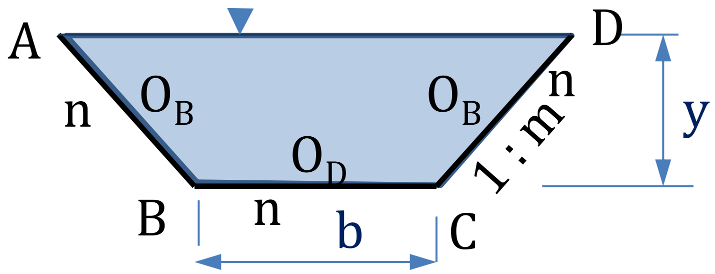


Základní úlohy rovnoměrného proudění

a) Určení Q

Dáno: n, i_0, y, m, b

Lichoběžníkový profil



Postup

1) **Určení odvozených geometrických parametrů**

$$S = (b + m \cdot y) \cdot y \,; \quad O = b + 2 \cdot y\sqrt{1 + m^2} \,; \quad R = \frac{S}{O};$$

2) **Výpočet Chézyho rychlostního součinitele**

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6}$$

3) **Výpočet průtoku** Q

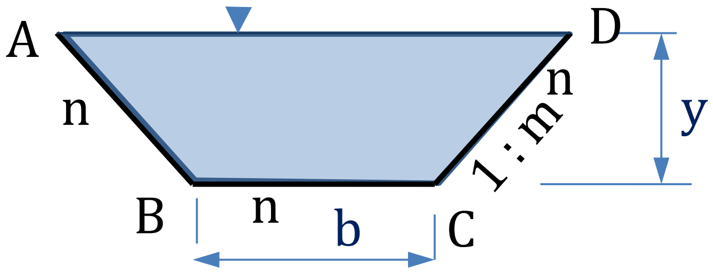
$$Q = C\, S\sqrt{R\, i_0}$$

Základní úlohy rovnoměrného proudění

b) Výpočet podélného sklonu i_0

Dáno: Q, n, y, m, b

Lichoběžníkový profil



Postup

1) Určení odvozených geometrických parametrů

$$S = (b + m \,.\, y).\, y \,; \quad O = b + 2 \,.\, y\sqrt{1 + m^2} \,; \quad R = \frac{S}{O} \,;$$

2) Výpočet Chézyho rychlostního součinitele

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6}$$

3) Výpočet podélného sklonu dna i_0

$$Q = C\,S\sqrt{R\,i_0} \longrightarrow i_0 = \frac{Q^2}{C^2\,S^2 R}$$

Základní úlohy rovnoměrného proudění

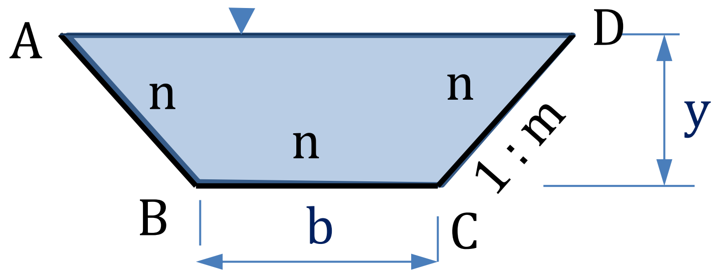
c) Výpočet drsnosti, n

Dáno: Q, y, i_0, m, b

Postup

1) Určení odvozených geometrických parametrů

Lichoběžníkový profil



$$S = (b + m\,.\,y).\,y\,; \quad O = b + 2\,.\,y\sqrt{1 + m^2}\,; \quad R = \frac{S}{O};$$

2) Stanovení Chézyho rychlostního součinitele, C

$$Q = C\, S\sqrt{R\, i_0} \longrightarrow C = \frac{Q}{S\sqrt{R\, i_0}}$$

3) Výpočet stupně drsnosti, n

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} \longrightarrow n = \frac{1}{C} R^{1/6}$$

Základní úlohy rovnoměrného proudění

c2) Výpočet drsnosti, n_B

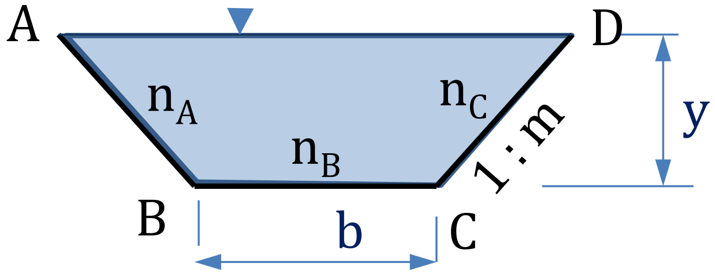
Dáno: n_A, n_C, m, i_0, Q, y

Postup:

1) Určení odvozených geometrických parametrů

$$S = (b + m\,.\,y)\,.\,y\,; \quad O = b + 2\,.\,y\sqrt{1+m^2}\,; \quad R = \frac{S}{O}\,;$$

Lichoběžníkový profil



2) Stanovení Chézyho součinitele, C

$$Q = \boldsymbol{C}\, S\sqrt{R\, i_0} \longrightarrow C = \frac{Q}{S\sqrt{R\, i_0}}$$

3) Výpočet průměrného stupně drsnosti, n_{pr}

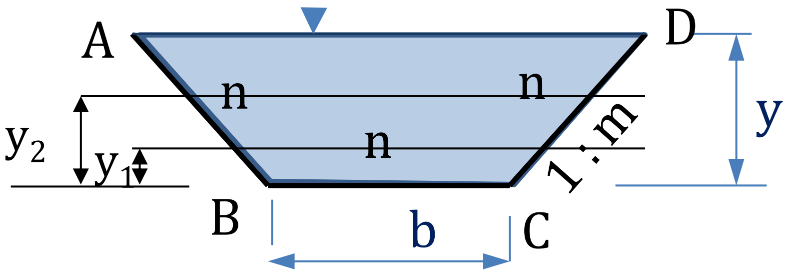
$$C = \frac{1}{n_{pr}}\, R^{1/6} \longrightarrow \boldsymbol{n_{pr}} = \frac{1}{C}\, R^{1/6}$$

4) Výpočet stupně drsnosti, n_B

$$n_{pr} = \frac{AB\,.\,n_A + BC\,.\,\boldsymbol{n_B} + CD\,.\,n_C}{AB + BC + CD} \longrightarrow \mathbf{n_B}$$

Základní úlohy rovnoměrného proudění

Lichoběžníkový profil



d) **Určení hloubky, y** ... **graficko-početně** (konzumční křivka tj. závislost Q(y))

Dáno: Q_Z , n, m, b, i_0,

Postup:

Volba **y** – $\mathbf{y_1}$, $\mathbf{y_2}$, $\mathbf{y_3}$ .... $\mathbf{y_n}$.

1) Určení odvozených geometrických parametrů

$$S_{1..n} = (b + m.\boldsymbol{y_{1..n}}).\boldsymbol{y_{1..n}} \qquad O_{1..n} = b + 2.\boldsymbol{y_{1..n}}\sqrt{1+m^2} \qquad R_{1..n} = \frac{S_{1..n}}{O_{1..n}}$$

2) Výpočet Chézyho rychlostního součinitele

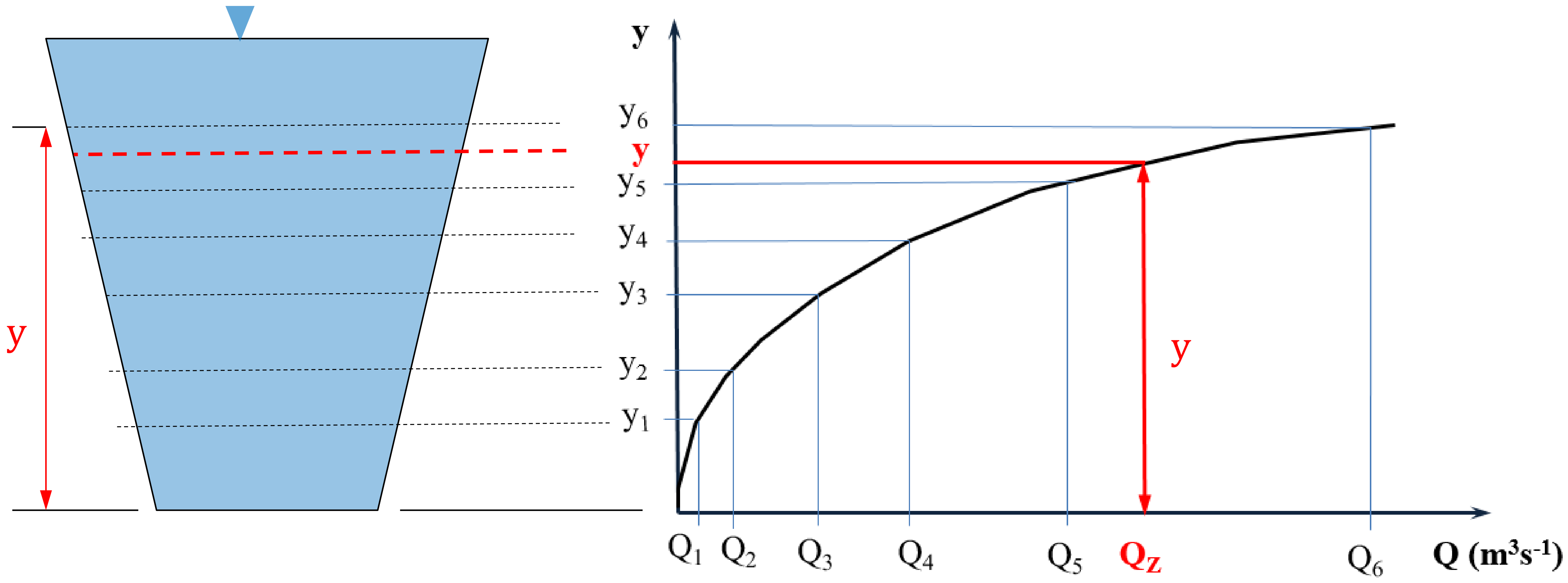
$$C_{1..n} = \frac{1}{n} R_{1,..n}^{1/6}$$

3) Výpočet průtoků $Q_{1..n}$

$$\boldsymbol{Q_{1..n}} = C_{1..n} S_{1..n} \sqrt{R_{1..n} i_0}$$

Základní úlohy rovnoměrného proudění

d) Určení hloubky y ... **Grafická část** (**konzumční křivka** (měrná křivka profilu) tj. závislost Q(y))



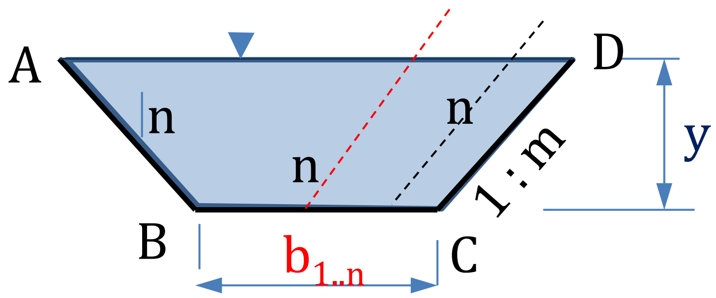
Měrná křivka profilu (**konsumpční**, **konzumční**)

Základní úlohy rovnoměrného proudění

e) Určení šířky ve dně b (Q(b))

Dáno: Q, n, y, m, n, b

Lichoběžníkový profil



Postup

Volba b – b_1 , b_2 , b_3 .... b_n.

1) Určení odvozených geometrických parametrů

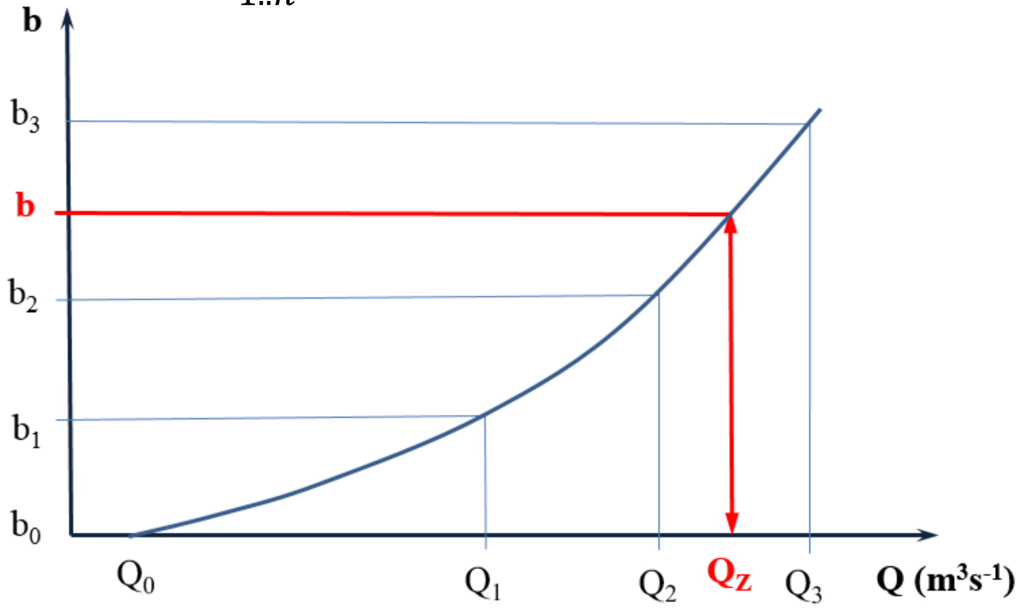
$$S_{1..n} = (\boldsymbol{b_{1..n}} + m.y).y \qquad O_{1..n} = \boldsymbol{b_{1..n}} + 2.y\sqrt{1+m^2} \qquad R_{1..n} = \frac{S_{1..n}}{O_{1..n}}$$

2) Výpočet Chézyho rychlostního součinitele

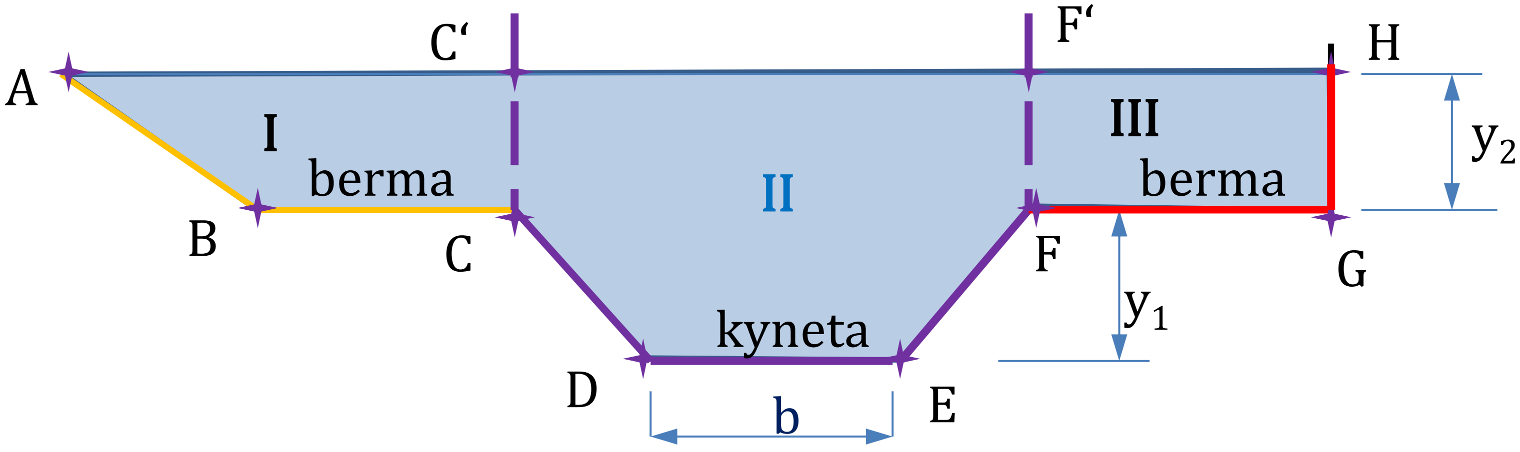
$$C_{1..n} = \frac{1}{n} R_{1,..n}^{1/6}$$

3) Výpočet průtoků $Q_{1..n}$

$$\boldsymbol{Q_{1..n}} = C_{1..n} S_{1..n} \sqrt{R_{1..n} i_0}$$



Výpočet složených profilů



Složený profil řešíme jako součet jednoduchých profilů

$$Q = Q_I + Q_{II} + Q_{III}$$

!! U části II do omočeného obvodu připočítáváme svislice **CC´** a **FF´**
!! na svislicích **CC´** a **FF´** bereme stejný stupeň drsnosti jako v hlubší části tj. v kynetě