

Algoritmické a numerické výpočty

9. a 10. cvičení

(vytvořeno 26. září 2020)

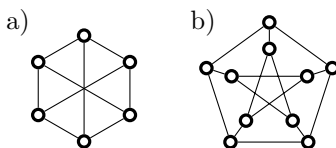
Grafy

- definice grafu:
 - V ... množina vrcholů
 - E ... množina hran
 - p ... funkce, které každé hraně přiřadí dvojici vrcholů
- neorientovaný graf:
 - $p : E \rightarrow \{ \{a, b\} \mid a, b \in V \}$... každé hraně je přiřazena neuspořádaná dvojice vrcholů
- orientovaný graf:
 - $p : E \rightarrow V \times V$... každé hraně je přiřazena uspořádaná dvojice vrcholů
- ohodnocený graf:
 - $w : E \rightarrow \mathbb{R}$... váha (cena) hran; funkce, které každé hraně přiřadí reálné číslo (často pouze kladné)

Neohodnocené neorientované grafy

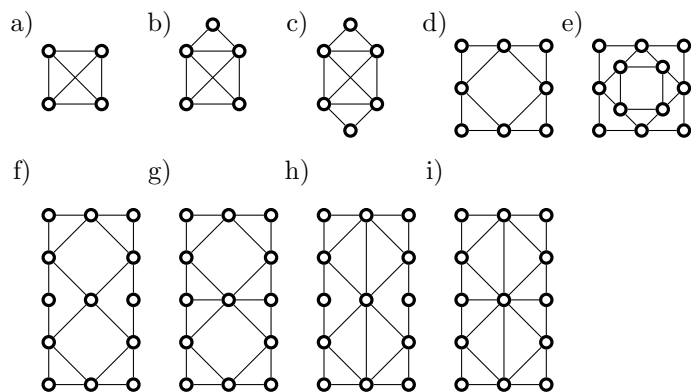
Barevnost grafů

Úloha 1. Určete barevnost grafů:

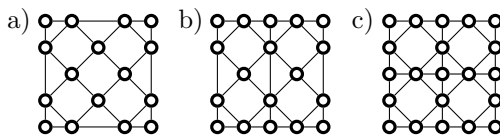


Eulerovské grafy

Úloha 2. Určete, zda jsou grafy Eulerovské a nalezněte Eulerovský tah.

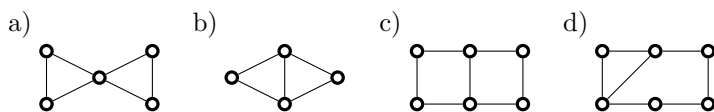


Úloha 3. Určete, zda jsou grafy Eulerovské a nalezněte Eulerovský tah.



Kostry

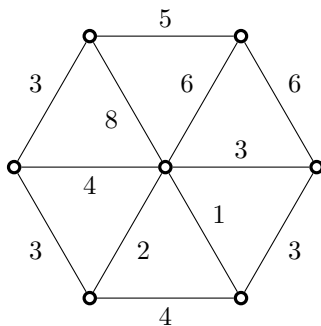
Úloha 4. Nalezněte všechny kostry grafů:



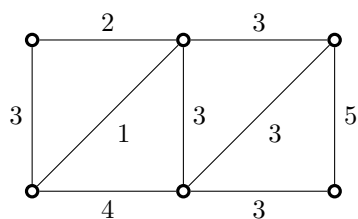
Ohodnocené neorientované grafy

Minimální kostry

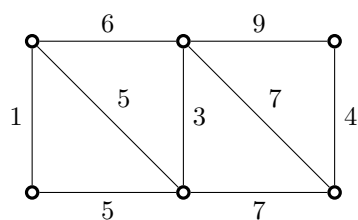
Úloha 5. Určete všechny minimální kostry grafu:



Úloha 6. Určete všechny minimální kostry grafu:

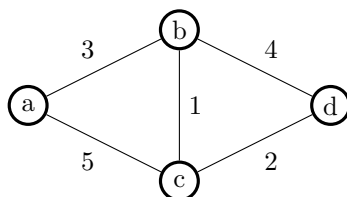


Úloha 7. Určete všechny minimální kostry grafu:

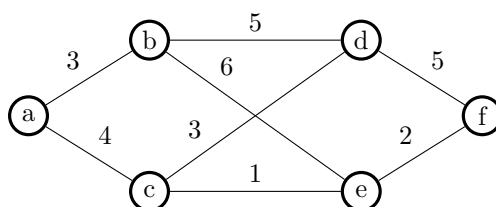


Dijkstrův algoritmus pro hledání nejkratších cest

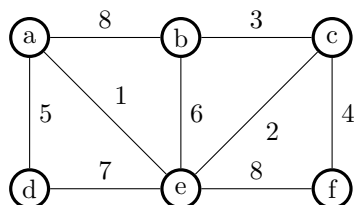
Úloha 8. Určete nejkratší cesty z vrcholu a do ostatních vrcholů grafu:



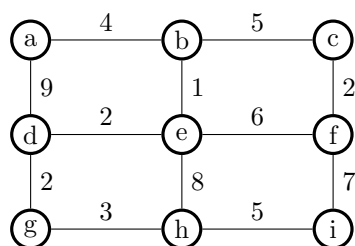
Úloha 9. Určete nejkratší cesty z vrcholu a do ostatních vrcholů grafu:



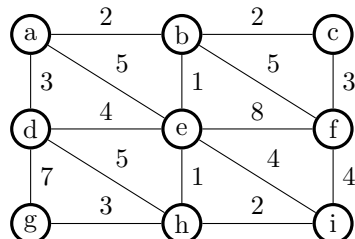
Úloha 10. Určete nejkratší cesty z vrcholu a do ostatních vrcholů grafu:



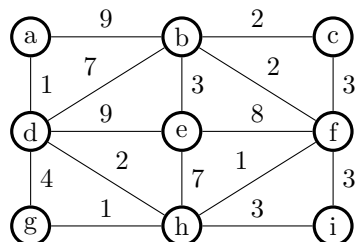
Úloha 11. Určete nejkratší cesty z vrcholu a (zde vychází minimální kostra jiná, než je strom minimálních cest):



Úloha 12. Určete nejkratší cesty z vrcholu a :



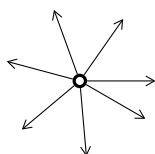
Úloha 13. Určete nejkratší cesty z vrcholu a :



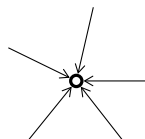
Ohodnocené orientované grafy

- speciální případy vrcholů:

zdroj (source)



stoka (sink)



- *sít'*

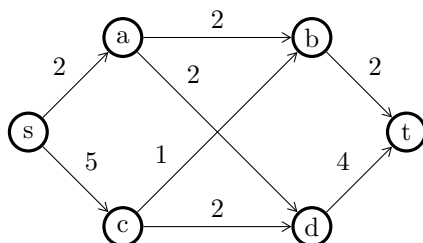
- jeden zdroj s
- jedna stoka t
- kladně ohodnocené hrany
- každý vrchol je na nějaké orientované cestě z s do t

- *projekt*

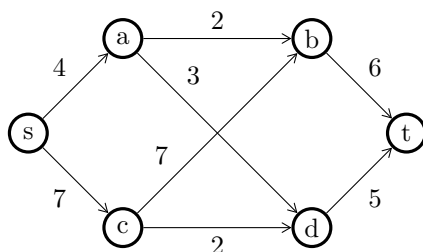
- *sít'* bez cyklů

Maximální tok v síti

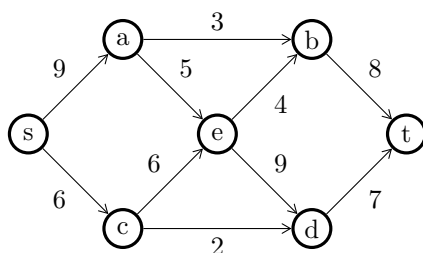
Úloha 14. Určete maximální tok v síti.



Úloha 15. Určete maximální tok v síti.

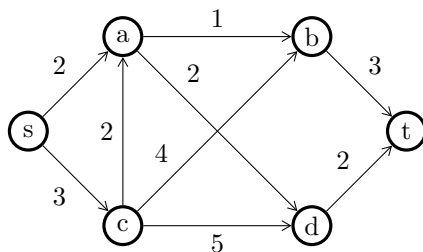


Úloha 16. Určete maximální tok v síti.

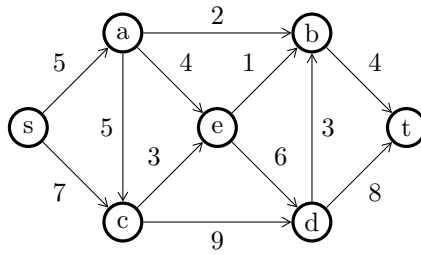


Kritická cesta v projektu

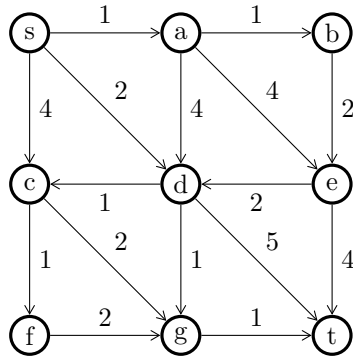
Úloha 17. Nalezněte kritickou cestu.



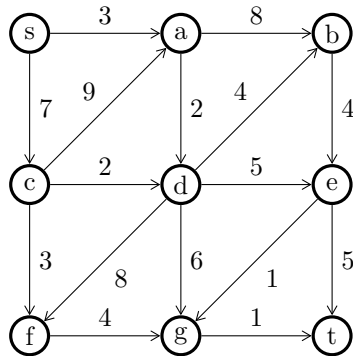
Úloha 18. Nalezněte kritickou cestu.



Úloha 19. Nalezněte kritickou cestu.



Úloha 20. Nalezněte kritickou cestu.

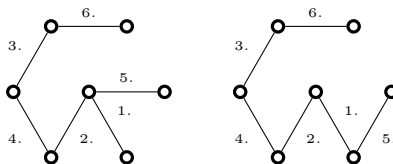


Řešení (některých) úloh

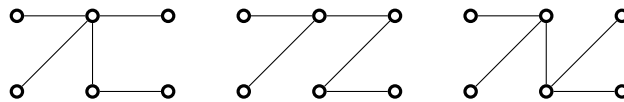
Řešení 1. a) 2, b) 3

Řešení 4. a) 9, b) 8, c) 9, d) 8

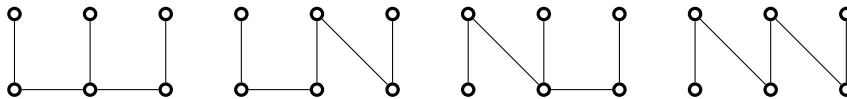
Řešení 5.



Řešení 6.

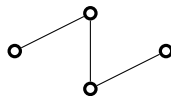


Řešení 7.



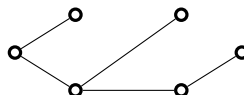
Řešení 8.

	1.	2.	3.	4.
a	· 0			
b	· ∞	a 3		
c	· ∞	a 5	b 4	
d	· ∞	· ∞	b 7	c 6



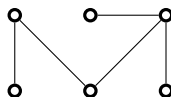
Řešení 9.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
a	· 0					
b	· ∞	a 3				
c	· ∞	a 4	a 4			
d	· ∞	· ∞	b 8	c 7	c 7	
e	· ∞	· ∞	b 9	c 5		
f	· ∞	· ∞	· ∞	· ∞	e 7	e 7



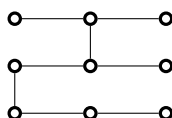
Řešení 10.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
a	· 0					
b	· ∞	a 8	e 7	c 6	c 6	
c	· ∞	· ∞	e 3			
d	· ∞	a 5	a 5	a 5		
e	· ∞	a 1				
f	· ∞	· ∞	e 9	c 7	c 7	c 7



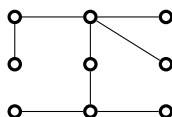
Řešení 11.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
a	· 0								
b	· ∞	a 4							
c	· ∞	· ∞	b 9	b 9	b 9				
d	· ∞	a 9	a 9	e 7					
e	· ∞	· ∞	b 5						
f	· ∞	· ∞	· ∞	e 11	e 11	e 11	e 11		
g	· ∞	· ∞	· ∞	· ∞	d 9	d 9			
h	· ∞	· ∞	· ∞	e 13	e 13	e 13	g 12	g 12	
i	· ∞	· ∞	· ∞	· ∞	· ∞	· ∞	· ∞	f 18	h 17



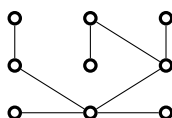
Řešení 12.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
a	· 0								
b	· ∞	a 2							
c	· ∞	· ∞	b 4	b 4	b 4				
d	· ∞	a 3	a 3	a 3					
e	· ∞	a 5	b 3						
f	· ∞	· ∞	b 7	b 7	b 7	b 7	b 7	b 7	b 7
g	· ∞	· ∞	· ∞	· ∞	d 10	d 10	h 7	h 7	
h	· ∞	· ∞	· ∞	e 4	e 4	e 4			
i	· ∞	· ∞	· ∞	e 7	e 7	e 7	h 6		








Řešení 13.

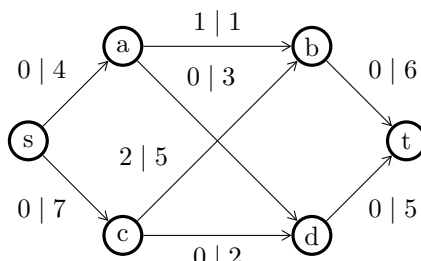
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
a	· 0								
b	· ∞	a 9	d 8	d 8	d 8	f 6			
c	· ∞	· ∞	· ∞	· ∞	· ∞	f 7	f 7	f 7	
d	· ∞	a 1							
e	· ∞	· ∞	d 10	d 10	d 10	d 10	b 9	b 9	b 9
f	· ∞	· ∞	· ∞	h 4	h 4				
g	· ∞	· ∞	d 5	h 4					
h	· ∞	· ∞	d 3						
i	· ∞	· ∞	· ∞	h 6	h 6	h 6	h 6		



Řešení 14.

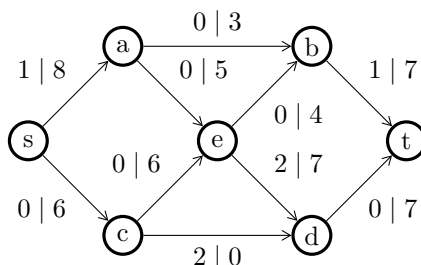
- **Hloupé řešení:** provedeme cestu  o kapacitě 2 a  o kapacitě také 2 a další cesty už nelze provést. Celková kapacita byla tedy nalezena jako 4. Ve skutečnosti je ale vyšší.
- **Chytré řešení:** přidáme zpětné hrany o kapacitě 0 a postupujeme stejně, tj. provedeme cesty  a . Nyní ale ještě můžeme provést cestu , která zahrnuje nenulovou zpětnou hranu a tím navýšit celkový tok na hodnotu 5.

Řešení 15.



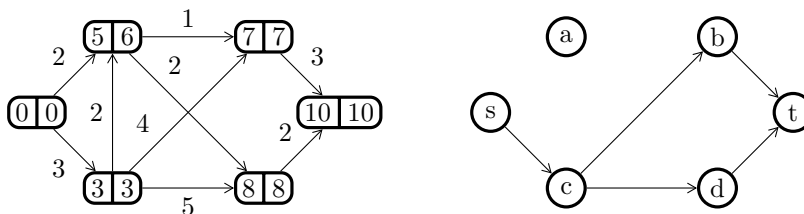
velikost max. toku: 11

Řešení 16.

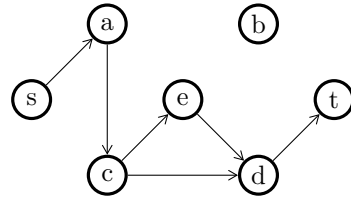
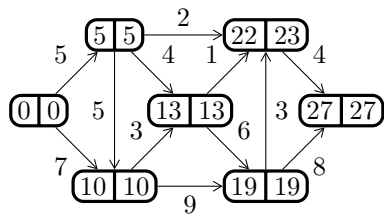


velikost max. toku: 14

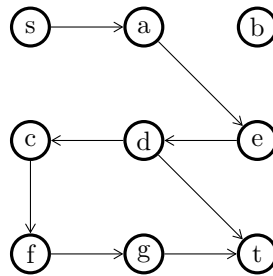
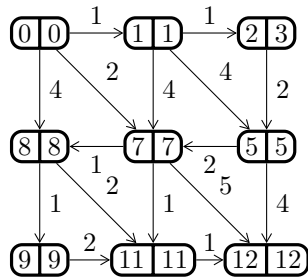
Řešení 17.



Řešení 17.



Řešení 19.



Řešení 20.

