

1 Výroková logika

1. Napište celou pravdivostní tabulku dané formule a na jejím základě rozhodněte, zda se jedná či nejedná o tautologii nebo kontradikci.

(a) $(A' \Rightarrow (A \wedge B'))'$,

(b) $B \Rightarrow (A \Rightarrow B)$. [Tautologie]

(c) $(A \vee B) \Rightarrow (A' \wedge C)$,

(d) $(A \Leftrightarrow D') \vee (B \wedge C')$,

2. Napište příklady tautologií a kontradikcí v běžné řeči.

3. Napište příklady tautologií a kontradikcí (výrokové formule).

4. Zjistěte, zda je splnitelná formule

(a) $(A \wedge B) \Leftrightarrow (B' \wedge C')$, [Ano]

(b) $((A \Rightarrow B) \Rightarrow C) \Rightarrow D) \Rightarrow E$, [Ano].

5. Zjistěte, zda následující formule jsou ekvivalentní:

(a) $A \vee (B \wedge C)$ a $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$. [Ano]

(b) $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)$ a $A \Rightarrow C$. [Ne]

6. Převedte formuli $A' \Rightarrow (A \Leftrightarrow B)$ do tvaru obsahujícího jen negace, konjunkce a disjunkce. [např. $A \vee (A \wedge B) \vee (A' \wedge B')$]

7. Najděte s danou formulí formuli ekvivalentní tak, aby obsahovala negace jen výrokových proměnných (tedy aby neobsahovala negace složitějších formulí):

(a) $((A \wedge B')' \Rightarrow A)'$, [např. $(A' \vee B) \wedge A'$],

(b) $((A \Rightarrow B)' \wedge C)' \vee (A \Leftrightarrow B)'$, [např. $A' \vee B \vee C' \vee (A \wedge B) \vee (A' \wedge B')$].

8. Převedte do disjunktivního tvaru:

(a) $A \Leftrightarrow B'$, [např. $(A \wedge B') \vee (A' \wedge B)$],

(b) $(A \wedge B) \vee (A \wedge B')$, [$(A \wedge B) \vee (A \wedge B')$],

(c) $(A \vee B) \wedge A'$, [např. $A' \wedge B$],

(d) $(A' \Rightarrow B) \vee (B \Rightarrow C')$, [např. 1],

(e) $(A \Rightarrow B) \Rightarrow B'$, [např. $(A \wedge B') \vee B'$],

- (f) $(A \Rightarrow B')' \Leftrightarrow (C \wedge D)'$
 [např. $(A \wedge B \wedge C') \vee (A \wedge B \wedge D) \vee (A' \wedge C \wedge D') \vee (B' \wedge C \wedge D')$],
 (g) Výsledky předchozího cvičení.

9. Převedte do úplného disjunktivního tvaru:

- (a) $(A \wedge B) \vee A'$, $[(A \wedge B) \vee (A' \wedge B) \vee (A' \wedge B)']$,
 (b) $A \vee (A' \wedge B \wedge C')$, $[(A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B' \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge C') \vee (A \wedge B' \wedge C') \vee (A' \wedge B \wedge C)']$

10. Napište formuli φ takovou, aby její pravdivostní tabulka byla:

A	B	φ
1	1	1
1	0	1
0	1	0
0	0	1

A	B	C	φ
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	1
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	0

Řešení:

- (a) $(A \wedge B) \vee (A \wedge B') \vee (A' \wedge B)$,
 (b) $(A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B' \wedge C') \vee (A' \wedge B \wedge C) \vee (A' \wedge B' \wedge C)$.

2 Quin-McCluskeyho metoda

1. Pomocí Quin-McCluskeyho metody nalezněte minimální vyjádření následujících formulí v disjunktivním tvaru:

- (a) $(A' \wedge B' \wedge C') \vee (A' \wedge B \wedge C') \vee (A' \wedge B' \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge C') \vee (A' \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge C)$. [$A' \vee B$]
 (b) $(A' \wedge B' \wedge C' \wedge D') \vee (A' \wedge B \wedge C' \wedge D') \vee (A' \wedge B' \wedge C' \wedge D) \vee (A' \wedge B \wedge C' \wedge D) \vee (A \wedge B \wedge C \wedge D)$.
[$(A' \wedge C') \vee (A \wedge B \wedge C \wedge D)$].
 (c) $(A' \wedge B' \wedge C \wedge D') \vee (A' \wedge B \wedge C' \wedge D') \vee (A' \wedge B \wedge C \wedge D) \vee (A \wedge B' \wedge C \wedge D') \vee (A \wedge B \wedge C' \wedge D') \vee (A \wedge B \wedge C \wedge D') \vee (A' \wedge B' \wedge C' \wedge D)$.

$$[(B' \wedge C \wedge D') \vee (B \wedge C' \wedge D') \vee (A \wedge B' \wedge C) \vee (A' \wedge B \wedge C \wedge D) \vee (A \wedge C \wedge D')] \text{ nebo } (B' \wedge C \wedge D') \vee (B \wedge C' \wedge D') \vee (A \wedge B' \wedge C) \vee (A' \wedge B \wedge C \wedge D) \vee (A \wedge B \wedge D')$$

3 Predikátová logika

1. Znegujte:

- (a) Žádné moje auto není modré.
- (b) Pepův byt má alespoň 80 metrů čtverečních.
- (c) Alespoň jeden Pepův byt má alespoň 80 metrů čtverečních.
- (d) Pokud si budu pravidelně čistit zuby, půjde se mnou na rande každá druhá holka, kterou oslovím.
- (e) Každý počítač v této internetové kavárně má alespoň jeden pevný disk zaplněný minimálně ze sedmdesáti procent.
- (f) $((\forall x \in \mathbf{R})(x^2 - 31 > 0))$.
- (g) $((\exists x \in \mathbf{R})(\forall y \in \mathbf{R})(x + \sin y > 5))$.
- (h) $(\forall n \geq 3)(\forall a, b, c \in \mathbf{N})(a^n + b^n \neq c^n)$.
- (i) $(\forall n \in \mathbf{N})(\forall p \text{ prvočíslo })(p|n^2 \Rightarrow p|n)$.