USTÁLENÉ PROUDĚNÍ V OTEVŘENÝCH KORYTECH

Nerovnoměrné proudění

Vzniká všude tam, kde nejsou zajištěny podmínky pro vznik rovnoměrného proudění, tj.:

a) v prizmarických korytech - kde se mění sklon dna, drsnost koryta, ve dně koryta jsou vytvořeny stupně, nebo je ve vodním toku nějaká překážka (překážkou se mohou rozumět např i jezy, pilíře mostů a pod.)

b) v neprizmatických korytech (např. v přirozeném korytě, nebo v korytě, které se s délkou rozšiřuje či zužuje).

Obecná diferenciální rovnice ustáleného nerovnoměrného proudění je odvozena z Bernoulliho rovnice pro elementární úsek proudu dL ve vzdálenosri L od počátečního profilu:

$$\frac{dy}{dL} = i_o - i_E - \frac{\alpha}{2g}\frac{d\left(v^2\right)}{dL}$$

Po její úpravě (pro v = Q/S; S = S(y; b)) vyjde:

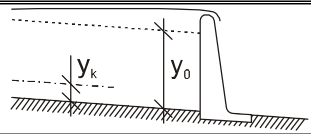
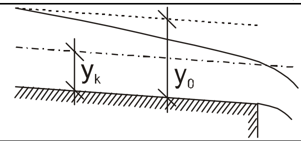
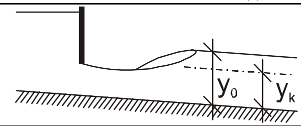
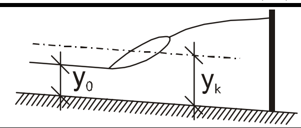
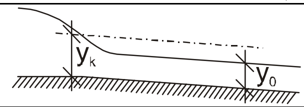
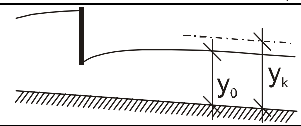
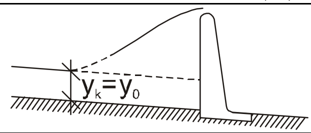
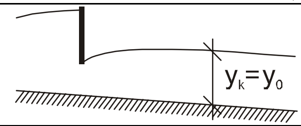
$$\frac{dy}{dL} = \frac{i_o - \dfrac{Q^2}{C^2 S^2 R}\left(1 - \dfrac{\alpha C^2 R}{gS}\dfrac{\partial S}{\partial b}\dfrac{db}{dL}\right)}{1 - \left(\dfrac{\alpha Q^2}{g}\dfrac{B}{S^3}\right)}$$

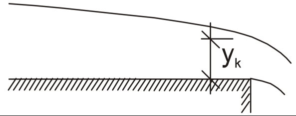
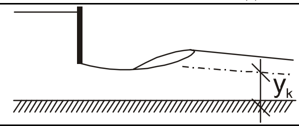
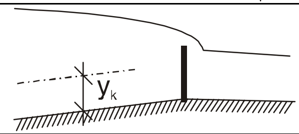
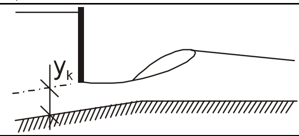
Pro prizmarická koryta je průtočná plocha S pouze funkcí hloubky y a db/dL = 0:

$$\frac{dy}{dL} = \frac{i_o - \dfrac{Q^2}{C^2 S^2 R}\left(1 - \dfrac{\alpha C^2 R}{gS}\dfrac{\partial S}{\partial b}\dfrac{db}{dL}\right)}{1 - \dfrac{\alpha Q^2 B}{gS^3}} = i_o \frac{1 - \dfrac{C_o^2 S_o^2 R_o}{C^2 S^2 R}}{1 - \dfrac{\alpha Q^2 B}{gS^3}} = i_o \frac{1 - \left(\dfrac{K_o}{K}\right)^2}{1 - Fr^2}$$

Když dy/dL > 0, popisuje rovnice **křivky vzdutí** - hloubka ve směru pohybu roste
dy/dL < 0, popisuje rovnice **křivky snížení** - hloubka ve směru pohybu klesá.

Tvary hladin při nerovnoměrném proudění v prizmatických korytech jsou uvedeny

Sklon dna	Hloubky	$\frac{dy}{dL}$	Hloubka ve směru proudu	Typ	Charakter proudění	Tvar hladiny
$0 < i_o < i_k$	$y > y_o > y_k$	+	roste	a_1	říční	
	$y_o > y > y_k$	-	klesá	b_1	říční	
	$y_o > y_k > y$	+	roste	c_1	bystřinný	
$i_o > i_k > 0$	$y > y_k > y_o$	+	roste	a_2	říční	
	$y_k > y > y_o$	-	klesá	b_2	bystřinný	
	$y_k > y_o > y$	+	roste	c_2	bystřinný	
$i_o = i_k$	$y > y_k = y_o$	+	roste	a_3	říční	
	$y_k = y_o > y$	+	roste	c_3	bystřinný	

Sklon dna	Hloubky	$\frac{dy}{dL}$	Hloubka ve směru proudu	Typ	Charakter proudění	Tvar hladiny
$i_o = 0$ $y_o = \infty$	$y > y_k$	-	klesá	b_4	říční	
	$y < y_k$	+	roste	c_4	bystřinný	
$i_o < 0$ $y_o = \infty$	$y > y_k$	-	klesá	b_5	říční	
	$y < y_k$	+	roste	c_5	bystřinný	

Řešení rovnice nerovnoměrného proudění přímou integrací obecné diferenciální rovnice je možné pouze pro prizmatická koryta (řešení Bachmetěva - 1912, Pavlovského - 1924, Ven Te Chowa - 1959). Při těchto způsobech řešení je však třeba používat buď speciální tabulky, nebo počítat některé pomocné veličiny potřebné k řešení. Navíc tam, kde se tvar hladiny mění relativně rychle, je nutné v rámci přesnosti výpočtu volit dostatečně krátké úseky, ve kterých lze skutečný průběh změny dy/dL vyjádřit dostatečně přesně (srovnej s metodou po úsecích). Rovněž není možno zahrnout do výpočtu proměnlivost Coriolisova čísla a v jednotlivých průtočných profilech.

Prizmatická koryta

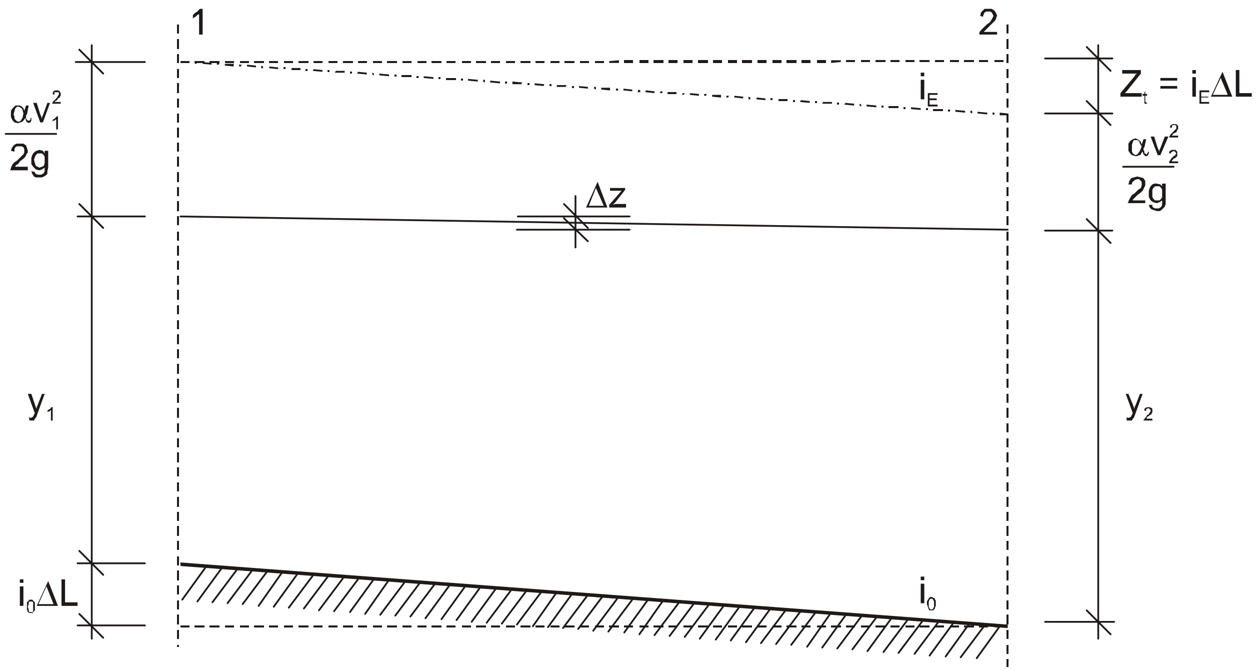
Řešení vychází z Bernoulliho rovnice pro úsek koryta o konečné délce ΔL mezi průřezy 1 a 2 (srovnávací rovina prochází dnem dolního průřezu 2):

$$i_o \Delta L + y_1 + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = y_2 + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + i_E \Delta L$$

Dva způsoby postupu řešení:

a) pro volený rozdíl hladin Δz hledat odpovídající ΔL

b) pro volenou ΔL hledat rozdíl hladin Δz.



a) Hledá se délka ΔL při známé hloubce v dolním profilu y_2 a volené hloubce y_1:

$$\Delta L(i_o - i_E) = y_2 + \frac{\alpha v_2^2}{2g} - \left(y_1 + \frac{\alpha v_1^2}{2g} \right)$$

Do této rovnice zavádí Čarnomskij energetickou výšku průřezu a sklon čáry energie i_E je vyjádřen z Chézyho rovnice jako

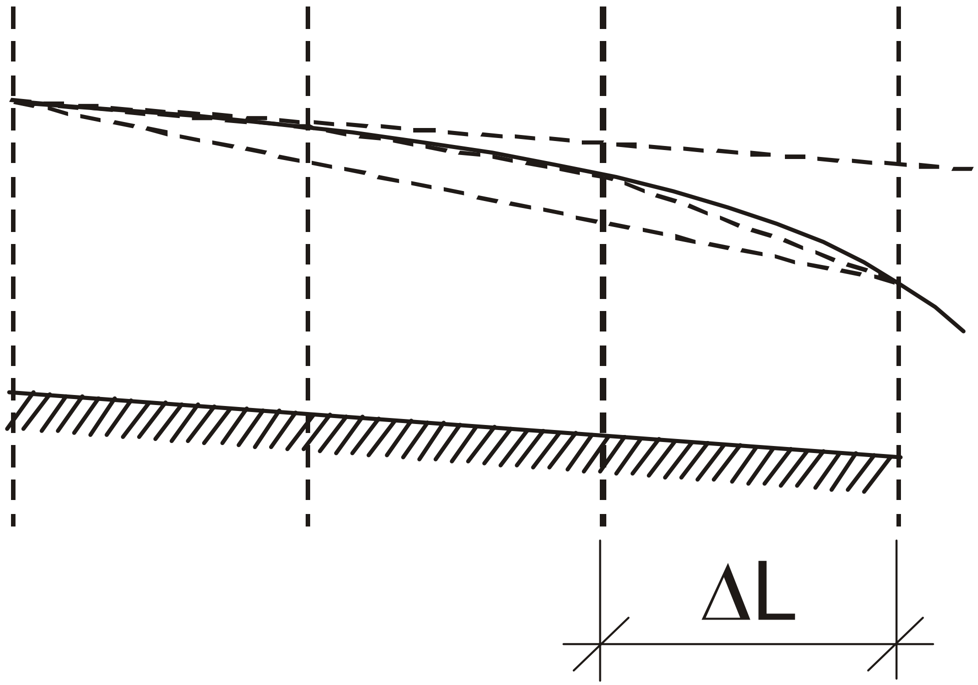
$$i_E = \frac{Q^2}{K_p^2}$$

$$\Delta L = \frac{E_{d2} - E_{d1}}{i_o - i_E} = \frac{\left(y_2 + \frac{\alpha v_2^2}{2g} \right) - \left(y_1 + \frac{\alpha v_1^2}{2g} \right)}{i_o - \frac{Q^2}{C_p^2 S_p^2 R_p}}$$

Pro určení i_E je tedy možné uvažovat v daném úseku rovnoměrné proudění a použít rovnici spojitosti v kombinaci se Chézyho rovnicí. Pro určení průměrného hydraulického sklonu i_E a veličin C_p, S_p, R_p se užívá průřez s průměrnou hloubkou $y_p = (y_1+y_2)/2$

Postup výpočtu:

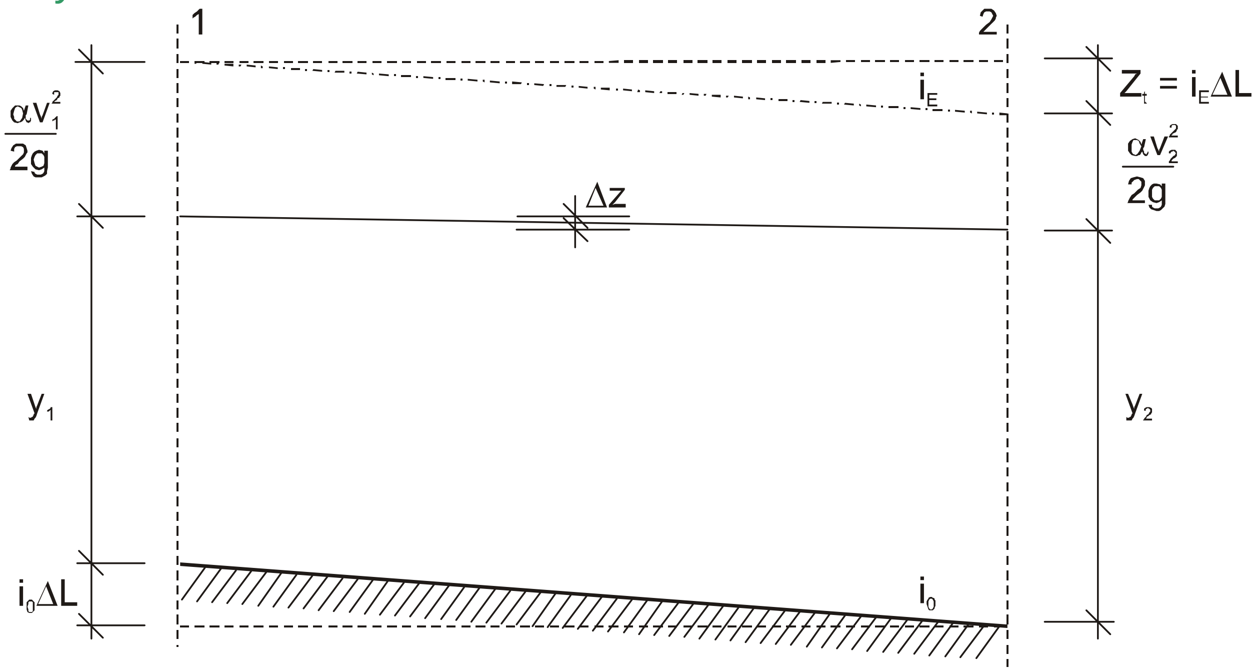
1. Vychází se ze známé hloubky y_2
2. Odhadne se hloubka y_1.
3. Vypočítají se rychlosti v_1, v_2 a všechny průměrné hodnoty
4. Odhadnutá (zvolená) hloubka y_1 je známou (výchozí) hloubkou pro řešení dalšího úseku (postup se opakuje).
5. Pro určení celkové délky vzdutí je $L = \Sigma\Delta L_i$



Celý výpočet je vhodné uspořádat tabelárně. Čím se volí větší počet kratších úseků, tím je řešení přesnější, neboť je pak lépe vystihnutý skutečný průběh hladiny. Tak jako pro každé numerické úlohy, tak i pro numerické řešení rovnice nerovnoměrného proudění nazývané "řešení po úsecích" je účelné využití výpočetní techniky.

b) Hledá se rozdíl hladin Δz mezi průřezy 1 a 2.

Tento postup se používá tehdy, je-li třeba pro dané příčné profily na toku určit charakteristiky proudu, tj. zejména hloubky a rychlosti.
Podle obr. platí:



$$\Delta z = i_0 \Delta L + y_1 - y_2.$$

Zavedením do Bernoulliho rovnice vychází vztah:

$$\Delta z = \frac{\alpha\left(v_2^2 - v_1^2\right)}{2g} + i_E \Delta L$$

Při vzdutí je rozdíl rychlostních výšek záporný - pohybová energie se směrem po proudu uvolňuje; při snížení je tento rozdíl kladný - je zapotřebí vynaložit energii nejen na překonání odporů, ale i na zrychlení pohybu.
Ztráty se vyjadřují z průměrného hydraulického sklonu:

$$i_E = \frac{Q^2}{C_p^2 S_p^2 R_p} = \frac{Q^2}{K_p^2} \qquad v_1 = \frac{Q}{S_1} \qquad v_2 = \frac{Q}{S_2}$$

a tedy:

$$\Delta z = \frac{\alpha Q^2}{2g}\left(\frac{1}{S_2^2} - \frac{1}{S_1^2}\right) + \frac{Q^2}{K_p^2}\Delta L$$

kde:

$$\frac{Q^2}{K_p^2}\Delta L = i_E \Delta L = Z_t$$

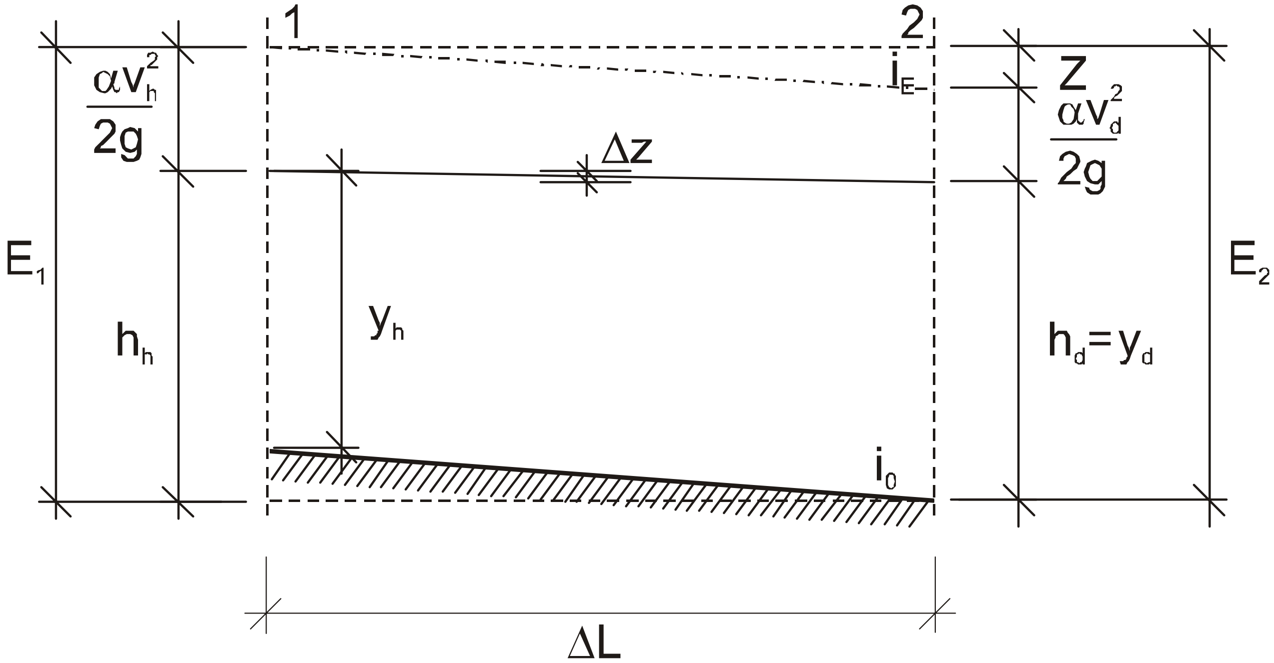
Při malých rychlostech a u křivek vzdutí je rozdíl rychlostních výšek zanedbatelný a rovnice se dá zjednodušit na

$$\Delta z \approx \frac{Q^2}{K_p^2}\Delta L$$

Při výpočtu se vychází ze známé hladiny v profilu 2; na Δz závisí $S_1 > S_p$, K_p atd. - Δz je proto třeba nejprve zvolit a pak po výpočtu rov. (7.3.8) porovnat vypočtenou hodnotu s hodnotou zvolenou. Při rozdílu se postupuje sbližováním, tj metodou, která bývá nazývána metoda "pokus - chyba"; takový výpočet je vhodné opět uspořádat tabelárně. Postup výpočtu je podrobně popsán v části b) této statě. Protože v tomto případě přistupuje k numerickému řešení ještě nutnost postupného přibližování až do úrovně přijatelné nepřesnosti (poměr volené Δz - vypočtené Δz), vhodnost využití výpočetní techniky se ještě zvýrazňuje.

Přirozená a neprizmatická koryta

Prakticky jediným možným řešením je obecná metoda po úsecích.



Vyjde se z Bernoulliho rovnice:

$$h_h + \frac{\alpha v_h^2}{2g} = h_d + \frac{\alpha v_d^2}{2g} + Z$$

Převýšení hladin $\Delta z = h_h - h_d$ pak je

$$\Delta z = \frac{\alpha\left(v_d^2 - v_h^2\right)}{2g} + Z$$

protože v = Q/S, platí potom

$$\Delta z = \frac{\alpha Q^2}{2g}\left(\frac{1}{S_d^2} - \frac{1}{S_h^2}\right) + Z$$

Kromě ztrát třením Z_t je třeba do výpočtu zavést i ztráty místní Z_m - u koryt vznikají nejčastěji změnou průřezu. Ztráty třením jsou:

$$Z_t = \frac{Q^2}{K_p^2}\Delta L$$

Ztráty změnou průřezu se vyjadřují jako část absolutní hodnoty rozdílu rychlostních výšek:

$$Z_m = \zeta\left|\frac{\alpha\left(v_d^2 - v_h^2\right)}{2g}\right| \quad \text{nebo} \quad Z_m = \mp\zeta\,\frac{\alpha\left(v_d^2 - v_h^2\right)}{2g}$$

kde ζ je ztrátový součinitel

Dosazením Z_t a Z_m do rovnice

$$\Delta z = \frac{\alpha Q^2}{2g}\left(\frac{1}{S_d^2} - \frac{1}{S_h^2}\right) + Z$$ dostaneme: $$\Delta z = \frac{\alpha Q^2}{2g}\left(\frac{1}{S_d^2} - \frac{1}{S_h^2}\right) + \frac{Q^2}{K_p^2}\Delta L + \zeta\left|\frac{\alpha\left(v_d^2 - v_h^2\right)}{2g}\right|$$

Úpravou této rovnice vyjde

$$\Delta z = (1 \mp \zeta)\left|\frac{\alpha\left(v_d^2 - v_h^2\right)}{2g}\right| + \frac{Q^2}{K_p^2}\Delta L$$

nebo dosazením v = Q/S:

$$\Delta z = Q^2\left[\frac{\alpha(1 \mp \zeta)}{2g}\left(\frac{1}{S_d^2} - \frac{1}{S_h^2}\right) + \frac{\Delta L}{K_p^2}\right]$$

U součinitele místní ztráty ζ platí
- znaménko (-) pro křivky vzdutí, např. rozšíření průřezu ve směru proudu,
- znaménko (+) pro křivky snížení, např. zúžením průřezu ve směru proudu.

Pozvolné zúžení koryta: ζ = 0,0 až 0,1,
Pozvolné rozšíření: ζ = 0,2 až 1,0,
Náhlé rozšíření, zúžení: ζ = 0,5 až 1,0.

Postup výpočtu:

1. Délka toku se rozdělí na úseky
2. Vyjde se ze známé polohy hladiny v dolním průřezu prvního úseku a odhadne se velikost Δz (tj. poloha hladiny - např. v m n.m.) v horním průřezu.
3. Pro odhadnuté Δz se vypočtou potřebné charakteristiky horního průřezu a z toho potřebné průměrné charakteristiky.
4. Řeší se rovnice

$$\Delta z = (1 \mp \zeta)\left|\frac{\alpha\left(v_d^2 - v_h^2\right)}{2g}\right| + \frac{Q^2}{K_p^2}\Delta L \quad \text{nebo:} \quad \Delta z = Q^2\left[\frac{\alpha(1 \mp \zeta)}{2g}\left(\frac{1}{S_d^2} - \frac{1}{S_h^2}\right) + \frac{\Delta L}{K_p^2}\right]$$

vyjde-li odlišná hodnota Δz od hodnoty odhadnuté, opakuje se krok 2 s novým opraveným odhadem Δz - až do úrovně požadované shody.

5. Vypočtené Δz s požadovanou úrovní shody určuje úroveň hladiny v horním průřezu, který je zároveň dolním průřezem pro další úsek.

Výpočet je vhodné uspořádat tabelárně; tato úloha je však typickým případem pro efektivní využití výpočetní techniky. Geometrické charakteristiky jednotlivých profilů zaměřené v terénu se zadávají do výpočtu buď během práce programu - nutná komunikace s běžícím výpočtem může být v konkrétních případech jak výhodou, tak i nevýhodou (spočívající zejména v nutné přítomnosti při běhu výpočtu), častěji bývá popis tvarů příčných profilů součástí datových souborů programu.

Řeší-li se celková délka nerovnoměrného proudění, tj. až do hladiny rovnoměrného proudění, neuvažuje se jako konečná hloubka rovnoměrného proudění y_0 (té se teoreticky dosáhne v nekonečnu), ale hloubka $y_1 = y_0 \pm 0{,}01y_0$, (znaménko + při řešení křivky vzdutí, znaménko - při křivce snížení). Při výpočtu uvažovaného y_1 se omezíme na $(y_1 - y_0) \geq 2$ cm a zaokrouhluje se na celé centimetry.

Při řešení nerovnoměrného pohybu ve složených příčných profilech se do výpočtu zavádí Coriolisovo číslo α výrazem

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \frac{K_i^3}{S_i^2}}{\frac{\left(\sum K_i\right)^3}{S^2}}$$

kde

K_i - modul průtoku v i-té části průtočné plochy S_i složeného profilu,

S - celková průtočná plocha,

n - počet jednotlivých částí plochy složeného profilu,

α - Coriolisovo číslo pro i-tou část průtočné plochy.

Výpočet průtoku ze známého průběhu hladiny.

Důležitým úkolem každé správy vodních toků je sledovat průběh velkých vod a určovat příslušné průtoky. Jsou-li při kulminaci povodně fixovány v určité říční trati výšky hladiny v jednotlivých profilech zaražením kolíků, pak lze nivelací zjistit dostatečně podrobně celý průběh podélného profilu hladiny, a též zaměřit potřebné příčné profily. Můžeme-li spolehlivě určit drsnost koryta, postačí tyto údaje k určení průtoku Q.

Předpokladem ovšem je, že povodňová vlna je plynulá a pozvolná, a lze ji tedy přibližně považovat za ustálené nerovnoměrné proudění.

Z rovnice

$$\Delta z = Q^2 \left[\frac{\alpha(1 \mp \zeta)}{2g} \left(\frac{1}{S_d^2} - \frac{1}{S_h^2} \right) + \frac{\Delta L}{K_p^2} \right]$$

se vyjádří při známém převýšení hladiny Δz průtok:

$$Q = \sqrt{\frac{\Delta z}{(1 \mp \zeta)\frac{\alpha}{2g}\left(\frac{1}{S_d^2} - \frac{1}{S_h^2} \right) + \frac{\Delta L}{K_p^2}}}$$

Obvykle se zaměřuje trať složená z několika úseků. Pro každý úsek platí tato rovnice.

- jednotlivé hodnoty se sečtou a průtok se vypočte ze vztahu:

$$Q = \sqrt{\frac{\sum \Delta z}{\sum (1 \mp \zeta) \frac{\alpha}{2g} \left(\frac{1}{S_d^2} - \frac{1}{S_h^2} \right) + \frac{\Delta L}{K_p^2}}}$$