

# Algoritmické a numerické výpočty

## 3. a 4. cvičení

(vytvořeno 26. září 2020)

### Metoda Quine-McCluskey

**Úloha 1.** Pro formuli  $\varphi$  nalezněte její minimalizovanou DNF:

$$\varphi \equiv (a' \wedge b' \wedge c') \vee (a' \wedge b' \wedge c) \vee (a' \wedge b \wedge c).$$

**Úloha 2.** Pro formuli  $\varphi$  nalezněte její minimalizovanou DNF:

$$\varphi \equiv (a' \wedge b' \wedge c) \vee (a' \wedge b \wedge c') \vee (a' \wedge b \wedge c) \vee (a \wedge b \wedge c')$$

**Úloha 3.** Pro formuli  $\varphi$  nalezněte její minimalizovanou DNF:

$$\varphi \equiv (a' \wedge b \wedge c') \vee (a' \wedge b \wedge c) \vee (a \wedge b \wedge c) \vee (a \wedge b' \wedge c') \vee (a \wedge b' \wedge c)$$

**Úloha 4.** Pro formuli  $\varphi$  nalezněte její minimalizovanou DNF:

$$\begin{aligned} \varphi \equiv & (a' \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c \wedge d') \\ & \vee (a \wedge b' \wedge c' \wedge d') \vee (a' \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b' \wedge c' \wedge d) \end{aligned}$$

**Úloha 5.** Pro formuli  $\varphi$  nalezněte její minimalizovanou DNF:

$$\begin{aligned} \varphi \equiv & (a' \wedge b' \wedge c \wedge d') \vee (a' \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b' \wedge c' \wedge d') \\ & \vee (a \wedge b' \wedge c' \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d') \end{aligned}$$

**Úloha 6.** Pro formuli  $\varphi$  nalezněte její minimalizovanou DNF:

$$\begin{aligned} \varphi \equiv & (a' \wedge b' \wedge c' \wedge d') \vee (a' \wedge b' \wedge c' \wedge d) \vee (a' \wedge b' \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b' \wedge c \wedge d') \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d') \\ & \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c' \wedge d') \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d') \end{aligned}$$

**Úloha 7.** Pro následující formule nalezněte jejich minimalizované DNF.

1.  $\varphi \equiv (a \wedge b' \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b \wedge c' \wedge d') \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d')$

2.  $\varphi \equiv (a \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a' \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c' \wedge d)$

3.  $\varphi \equiv (a \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d') \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d') \vee (a' \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c \wedge d')$

4.  $\varphi \equiv (a' \wedge b \wedge c' \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c' \wedge d') \vee (a \wedge b \wedge c' \wedge d')$

**Úloha 8.** Stáhněte, nainstalujte si interpret programovacího jazyka Python. Návod na instalaci je například zde:

<http://diveintopython3.py.cz/installing-python.html>

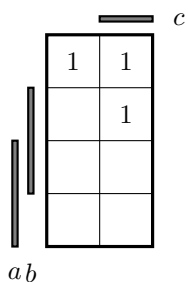
Vyzkoušejte také, zda správně funguje. Například tak, že vytvoříte textový soubor, ve kterém bude napsáno:

```
print("Nazdar!")
```

Pokud se vám po spuštění tohoto programu vypíše na konzoli „Nazdar!”, je vše v pořádku.

## Řešení

### Řešení 1.

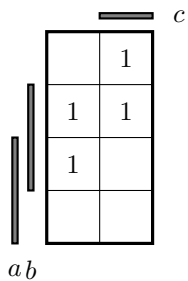


1: 000 ✓  
 2: 001 ✓ → 1,2: 00 -  
 3: 011 ✓ → 2,3: 0 - 1

			1,2	2,3
			00 -	0 - 1
			$a' \wedge b'$	$a' \wedge c$
1	000	$a' \wedge b' \wedge c'$	×	
2	001	$a' \wedge b' \wedge c$	×	×
3	011	$a' \wedge b \wedge c$		×

$$\varphi \equiv (a' \wedge b') \vee (a' \wedge c)$$

### Řešení 2.

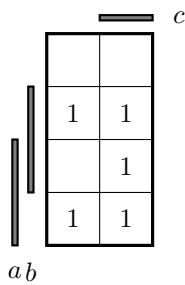


1: 001 ✓  
 2: 010 ✓ → 1,3: 0 - 1  
 3: 011 ✓ → 2,3: 01 -  
 4: 110 ✓ → 2,4: - 10

			1,3	2,3	2,4
			0-1	01-	-10
			$a' \wedge c$	$a' \wedge b$	$b \wedge c'$
1	001	$a' \wedge b' \wedge c$	×		
2	010	$a' \wedge b \wedge c'$		×	×
3	011	$a' \wedge b \wedge c$	×	×	
4	110	$a \wedge b \wedge c'$			×

$$\varphi \equiv (a' \wedge c) \vee (b \wedge c')$$

Řešení 3.



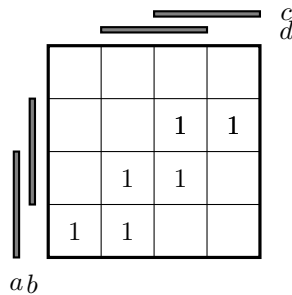
- 1: 010 ✓      1,2: 01-  
 2: 011 ✓      2,3: -11  
 3: 111 ✓      3,5: 1-1  
 4: 100 ✓      4,5: 10-  
 5: 101 ✓

			1,2	2,3	3,5	4,5
			01-	-11	1-1	10-
			$a' \wedge b$	$b \wedge c$	$a \wedge c$	$a \wedge b'$
1	010	$a' \wedge b \wedge c'$	×			
2	011	$a' \wedge b \wedge c$	×	×		
3	111	$a \wedge b \wedge c$		×	×	
4	100	$a \wedge b' \wedge c'$				×
5	101	$a \wedge b' \wedge c$			×	×

$$\varphi_1 \equiv (a' \wedge b) \vee (a \wedge b') \vee (b \wedge c)$$

$$\varphi_2 \equiv (a' \wedge b) \vee (a \wedge b') \vee (a \wedge c)$$

Řešení 4.



1: 0111 ✓  
 2: 0110 ✓  
 3: 1101 ✓      1,2: 011 -  
 4: 1111 ✓      1,4: -111  
 5: 0110 → 3,4: 11-1  
 6: 1000 ✓      3,8: 1-01  
 7: 0111      6,8: 100 -  
 8: 1001 ✓

			1,2	1,4	3,4	3,8	6,8
			011-	-111	11-1	1-01	100-
			$a' \wedge b \wedge c$	$b \wedge c \wedge d$	$a \wedge b \wedge d$	$a \wedge c' \wedge d$	$a \wedge b' \wedge c'$
1	0111	$a' \wedge b \wedge c \wedge d$	×	×			
2	0110	$a' \wedge b \wedge c \wedge d'$	×				
3	1101	$a \wedge b \wedge c' \wedge d$			×	×	
4	1111	$a \wedge b \wedge c \wedge d$		×	×		
6	1000	$a \wedge b' \wedge c' \wedge d'$					×
8	1001	$a \wedge b' \wedge c' \wedge d$				×	×

(odstraněny jednoznačné)

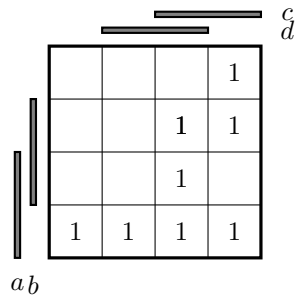
			1,4	3,4	3,8
			-111	11-1	1-01
			$b \wedge c \wedge d$	$a \wedge b \wedge d$	$a \wedge c' \wedge d$
3	1101	$a \wedge b \wedge c' \wedge d$		×	×
4	1111	$a \wedge b \wedge c \wedge d$	×	×	

(odstraněny sloupce)

			3,4
			11-1
			$a \wedge b \wedge d$
3	1101	$a \wedge b \wedge c' \wedge d$	×
4	1111	$a \wedge b \wedge c \wedge d$	×

$$\varphi \equiv (a' \wedge b \wedge c) \vee (a \wedge b' \wedge c') \vee (a \wedge b \wedge d)$$

**Řešení 5.**



1: 0010 ✓      1,3: 0-10  
 2: 0111 ✓      1,9: -010  
 3: 0110 ✓      2,3: 011-  
 4: 1111 ✓      2,4: -111  
 5: 1000 ✓ → 4,8: 1-11      → 5,6,8,9: 10--  
 6: 1001 ✓      5,6: 100- ✓      5,9,6,8: 10--  
 7: 0111      5,9: 10-0 ✓  
 8: 1011 ✓      6,8: 10-1 ✓  
 9: 1010 ✓      8,9: 101- ✓

			1,3	1,9	2,3	2,4	4,8	5,6,8,9
			0-10	-010	011-	-111	1-11	10--
			$a' \wedge c \wedge d'$	$b' \wedge c \wedge d'$	$a' \wedge b \wedge c$	$b \wedge c \wedge d$	$a \wedge c \wedge d$	$a \wedge b'$
1	0010	$a' \wedge b' \wedge c \wedge d'$	×	×				
2	0111	$a' \wedge b \wedge c \wedge d$			×	×		
3	0110	$a' \wedge b \wedge c \wedge d'$	×		×			
4	1111	$a \wedge b \wedge c \wedge d$				×	×	
5	1000	$a \wedge b' \wedge c' \wedge d'$						×
6	1001	$a \wedge b' \wedge c' \wedge d$						×
8	1011	$a \wedge b' \wedge c \wedge d$					×	×
9	1010	$a \wedge b' \wedge c \wedge d'$		×				×

(odstraněny jednoznačné)

			1,3	1,9	2,3	2,4	4,8
			0-10	-010	011-	-111	1-11
			$a' \wedge c \wedge d'$	$b' \wedge c \wedge d'$	$a' \wedge b \wedge c$	$b \wedge c \wedge d$	$a \wedge c \wedge d$
1	0010	$a' \wedge b' \wedge c \wedge d'$	×	×			
2	0111	$a' \wedge b \wedge c \wedge d$			×	×	
3	0110	$a' \wedge b \wedge c \wedge d'$	×		×		
4	1111	$a \wedge b \wedge c \wedge d$				×	×

(odstraněny sloupce)

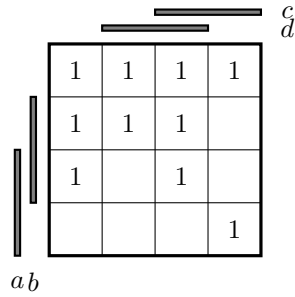
			1,3	2,3	2,4
			0-10	011-	-111
			$a' \wedge c \wedge d'$	$a' \wedge b \wedge c$	$b \wedge c \wedge d$
1	0010	$a' \wedge b' \wedge c \wedge d'$	×		
2	0111	$a' \wedge b \wedge c \wedge d$		×	×
3	0110	$a' \wedge b \wedge c \wedge d'$	×	×	
4	1111	$a \wedge b \wedge c \wedge d$			×

(odstraněny řádky)

			1,3	2,3	2,4
			0-10	011-	-111
			$a' \wedge c \wedge d'$	$a' \wedge b \wedge c$	$b \wedge c \wedge d$
1	0010	$a' \wedge b' \wedge c \wedge d'$	×		
4	1111	$a \wedge b \wedge c \wedge d$			×

$$\varphi \equiv (a \wedge b') \vee (a' \wedge c \wedge d') \vee (b \wedge c \wedge d)$$

**Řešení 6.**



- |            |               |                  |
|------------|---------------|------------------|
| 1: 0000 ✓  | 1,2: 000 - ✓  |                  |
| 2: 0001 ✓  | 1,4: 00 - 0 ✓ |                  |
| 3: 0011 ✓  | 1,5: 0 - 00 ✓ |                  |
| 4: 0010 ✓  | 2,3: 00 - 1 ✓ | 1,2,3,4: 00 - -  |
| 5: 0100 ✓  | 2,6: 0 - 01 ✓ | 1,2,5,6: 0 - 0 - |
| 6: 0101 ✓  | 3,4: 001 - ✓  | 1,4,2,3: 00 - -  |
| 7: 0111 ✓  | 3,7: 0 - 11 ✓ | 1,5,2,6: 0 - 0 - |
| 8: 1100 ✓  | 4,10: - 010   | 2,3,6,7: 0 - - 1 |
| 9: 1111 ✓  | 5,6: 010 - ✓  | 2,6,3,7: 0 - - 1 |
| 10: 1010 ✓ | 5,8: - 100    |                  |
|            | 6,7: 01 - 1 ✓ |                  |
|            | 7,9: - 111    |                  |

			4,10	5,8	7,9	1,2,3,4	1,2,5,6	2,3,6,7
			- 010	- 100	- 111	00 - -	0 - 0 -	0 - - 1
			$b' \wedge c \wedge d'$	$b \wedge c' \wedge d'$	$b \wedge c \wedge d$	$a' \wedge b'$	$a' \wedge c'$	$a' \wedge d$
1	0000	$a' \wedge b' \wedge c' \wedge d'$				×	×	
2	0001	$a' \wedge b' \wedge c' \wedge d$				×	×	×
3	0011	$a' \wedge b' \wedge c \wedge d$				×		×
4	0010	$a' \wedge b' \wedge c \wedge d'$	×			×		
5	0100	$a' \wedge b \wedge c' \wedge d'$		×			×	
6	0101	$a' \wedge b \wedge c' \wedge d$					×	×
7	0111	$a' \wedge b \wedge c \wedge d$			×			×
8	1100	$a \wedge b \wedge c' \wedge d'$		×				
9	1111	$a \wedge b \wedge c \wedge d$			×			
10	1010	$a \wedge b' \wedge c \wedge d'$	×					

(odstraněny jednoznačné)

			1,2,3,4	1,2,5,6	2,3,6,7
			00 - -	0 - 0 -	0 - - 1
			$a' \wedge b'$	$a' \wedge c'$	$a' \wedge d$
1	0000	$a' \wedge b' \wedge c' \wedge d'$	×	×	
2	0001	$a' \wedge b' \wedge c' \wedge d$	×	×	×
3	0011	$a' \wedge b' \wedge c \wedge d$	×		×
6	0101	$a' \wedge b \wedge c' \wedge d$		×	×

			1, 2, 3, 4	1, 2, 5, 6	2, 3, 6, 7
			0 0 - -	0 - 0 -	0 - - 1
			$a' \wedge b'$	$a' \wedge c'$	$a' \wedge d$
(odstraněny řádky)	1	0 0 0 0	$a' \wedge b' \wedge c' \wedge d'$	×	×
	3	0 0 1 1	$a' \wedge b' \wedge c \wedge d$	×	×
	6	0 1 0 1	$a' \wedge b \wedge c' \wedge d$	×	×

$$\varphi_1 \equiv (b' \wedge c \wedge d') \vee (b \wedge c' \wedge d') \vee (b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b') \vee (a' \wedge c')$$

$$\varphi_2 \equiv (b' \wedge c \wedge d') \vee (b \wedge c' \wedge d') \vee (b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b') \vee (a' \wedge d)$$

$$\varphi_3 \equiv (b' \wedge c \wedge d') \vee (b \wedge c' \wedge d') \vee (b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge c') \vee (a' \wedge d)$$

### Řešení 7.

$$1. \varphi \equiv (a \wedge b' \wedge c) \vee (a' \wedge b \wedge c') \vee (a \wedge b \wedge d')$$

$$2. \varphi_1 \equiv (a \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c) \vee (a \wedge b' \wedge c) \vee (b \wedge c \wedge d'),$$

$$\varphi_2 \equiv (a \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c) \vee (a \wedge b' \wedge c) \vee (a \wedge c \wedge d')$$

$$3. \varphi_1 \equiv (a \wedge b' \wedge c) \vee (a' \wedge b) \vee (a \wedge c \wedge d'),$$

$$\varphi_2 \equiv (a \wedge b' \wedge c) \vee (a' \wedge b) \vee (b \wedge c \wedge d')$$

$$4. \varphi \equiv (b \wedge c') \vee (a \wedge c)$$