

Úlohy na metodu Quine-McCluskey

Milan Petřík

petrikm@tf.czu.cz

23. září 2019

Zadání úloh

Pro logickou funkci φ určete pomocí metody Quine-McCluskey všechny její minimalizované disjunktivní normální formy. Popište průběh algoritmu.

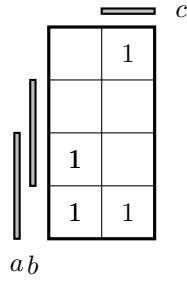
1. $\varphi \equiv (a \wedge b' \wedge c') \vee (a \wedge b \wedge c') \vee (a' \wedge b' \wedge c) \vee (a \wedge b' \wedge c') \vee (a \wedge b \wedge c') \vee (a \wedge b' \wedge c) \vee (a \wedge b \wedge c')$
2. $\varphi \equiv (a \wedge b \wedge c') \vee (a \wedge b' \wedge c') \vee (a' \wedge b' \wedge c') \vee (a \wedge b \wedge c) \vee (a' \wedge b' \wedge c) \vee (a \wedge b' \wedge c') \vee (a \wedge b \wedge c')$
3. $\varphi \equiv (a \wedge b' \wedge c) \vee (a \wedge b' \wedge c') \vee (a \wedge b \wedge c') \vee (a \wedge b \wedge c) \vee (a' \wedge b' \wedge c) \vee (a' \wedge b \wedge c) \vee (a' \wedge b \wedge c')$
4. $\varphi \equiv (a \wedge b' \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b \wedge c' \wedge d') \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d')$
5. $\varphi \equiv (a \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a' \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c' \wedge d)$
6. $\varphi \equiv (a' \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b \wedge c' \wedge d') \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c' \wedge d')$
7. $\varphi \equiv (a \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d') \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d') \vee (a' \wedge b \wedge c \wedge d)$
8. $\varphi \equiv (a \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b' \wedge c' \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b' \wedge c' \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d')$
9. $\varphi \equiv (a' \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a' \wedge b' \wedge c' \wedge d') \vee (a \wedge b \wedge c' \wedge d') \vee (a' \wedge b' \wedge c' \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d)$
10. $\varphi \equiv (a' \wedge b \wedge c' \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c' \wedge d')$
11. $\varphi \equiv (a \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c' \wedge d') \vee (a' \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c' \wedge d)$
12. $\varphi \equiv (a \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c' \wedge d')$
13. $\varphi \equiv (a \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c' \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d') \vee (a' \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b' \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c' \wedge d)$
14. $\varphi \equiv (a' \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b \wedge c' \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d') \vee (a' \wedge b' \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a' \wedge b' \wedge c' \wedge d)$
15. $\varphi \equiv (a \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d') \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge b' \wedge c' \wedge d')$
16. $\varphi \equiv (a' \wedge b \wedge c' \wedge d') \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d') \vee (a' \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge b' \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d')$
17. $\varphi \equiv (a' \wedge b' \wedge c' \wedge d') \vee (a' \wedge b' \wedge c \wedge d') \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b \wedge c' \wedge d') \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b' \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d)$
18. $\varphi \equiv (a' \wedge b' \wedge c' \wedge d') \vee (a' \wedge b' \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b' \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c' \wedge d') \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c' \wedge d') \vee (a \wedge b' \wedge c \wedge d') \vee (a' \wedge b \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b \wedge c \wedge d')$

Odpovědi

1. $\varphi \equiv (a \wedge c') \vee (b' \wedge c)$
2. $\varphi_1 \equiv (a \wedge b) \vee (a' \wedge b') \vee (a \wedge c')$, $\varphi_2 \equiv (a \wedge b) \vee (a' \wedge b') \vee (b' \wedge c')$
3. $\varphi_1 \equiv (a \wedge b') \vee (b \wedge c') \vee (a' \wedge c)$, $\varphi_2 \equiv (b' \wedge c) \vee (a \wedge c') \vee (a' \wedge b)$
4. $\varphi \equiv (a \wedge b' \wedge c) \vee (a' \wedge b \wedge c') \vee (a \wedge b \wedge d')$
5. $\varphi_1 \equiv (a \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c) \vee (a \wedge b' \wedge c) \vee (b \wedge c \wedge d')$, $\varphi_2 \equiv (a \wedge b \wedge c' \wedge d) \vee (a' \wedge b \wedge c) \vee (a \wedge b' \wedge c) \vee (a \wedge c \wedge d')$
6. $\varphi \equiv (b \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge c' \wedge d') \vee (a \wedge c \wedge d)$
7. $\varphi_1 \equiv (a \wedge b' \wedge c) \vee (a' \wedge b) \vee (a \wedge c \wedge d')$, $\varphi_2 \equiv (a \wedge b' \wedge c) \vee (a' \wedge b) \vee (b \wedge c \wedge d')$
8. $\varphi \equiv (a' \wedge b \wedge c' \wedge d') \vee (b \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b')$
9. $\varphi \equiv (a \wedge b' \wedge c) \vee (a' \wedge c') \vee (a \wedge b \wedge d')$
10. $\varphi \equiv (b \wedge c') \vee (a \wedge c)$
11. $\varphi \equiv (b \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge d) \vee (a \wedge c')$
12. $\varphi \equiv (a \wedge c \wedge d) \vee (b \wedge c \wedge d') \vee (b \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge c' \wedge d')$
13. $\varphi \equiv (a \wedge b') \vee (b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge c \wedge d')$
14. $\varphi_1 \equiv (a' \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge c \wedge d') \vee (b \wedge c' \wedge d') \vee (b' \wedge c \wedge d)$, $\varphi_2 \equiv (a' \wedge b \wedge c') \vee (a \wedge b' \wedge c) \vee (a \wedge b \wedge d') \vee (a' \wedge b' \wedge d)$
15. $\varphi_1 \equiv (a' \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge c) \vee (a \wedge d') \vee (a' \wedge b \wedge c')$, $\varphi_2 \equiv (a' \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge c) \vee (a \wedge d') \vee (b \wedge c' \wedge d')$
16. $\varphi_1 \equiv (a' \wedge b) \vee (a \wedge b') \vee (b \wedge c \wedge d')$, $\varphi_2 \equiv (a' \wedge b) \vee (a \wedge b') \vee (a \wedge c \wedge d')$
17. $\varphi_1 \equiv (b' \wedge c \wedge d') \vee (b \wedge c' \wedge d') \vee (b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b') \vee (a' \wedge c')$, $\varphi_2 \equiv (b' \wedge c \wedge d') \vee (b \wedge c' \wedge d') \vee (b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b') \vee (a' \wedge d)$,
 $\varphi_3 \equiv (b' \wedge c \wedge d') \vee (b \wedge c' \wedge d') \vee (b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge c') \vee (a' \wedge d)$
18. $\varphi \equiv (a' \wedge c' \wedge d') \vee (a' \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge b)$

Řešení

Řešení 1.



1: 1 0 0 ✓
 2: 1 1 0 ✓
 3: 0 0 1 ✓ 1,2: 1 - 0
 4: 1 0 0 → 1,6: 1 0 -
 5: 1 1 0 3,6: - 0 1
 6: 1 0 1 ✓
 7: 1 1 0

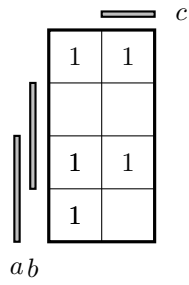
			1,2	1,6	3,6
			1 - 0	1 0 -	- 0 1
			$a \wedge c'$	$a \wedge b'$	$b' \wedge c$
1	1 0 0	$a \wedge b' \wedge c'$	×	×	
2	1 1 0	$a \wedge b \wedge c'$	×		
3	0 0 1	$a' \wedge b' \wedge c$			×
6	1 0 1	$a \wedge b' \wedge c$		×	×

(odstraněny jednoznačné)

			1,6
			1 0 -
			$a \wedge b'$

$$\varphi \equiv (a \wedge c') \vee (b' \wedge c)$$

Řešení 2.



- 1: 110 ✓
 2: 100 ✓
 3: 000 ✓
 4: 111 ✓
 5: 001 ✓
 6: 100
 7: 110
- 1,2: 1-0
 1,4: 11-
 2,3: -00
 3,5: 00-

			1,2	1,4	2,3	3,5
			1-0	11-	-00	00-
			$a\wedge c'$	$a\wedge b$	$b'\wedge c'$	$a'\wedge b'$
1	110	$a\wedge b\wedge c'$	×	×		
2	100	$a\wedge b'\wedge c'$	×		×	
3	000	$a'\wedge b'\wedge c'$			×	×
4	111	$a\wedge b\wedge c$		×		
5	001	$a'\wedge b'\wedge c$				×

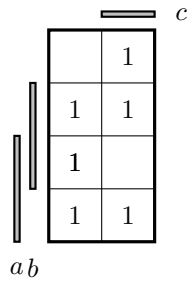
(odstraněny jednoznačné)

			1,2	2,3
			1-0	-00
			$a\wedge c'$	$b'\wedge c'$
2	100	$a\wedge b'\wedge c'$	×	×

$$\varphi_1 \equiv (a\wedge b) \vee (a'\wedge b') \vee (a\wedge c')$$

$$\varphi_2 \equiv (a\wedge b) \vee (a'\wedge b') \vee (b'\wedge c')$$

Řešení 3.



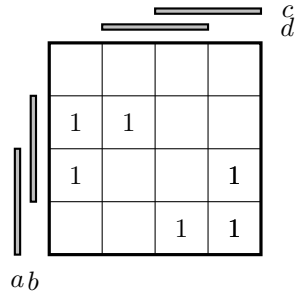
1: 101 ✓ 1,2: 10 -
 2: 100 ✓ 1,5: -01
 3: 110 ✓ 2,3: 1-0
 4: 110 → 3,7: -10
 5: 001 ✓ 5,6: 0-1
 6: 011 ✓ 6,7: 01-
 7: 010 ✓

			1,2	1,5	2,3	3,7	5,6	6,7
			10-	-01	1-0	-10	0-1	01-
			$a\wedge b'$	$b'\wedge c$	$a\wedge c'$	$b\wedge c'$	$a'\wedge c$	$a'\wedge b$
1	101	$a\wedge b'\wedge c$	×	×				
2	100	$a\wedge b'\wedge c'$	×		×			
3	110	$a\wedge b\wedge c'$			×	×		
5	001	$a'\wedge b'\wedge c$		×			×	
6	011	$a'\wedge b\wedge c$					×	×
7	010	$a'\wedge b\wedge c'$				×		×

$$\varphi_1 \equiv (a\wedge b') \vee (b\wedge c') \vee (a'\wedge c)$$

$$\varphi_2 \equiv (b'\wedge c) \vee (a\wedge c') \vee (a'\wedge b)$$

Řešení 4.



- 1: 1 0 1 0 ✓
 2: 1 0 1 1 ✓
 3: 1 1 1 0 ✓
 4: 0 1 0 1 ✓
 5: 1 1 1 0
 6: 1 0 1 0
 7: 1 1 0 0 ✓
 8: 0 1 0 0 ✓
- 1,2: 1 0 1 -
 1,3: 1 - 1 0
 3,7: 1 1 - 0
 4,8: 0 1 0 -
 7,8: - 1 0 0

			1,2	1,3	3,7	4,8	7,8
			1 0 1 -	1 - 1 0	1 1 - 0	0 1 0 -	- 1 0 0
			$a \wedge b' \wedge c$	$a \wedge c \wedge d'$	$a \wedge b \wedge d'$	$a' \wedge b \wedge c'$	$b \wedge c' \wedge d'$
1	1 0 1 0	$a \wedge b' \wedge c \wedge d'$	×	×			
2	1 0 1 1	$a \wedge b' \wedge c \wedge d$	×				
3	1 1 1 0	$a \wedge b \wedge c \wedge d'$		×	×		
4	0 1 0 1	$a' \wedge b \wedge c' \wedge d$				×	
7	1 1 0 0	$a \wedge b \wedge c' \wedge d'$			×		×
8	0 1 0 0	$a' \wedge b \wedge c' \wedge d'$				×	×

(odstraněny jednoznačné)

			1,3	3,7	7,8
			1 - 1 0	1 1 - 0	- 1 0 0
			$a \wedge c \wedge d'$	$a \wedge b \wedge d'$	$b \wedge c' \wedge d'$
3	1 1 1 0	$a \wedge b \wedge c \wedge d'$	×	×	
7	1 1 0 0	$a \wedge b \wedge c' \wedge d'$		×	×

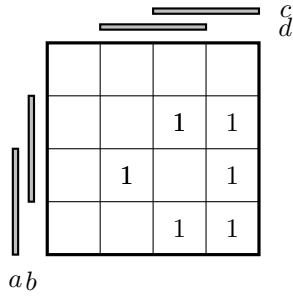
(odstraněny sloupce)

			3,7
			1 1 - 0
			$a \wedge b \wedge d'$
3	1 1 1 0	$a \wedge b \wedge c \wedge d'$	×
7	1 1 0 0	$a \wedge b \wedge c' \wedge d'$	×

(odstraněny jednoznačné)

$$\varphi \equiv (a \wedge b' \wedge c) \vee (a' \wedge b \wedge c') \vee (a \wedge b \wedge d')$$

Řešení 5.



- 1: 1110 ✓
 2: 0110 ✓
 3: 1101 1,2: -110
 4: 0111 ✓ 1,6: 1-10
 5: 0111 → 2,4: 011-
 6: 1010 ✓ 6,7: 101-
 7: 1011 ✓
 8: 1101

			3	1,2	1,6	2,4	6,7
			1101	-110	1-10	011-	101-
			$a\wedge b\wedge c'\wedge d$	$b\wedge c\wedge d'$	$a\wedge c\wedge d'$	$a'\wedge b\wedge c$	$a\wedge b'\wedge c$
1	1110	$a\wedge b\wedge c\wedge d'$		×	×		
2	0110	$a'\wedge b\wedge c\wedge d'$		×		×	
3	1101	$a\wedge b\wedge c'\wedge d$	×				
4	0111	$a'\wedge b\wedge c\wedge d$				×	
6	1010	$a\wedge b'\wedge c\wedge d'$			×		×
7	1011	$a\wedge b'\wedge c\wedge d$					×

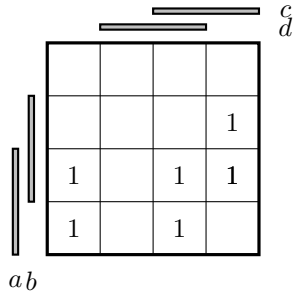
(odstraněny jednoznačné)

			1,2	1,6
			-110	1-10
			$b\wedge c\wedge d'$	$a\wedge c\wedge d'$
1	1110	$a\wedge b\wedge c\wedge d'$	×	×

$$\varphi_1 \equiv (a\wedge b\wedge c'\wedge d) \vee (a'\wedge b\wedge c) \vee (a\wedge b'\wedge c) \vee (b\wedge c\wedge d')$$

$$\varphi_2 \equiv (a\wedge b\wedge c'\wedge d) \vee (a'\wedge b\wedge c) \vee (a\wedge b'\wedge c) \vee (a\wedge c\wedge d')$$

Řešení 6.



- 1: 0110 ✓
 2: 1100 ✓ 1,3: -110
 3: 1110 ✓ 2,3: 11-0
 4: 1011 ✓ → 2,7: 1-00
 5: 1111 ✓ 3,5: 111-
 6: 1110
 7: 1000 ✓ 4,5: 1-11

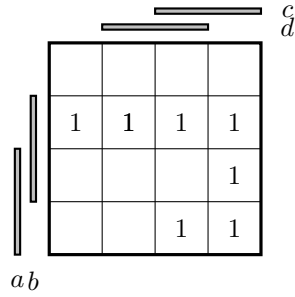
			1,3	2,3	2,7	3,5	4,5
			-110	11-0	1-00	111-	1-11
			$b \wedge c \wedge d'$	$a \wedge b \wedge d'$	$a \wedge c' \wedge d'$	$a \wedge b \wedge c$	$a \wedge c \wedge d$
1	0110	$a' \wedge b \wedge c \wedge d'$	×				
2	1100	$a \wedge b \wedge c' \wedge d'$		×	×		
3	1110	$a \wedge b \wedge c \wedge d'$	×	×		×	
4	1011	$a \wedge b' \wedge c \wedge d$					×
5	1111	$a \wedge b \wedge c \wedge d$				×	×
7	1000	$a \wedge b' \wedge c' \wedge d'$			×		

(odstraněny jednoznačné)

			2,3	3,5
			11-0	111-
			$a \wedge b \wedge d'$	$a \wedge b \wedge c$

$$\varphi \equiv (b \wedge c \wedge d') \vee (a \wedge c' \wedge d') \vee (a \wedge c \wedge d)$$

Řešení 7.



1: 1110 ✓ 1,2: 1-10
 2: 1010 ✓ 1,8: -110
 3: 0101 ✓ 2,5: 101-
 4: 0101 → 3,6: 010- ✓ → 3,6,7,8: 01--
 5: 1011 ✓ 3,7: 01-1 ✓ 3,7,6,8: 01--
 6: 0100 ✓ 6,8: 01-0 ✓
 7: 0111 ✓ 7,8: 011- ✓
 8: 0110 ✓

			1,2	1,8	2,5	3,6,7,8
			1-10	-110	101-	01--
			$a \wedge c \wedge d'$	$b \wedge c \wedge d'$	$a \wedge b' \wedge c$	$a' \wedge b$
1	1110	$a \wedge b \wedge c \wedge d'$	×	×		
2	1010	$a \wedge b' \wedge c \wedge d'$	×		×	
3	0101	$a' \wedge b \wedge c' \wedge d$				×
5	1011	$a \wedge b' \wedge c \wedge d$			×	
6	0100	$a' \wedge b \wedge c' \wedge d'$				×
7	0111	$a' \wedge b \wedge c \wedge d$				×
8	0110	$a' \wedge b \wedge c \wedge d'$		×		×

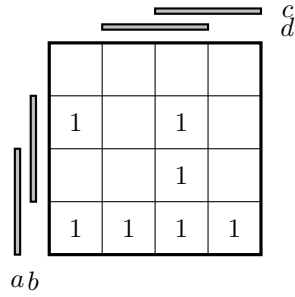
(odstraněny jednoznačné)

			1,2	1,8
			1-10	-110
			$a \wedge c \wedge d'$	$b \wedge c \wedge d'$
1	1110	$a \wedge b \wedge c \wedge d'$	×	×

$$\varphi_1 \equiv (a \wedge b' \wedge c) \vee (a' \wedge b) \vee (a \wedge c \wedge d')$$

$$\varphi_2 \equiv (a \wedge b' \wedge c) \vee (a' \wedge b) \vee (b \wedge c \wedge d')$$

Řešení 8.



- 1: 1111 ✓ 1,2: -111
 2: 0111 ✓ 1,5: 1-11
 3: 1000 ✓ 3,4: 10-0 ✓ 3,4,5,6: 10--
 4: 1010 ✓ → 3,6: 100- ✓ → 3,6,4,5: 10--
 5: 1011 ✓ 4,5: 101- ✓
 6: 1001 ✓ 5,6: 10-1 ✓
 7: 0100

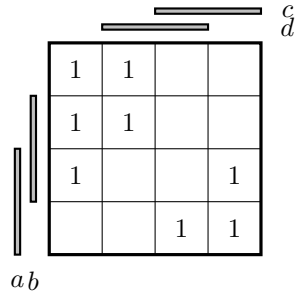
			7	1,2	1,5	3,4,5,6
			0100	-111	1-11	10--
			$a' \wedge b \wedge c' \wedge d'$	$b \wedge c \wedge d$	$a \wedge c \wedge d$	$a \wedge b'$
1	1111	$a \wedge b \wedge c \wedge d$		×	×	
2	0111	$a' \wedge b \wedge c \wedge d$		×		
3	1000	$a \wedge b' \wedge c' \wedge d'$				×
4	1010	$a \wedge b' \wedge c \wedge d'$				×
5	1011	$a \wedge b' \wedge c \wedge d$			×	×
6	1001	$a \wedge b' \wedge c' \wedge d$				×
7	0100	$a' \wedge b \wedge c' \wedge d'$	×			

(odstraněny jednoznačné)

			1,5
			1-11
			$a \wedge c \wedge d$

$$\varphi \equiv (a' \wedge b \wedge c' \wedge d') \vee (b \wedge c \wedge d) \vee (a \wedge b')$$

Řešení 9.



- | | |
|-----------|-------------|
| 1: 0101 ✓ | 1,4: 0-01 ✓ |
| 2: 0000 ✓ | 1,5: 010- ✓ |
| 3: 1100 ✓ | 2,4: 000- ✓ |
| 4: 0001 ✓ | 2,5: 0-00 ✓ |
| 5: 0100 ✓ | 3,5: -100 |
| 6: 1010 ✓ | 3,7: 11-0 |
| 7: 1110 ✓ | 6,7: 1-10 |
| 8: 1011 ✓ | 6,8: 101- |
- \rightarrow 1,4,2,5: 0-0-
 \rightarrow 1,5,2,4: 0-0-

			3,5	3,7	6,7	6,8	1,4,2,5
			-100	11-0	1-10	101-	0-0-
			$b\wedge c'\wedge d'$	$a\wedge b\wedge d'$	$a\wedge c\wedge d'$	$a\wedge b'\wedge c$	$a'\wedge c'$
1	0101	$a'\wedge b\wedge c'\wedge d$					×
2	0000	$a'\wedge b'\wedge c'\wedge d'$					×
3	1100	$a\wedge b\wedge c'\wedge d'$	×	×			
4	0001	$a'\wedge b'\wedge c'\wedge d$					×
5	0100	$a'\wedge b\wedge c'\wedge d'$	×				×
6	1010	$a\wedge b'\wedge c\wedge d'$			×	×	
7	1110	$a\wedge b\wedge c\wedge d'$		×	×		
8	1011	$a\wedge b'\wedge c\wedge d$				×	

(odstraněny jednoznačné)

			3,5	3,7	6,7
			-100	11-0	1-10
			$b\wedge c'\wedge d'$	$a\wedge b\wedge d'$	$a\wedge c\wedge d'$
3	1100	$a\wedge b\wedge c'\wedge d'$	×	×	
7	1110	$a\wedge b\wedge c\wedge d'$		×	×

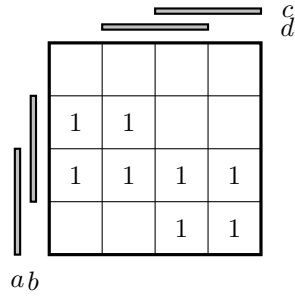
(odstraněny sloupce)

			3,7
			11-0
			$a\wedge b\wedge d'$
3	1100	$a\wedge b\wedge c'\wedge d'$	×
7	1110	$a\wedge b\wedge c\wedge d'$	×

(odstraněny jednoznačné)

$$\varphi \equiv (a\wedge b'\wedge c) \vee (a'\wedge c') \vee (a\wedge b\wedge d')$$

Řešení 10.



- | | | |
|-----------|--------------|---------------|
| 1: 0100 ✓ | 1,6: 010 - ✓ | |
| 2: 1011 ✓ | 1,7: -100 ✓ | |
| 3: 1110 ✓ | 2,5: 1-11 ✓ | 1,6,4,7: -10- |
| 4: 1101 ✓ | 2,8: 101 - ✓ | 1,7,4,6: -10- |
| 5: 1111 ✓ | 3,5: 111 - ✓ | 2,5,3,8: 1-1- |
| 6: 0101 ✓ | 3,7: 11-0 ✓ | 2,8,3,5: 1-1- |
| 7: 1100 ✓ | 3,8: 1-10 ✓ | 3,5,4,7: 11-- |
| 8: 1010 ✓ | 4,5: 11-1 ✓ | 3,7,4,5: 11-- |
| | 4,6: -101 ✓ | |
| | 4,7: 110 - ✓ | |

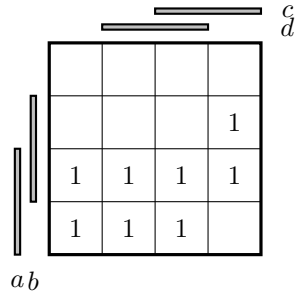
			1,6,4,7	2,5,3,8	3,5,4,7
			-10-	1-1-	11--
			$b\wedge c'$	$a\wedge c$	$a\wedge b$
1	0100	$a'\wedge b\wedge c'\wedge d'$	×		
2	1011	$a\wedge b'\wedge c\wedge d$		×	
3	1110	$a\wedge b\wedge c\wedge d'$		×	×
4	1101	$a\wedge b\wedge c'\wedge d$	×		×
5	1111	$a\wedge b\wedge c\wedge d$		×	×
6	0101	$a'\wedge b\wedge c'\wedge d$	×		
7	1100	$a\wedge b\wedge c'\wedge d'$	×		×
8	1010	$a\wedge b'\wedge c\wedge d'$		×	

(odstraněny jednoznačné)

			3,5,4,7
			11--
			$a\wedge b$

$$\varphi \equiv (b\wedge c') \vee (a\wedge c)$$

Řešení 11.



- 1: 1101 ✓ 1,2: 11-1 ✓
 2: 1111 ✓ 1,7: 1-01 ✓
 3: 1011 ✓ 1,8: 110- ✓ 1,2,3,7: 1--1
 4: 1110 ✓ 2,3: 1-11 ✓ 1,2,4,8: 11--
 5: 1000 ✓ 2,4: 111- ✓ 1,7,2,3: 1--1
 6: 0110 ✓ 3,7: 10-1 ✓ 1,7,5,8: 1-0-
 7: 1001 ✓ 4,6: -110 1,8,2,4: 11--
 8: 1100 ✓ 4,8: 11-0 ✓ 1,8,5,7: 1-0-
 5,7: 100- ✓
 5,8: 1-00 ✓

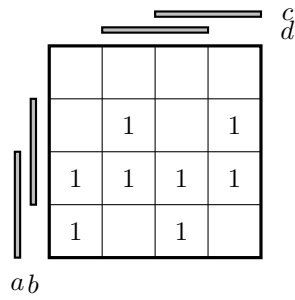
			4,6	1,2,3,7	1,2,4,8	1,7,5,8
			-110	1--1	11--	1-0-
			$b\wedge c\wedge d'$	$a\wedge d$	$a\wedge b$	$a\wedge c'$
1	1101	$a\wedge b\wedge c'\wedge d$		×	×	×
2	1111	$a\wedge b\wedge c\wedge d$		×	×	
3	1011	$a\wedge b'\wedge c\wedge d$		×		
4	1110	$a\wedge b\wedge c\wedge d'$	×		×	
5	1000	$a\wedge b'\wedge c'\wedge d'$				×
6	0110	$a'\wedge b\wedge c\wedge d'$	×			
7	1001	$a\wedge b'\wedge c'\wedge d$		×		×
8	1100	$a\wedge b\wedge c'\wedge d'$			×	×

(odstraněny jednoznačné)

			1,2,4,8
			11--
			$a\wedge b$

$$\varphi \equiv (b\wedge c\wedge d') \vee (a\wedge d) \vee (a\wedge c')$$

Řešení 12.



- | | | |
|-----------|-------------|-----------------|
| 1: 1111 ✓ | 1,4: 1-11 | |
| 2: 0110 ✓ | 1,5: 11-1 ✓ | |
| 3: 0101 ✓ | 1,6: 111- ✓ | |
| 4: 1011 ✓ | 2,6: -110 | → 1,5,6,8: 11-- |
| 5: 1101 ✓ | 3,5: -101 | → 1,6,5,8: 11-- |
| 6: 1110 ✓ | 5,8: 110- ✓ | |
| 7: 1000 ✓ | 6,8: 11-0 ✓ | |
| 8: 1100 ✓ | 7,8: 1-00 | |

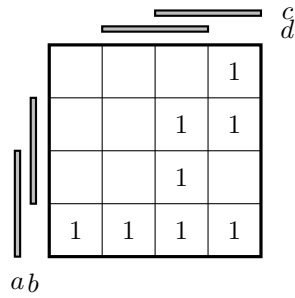
			1,4	2,6	3,5	7,8	1,5,6,8
			1-11	-110	-101	1-00	11--
			$a \wedge c \wedge d$	$b \wedge c \wedge d'$	$b \wedge c' \wedge d$	$a \wedge c' \wedge d'$	$a \wedge b$
1	1111	$a \wedge b \wedge c \wedge d$	×				×
2	0110	$a' \wedge b \wedge c \wedge d'$		×			
3	0101	$a' \wedge b \wedge c' \wedge d$			×		
4	1011	$a \wedge b' \wedge c \wedge d$	×				
5	1101	$a \wedge b \wedge c' \wedge d$			×		×
6	1110	$a \wedge b \wedge c \wedge d'$		×			×
7	1000	$a \wedge b' \wedge c' \wedge d'$				×	
8	1100	$a \wedge b \wedge c' \wedge d'$				×	×

(odstraněny jednoznačné)

			1,5,6,8
			11--
			$a \wedge b$

$$\varphi \equiv (a \wedge c \wedge d) \vee (b \wedge c \wedge d') \vee (b \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge c' \wedge d')$$

Řešení 13.



- | | | |
|-----------|---------------|-----------------|
| 1: 1111 ✓ | 1,5: -111 | |
| 2: 0110 ✓ | 1,7: 1-11 | |
| 3: 1000 ✓ | 2,5: 011- | |
| 4: 1010 ✓ | 2,6: 0-10 | |
| 5: 0111 ✓ | → 3,4: 10-0 ✓ | → 3,4,7,8: 10-- |
| 6: 0010 ✓ | 3,8: 100- ✓ | 3,8,4,7: 10-- |
| 7: 1011 ✓ | 4,6: -010 | |
| 8: 1001 ✓ | 4,7: 101- ✓ | |
| | 7,8: 10-1 ✓ | |

			1,5	1,7	2,5	2,6	4,6	3,4,7,8
			-111	1-11	011-	0-10	-010	10--
			$b\wedge c\wedge d$	$a\wedge c\wedge d$	$a'\wedge b\wedge c$	$a'\wedge c\wedge d'$	$b'\wedge c\wedge d'$	$a\wedge b'$
1	1111	$a\wedge b\wedge c\wedge d$	×	×				
2	0110	$a'\wedge b\wedge c\wedge d'$			×	×		
3	1000	$a\wedge b'\wedge c'\wedge d'$						×
4	1010	$a\wedge b'\wedge c\wedge d'$					×	×
5	0111	$a'\wedge b\wedge c\wedge d$	×		×			
6	0010	$a'\wedge b'\wedge c\wedge d'$				×	×	
7	1011	$a\wedge b'\wedge c\wedge d$		×				×
8	1001	$a\wedge b'\wedge c'\wedge d$						×

(odstraněny jednoznačné)

			1,5	1,7	2,5	2,6	4,6
			-111	1-11	011-	0-10	-010
			$b\wedge c\wedge d$	$a\wedge c\wedge d$	$a'\wedge b\wedge c$	$a'\wedge c\wedge d'$	$b'\wedge c\wedge d'$
1	1111	$a\wedge b\wedge c\wedge d$	×	×			
2	0110	$a'\wedge b\wedge c\wedge d'$			×	×	
5	0111	$a'\wedge b\wedge c\wedge d$	×		×		
6	0010	$a'\wedge b'\wedge c\wedge d'$				×	×

(odstraněny sloupce)

			1,5	2,5	2,6
			-111	011-	0-10
			$b\wedge c\wedge d$	$a'\wedge b\wedge c$	$a'\wedge c\wedge d'$
1	1111	$a\wedge b\wedge c\wedge d$	×		
2	0110	$a'\wedge b\wedge c\wedge d'$		×	×
5	0111	$a'\wedge b\wedge c\wedge d$	×	×	
6	0010	$a'\wedge b'\wedge c\wedge d'$			×

(odstraněny řádky)

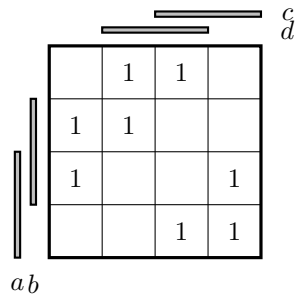
			1,5	2,5	2,6
			-111	011-	0-10
			$b\wedge c\wedge d$	$a'\wedge b\wedge c$	$a'\wedge c\wedge d'$
1	1111	$a\wedge b\wedge c\wedge d$	×		
6	0010	$a'\wedge b'\wedge c\wedge d'$			×

(odstraněny jednoznačné)

			2,5
			011-
			$a'\wedge b\wedge c$

$$\varphi \equiv (a\wedge b') \vee (b\wedge c\wedge d) \vee (a'\wedge c\wedge d')$$

Řešení 14.



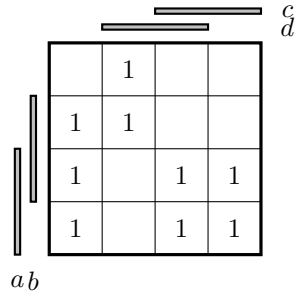
- | | |
|-----------|-----------|
| 1: 0101 ✓ | 1,5: 010- |
| 2: 1010 ✓ | 1,8: 0-01 |
| 3: 1100 ✓ | 2,4: 101- |
| 4: 1011 ✓ | 2,7: 1-10 |
| 5: 0100 ✓ | 3,5: -100 |
| 6: 0011 ✓ | 3,7: 11-0 |
| 7: 1110 ✓ | 4,6: -011 |
| 8: 0001 ✓ | 6,8: 00-1 |

			1,5	1,8	2,4	2,7	3,5	3,7	4,6	6,8
			010-	0-01	101-	1-10	-100	11-0	-011	00-1
			$a' \wedge b \wedge c'$	$a' \wedge c' \wedge d$	$a \wedge b' \wedge c$	$a \wedge c \wedge d'$	$b \wedge c' \wedge d'$	$a \wedge b \wedge d'$	$b' \wedge c \wedge d$	$a' \wedge b' \wedge d$
1	0101	$a' \wedge b \wedge c' \wedge d$	×	×						
2	1010	$a \wedge b' \wedge c \wedge d'$			×	×				
3	1100	$a \wedge b \wedge c' \wedge d'$					×	×		
4	1011	$a \wedge b' \wedge c \wedge d$			×				×	
5	0100	$a' \wedge b \wedge c' \wedge d'$	×				×			
6	0011	$a' \wedge b' \wedge c \wedge d$							×	×
7	1110	$a \wedge b \wedge c \wedge d'$				×		×		
8	0001	$a' \wedge b' \wedge c' \wedge d$		×						×

$$\varphi_1 \equiv (a' \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge c \wedge d') \vee (b \wedge c' \wedge d') \vee (b' \wedge c \wedge d)$$

$$\varphi_2 \equiv (a' \wedge b \wedge c') \vee (a \wedge b' \wedge c) \vee (a \wedge b \wedge d') \vee (a' \wedge b' \wedge d)$$

Řešení 15.



- | | | |
|-----------|--------------|---------------|
| 1: 1110 ✓ | 1,4: 111 - ✓ | |
| 2: 0100 ✓ | 1,5: 1-10 ✓ | |
| 3: 1011 ✓ | 1,9: 11-0 ✓ | |
| 4: 1111 ✓ | 2,6: 010 - | 1,4,3,5: 1-1- |
| 5: 1010 ✓ | 2,9: -100 | 1,5,3,4: 1-1- |
| 6: 0101 ✓ | 3,4: 1-11 ✓ | 1,5,7,9: 1--0 |
| 7: 1000 ✓ | 3,5: 101 - ✓ | 1,9,5,7: 1--0 |
| 8: 0001 ✓ | 5,7: 10-0 ✓ | |
| 9: 1100 ✓ | 6,8: 0-01 | |
| | 7,9: 1-00 ✓ | |

			2,6	2,9	6,8	1,4,3,5	1,5,7,9
			010-	-100	0-01	1-1-	1--0
			$a' \wedge b \wedge c'$	$b \wedge c' \wedge d'$	$a' \wedge c' \wedge d$	$a \wedge c$	$a \wedge d'$
1	1110	$a \wedge b \wedge c \wedge d'$				×	×
2	0100	$a' \wedge b \wedge c' \wedge d'$	×	×			
3	1011	$a \wedge b' \wedge c \wedge d$				×	
4	1111	$a \wedge b \wedge c \wedge d$				×	
5	1010	$a \wedge b' \wedge c \wedge d'$				×	×
6	0101	$a' \wedge b \wedge c' \wedge d$	×		×		
7	1000	$a \wedge b' \wedge c' \wedge d'$					×
8	0001	$a' \wedge b' \wedge c' \wedge d$			×		
9	1100	$a \wedge b \wedge c' \wedge d'$		×			×

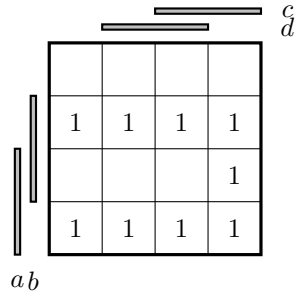
(odstraněny jednoznačné)

			2,6	2,9
			010-	-100
			$a' \wedge b \wedge c'$	$b \wedge c' \wedge d'$
2	0100	$a' \wedge b \wedge c' \wedge d'$	×	×

$$\varphi_1 \equiv (a' \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge c) \vee (a \wedge d') \vee (a' \wedge b \wedge c')$$

$$\varphi_2 \equiv (a' \wedge c' \wedge d) \vee (a \wedge c) \vee (a \wedge d') \vee (b \wedge c' \wedge d')$$

Řešení 16.



- | | | |
|-----------|---------------|-----------------|
| 1: 0100 ✓ | 1,5: 010 - ✓ | |
| 2: 1110 ✓ | 1,8: 01 - 0 ✓ | |
| 3: 0111 ✓ | 2,8: - 110 | |
| 4: 1011 ✓ | 2,9: 1 - 10 | 1,5,3,8: 01 - - |
| 5: 0101 ✓ | 3,5: 01 - 1 ✓ | 1,8,3,5: 01 - - |
| 6: 1001 ✓ | 3,8: 011 - ✓ | 4,6,7,9: 10 - - |
| 7: 1000 ✓ | 4,6: 10 - 1 ✓ | 4,9,6,7: 10 - - |
| 8: 0110 ✓ | 4,9: 101 - ✓ | |
| 9: 1010 ✓ | 6,7: 100 - ✓ | |
| | 7,9: 10 - 0 ✓ | |

			2,8	2,9	1,5,3,8	4,6,7,9
			- 110	1 - 10	01 - -	10 - -
			$b \wedge c \wedge d'$	$a \wedge c \wedge d'$	$a' \wedge b$	$a \wedge b'$
1	0100	$a' \wedge b \wedge c' \wedge d'$			×	
2	1110	$a \wedge b \wedge c \wedge d'$	×	×		
3	0111	$a' \wedge b \wedge c \wedge d$			×	
4	1011	$a \wedge b' \wedge c \wedge d$				×
5	0101	$a' \wedge b \wedge c' \wedge d$			×	
6	1001	$a \wedge b' \wedge c' \wedge d$				×
7	1000	$a \wedge b' \wedge c' \wedge d'$				×
8	0110	$a' \wedge b \wedge c \wedge d'$	×		×	
9	1010	$a \wedge b' \wedge c \wedge d'$		×		×

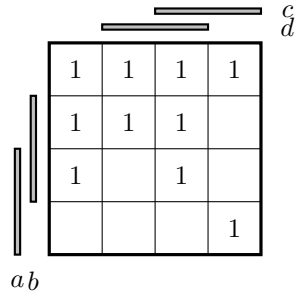
(odstraněny jednoznačné)

			2,8	2,9
			- 110	1 - 10
			$b \wedge c \wedge d'$	$a \wedge c \wedge d'$
2	1110	$a \wedge b \wedge c \wedge d'$	×	×

$$\varphi_1 \equiv (a' \wedge b) \vee (a \wedge b') \vee (b \wedge c \wedge d')$$

$$\varphi_2 \equiv (a' \wedge b) \vee (a \wedge b') \vee (a \wedge c \wedge d')$$

Řešení 17.



- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|---------------|---------------|--------------|------------|--------------|------------|---------------|------------|---------------|---------------|----------------|----------------|-----------------|-------------------|-----------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1: 0000 ✓ | 2: 0010 ✓ | 3: 0100 ✓ | 4: 1010 ✓ | 5: 1100 ✓ | 6: 1111 ✓ | 7: 0011 ✓ | 8: 0111 ✓ | 9: 0001 ✓ | 10: 0101 ✓ | 1,2: 00 - 0 ✓ | 1,3: 0 - 00 ✓ | 1,9: 000 - ✓ | 2,4: - 010 | 2,7: 001 - ✓ | 3,5: - 100 | 3,10: 010 - ✓ | 6,8: - 111 | 7,8: 0 - 11 ✓ | 7,9: 00 - 1 ✓ | 8,10: 01 - 1 ✓ | 9,10: 0 - 01 ✓ | 1,2,7,9: 00 - - | 1,3,9,10: 0 - 0 - | 1,9,2,7: 00 - - | 1,9,3,10: 0 - 0 - | 7,8,9,10: 0 - - 1 | 7,9,8,10: 0 - - 1 |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|---------------|---------------|--------------|------------|--------------|------------|---------------|------------|---------------|---------------|----------------|----------------|-----------------|-------------------|-----------------|-------------------|-------------------|-------------------|

			2,4	3,5	6,8	1,2,7,9	1,3,9,10	7,8,9,10
			- 010	- 100	- 111	00--	0-0-	0--1
			$b' \wedge c \wedge d'$	$b \wedge c' \wedge d'$	$b \wedge c \wedge d$	$a' \wedge b'$	$a' \wedge c'$	$a' \wedge d$
1	0000	$a' \wedge b' \wedge c' \wedge d'$				×	×	
2	0010	$a' \wedge b' \wedge c \wedge d'$	×			×		
3	0100	$a' \wedge b \wedge c' \wedge d'$		×			×	
4	1010	$a \wedge b' \wedge c \wedge d'$	×					
5	1100	$a \wedge b \wedge c' \wedge d'$		×				
6	1111	$a \wedge b \wedge c \wedge d$			×			
7	0011	$a' \wedge b' \wedge c \wedge d$				×		×
8	0111	$a' \wedge b \wedge c \wedge d$			×			×
9	0001	$a' \wedge b' \wedge c' \wedge d$				×	×	×
10	0101	$a' \wedge b \wedge c' \wedge d$					×	×

(odstraněny jednoznačné)

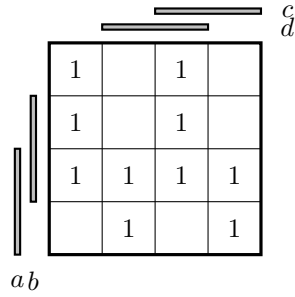
			1,2,7,9	1,3,9,10	7,8,9,10
			00--	0-0-	0--1
			$a' \wedge b'$	$a' \wedge c'$	$a' \wedge d$
1	0000	$a' \wedge b' \wedge c' \wedge d'$	×	×	
7	0011	$a' \wedge b' \wedge c \wedge d$	×		×
9	0001	$a' \wedge b' \wedge c' \wedge d$	×	×	×
10	0101	$a' \wedge b \wedge c' \wedge d$		×	×

(odstraněny řádky)

			1,2,7,9	1,3,9,10	7,8,9,10
			00--	0-0-	0--1
			$a' \wedge b'$	$a' \wedge c'$	$a' \wedge d$
1	0000	$a' \wedge b' \wedge c' \wedge d'$	×	×	
7	0011	$a' \wedge b' \wedge c \wedge d$	×		×
10	0101	$a' \wedge b \wedge c' \wedge d$		×	×

$$\begin{aligned} \varphi_1 &\equiv (b' \wedge c \wedge d') \vee (b \wedge c' \wedge d') \vee (b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b') \vee (a' \wedge c') \\ \varphi_2 &\equiv (b' \wedge c \wedge d') \vee (b \wedge c' \wedge d') \vee (b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge b') \vee (a' \wedge d) \\ \varphi_3 &\equiv (b' \wedge c \wedge d') \vee (b \wedge c' \wedge d') \vee (b \wedge c \wedge d) \vee (a' \wedge c') \vee (a' \wedge d) \end{aligned}$$

Řešení 18.



- | | |
|------------|--------------|
| 1: 0000 ✓ | 1,6: 0-00 |
| 2: 0011 ✓ | 2,8: 0-11 |
| 3: 1001 ✓ | 3,10: 1-01 |
| 4: 1100 ✓ | 4,6: -100 |
| 5: 1111 ✓ | 4,9: 11-0 ✓ |
| 6: 0100 ✓ | 4,10: 110- ✓ |
| 7: 1010 ✓ | 5,8: -111 |
| 8: 0111 ✓ | 5,9: 111- ✓ |
| 9: 1110 ✓ | 5,10: 11-1 ✓ |
| 10: 1101 ✓ | 7,9: 1-10 |
- \rightarrow 4,9,5,10: 11-- \rightarrow 4,10,5,9: 11--

			1,6	2,8	3,10	4,6	5,8	7,9	4,9,5,10
			0-00	0-11	1-01	-100	-111	1-10	11--
			$a'\wedge c'\wedge d'$	$a'\wedge c\wedge d$	$a\wedge c'\wedge d$	$b\wedge c'\wedge d'$	$b\wedge c\wedge d$	$a\wedge c\wedge d'$	$a\wedge b$
1	0000	$a'\wedge b'\wedge c'\wedge d'$	×						
2	0011	$a'\wedge b'\wedge c\wedge d$		×					
3	1001	$a\wedge b'\wedge c'\wedge d$			×				
4	1100	$a\wedge b\wedge c'\wedge d'$				×			×
5	1111	$a\wedge b\wedge c\wedge d$					×		×
6	0100	$a'\wedge b\wedge c'\wedge d'$	×			×			
7	1010	$a\wedge b'\wedge c\wedge d'$						×	
8	0111	$a'\wedge b\wedge c\wedge d$		×			×		
9	1110	$a\wedge b\wedge c\wedge d'$						×	×
10	1101	$a\wedge b\wedge c'\wedge d$			×				×

(odstraněny jednoznačné)

			4,6	5,8	4,9,5,10
			-100	-111	11--
			$b\wedge c'\wedge d'$	$b\wedge c\wedge d$	$a\wedge b$
4	1100	$a\wedge b\wedge c'\wedge d'$	×		×
5	1111	$a\wedge b\wedge c\wedge d$		×	×

(odstraněny sloupce)

			4,9,5,10
			11--
			$a\wedge b$
4	1100	$a\wedge b\wedge c'\wedge d'$	×
5	1111	$a\wedge b\wedge c\wedge d$	×

(odstraněny jednoznačné)

$$\varphi \equiv (a'\wedge c'\wedge d') \vee (a'\wedge c\wedge d) \vee (a\wedge c'\wedge d) \vee (a\wedge c\wedge d') \vee (a\wedge b)$$