

Kmitavý pohyb

- Pohyb nerovnoměrný → tzn. že velikost okamžité rychlosti se mění
- Těleso urazí ve stejných časových intervalech různé dráhy
- Periodicky opakující se

- Těleso zavěšené na pružině
- Tlukot srdce
- Struha hudebního nástroje
- Kyvadlo hodin
- Chvění bubínku ucha
- Vysílání signálu
- Přijímání signálu

Kmitavý pohyb je charakterizován dvěma veličinami:

a) Perioda T = doba jednoho kmitu (jednotkou je sekunda),
souvislost s frekvencí: $T = \frac{1}{f}$, $T = \frac{2\pi}{\omega}$

b) Frekvence f = počet kmitů za jednu sekundu (jednotkou je s^{-1} = Hz), souvislost s periodou: $f = \frac{1}{T}$

Kmity

- Neboli kmitavý pohyb, jehož časový diagram má podobu sinusoidy
- Takový pohyb nazýváme harmonický, hovoříme tedy o harmonickém kmitání

$$y = y_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

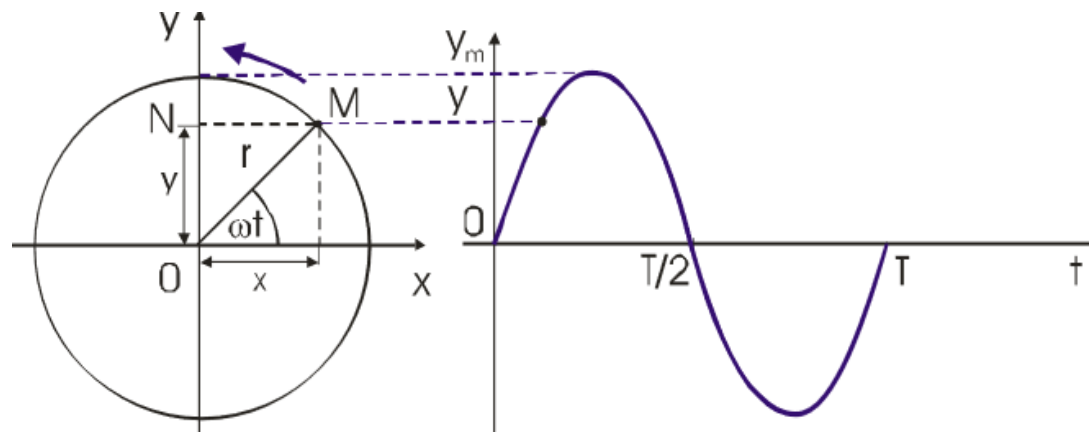
y ... okamžitá výchylka v čase

y_m ... amplituda kmitání, maximální výchylka (kladná i záporná – během celé periody T)

$(\omega \cdot t + \varphi_0)$... fáze kmitavého pohybu

φ_0 ... počáteční fáze (počáteční fázový úhel) v čase $t=0$

ω ... úhlová frekvence, jak rychle kmitání probíhá, $\omega = 2\pi f$



Okamžitá rychlost

$$v = \frac{dy}{dt} = y_m \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

- Časová derivace výchylky
- Harmonický průběh
- Mění se podle funkce kosinus – posunutá o $\frac{\pi}{2}$ (90°) vůči výchylce

Okamžité zrychlení

$$a = \frac{d^2 y}{dt^2} = -y_m \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = -\omega^2 \cdot y$$

- Druhá derivace výchylky → změna rychlosti v čase
- Harmonické, přímo úměrné výchylce s opačným směrem
- Vratný pohyb – pohyb do rovnovážné polohy

- Perioda tělesa o hmotnosti m na pružině tuhosti k

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

- Perioda matematického kyvadla délky l

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Vlnění

= proces šíření libovolného vzruchu v daném prostředí

- Vlněním se šíří zvuk, světlo, TV signál, radiový signál, ale také telefonní hovor
- Zdrojem vlnění je mechanický oscilátor = zařízení, které volně kmitá

Dle prostředí: Mechanické, Elektromagnetické

Mechanické vlnění

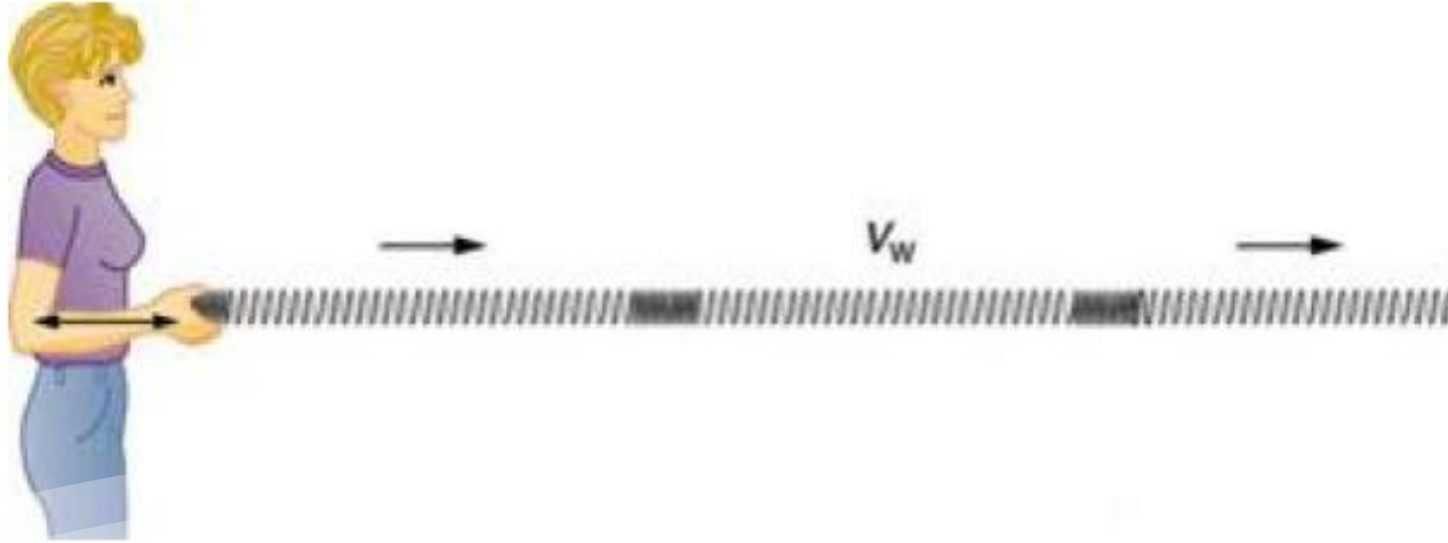
= vlnění, které vzniká v pevných, kapalných a plynných látkách, jinak také rozruch šířící se hmotným prostředím (vlny na struně, zvukové vlny nebo vlny na vodní hladině)

- podstatou mechanického vlnění je přenos kmitání látkovým prostředím
- šíření vlnění není spojeno s přenosem látky, ale přenáší se energie
- příčina vzniku a existence mechanického vlnění = existence vazebných sil mezi částicemi prostředí (iontová, vodíková, kovová, kovalentní, Van der Waalsova)
- rozkmitá-li se jedna částice, potom se rozruch silami prostředí přenesse dál → pružné prostředí

Dělení mechanického vlnění

- Vlnění v závislosti na směru výchylky kmitání jednotlivých bodů a směru šíření
 1. Podélné
 2. Příčné

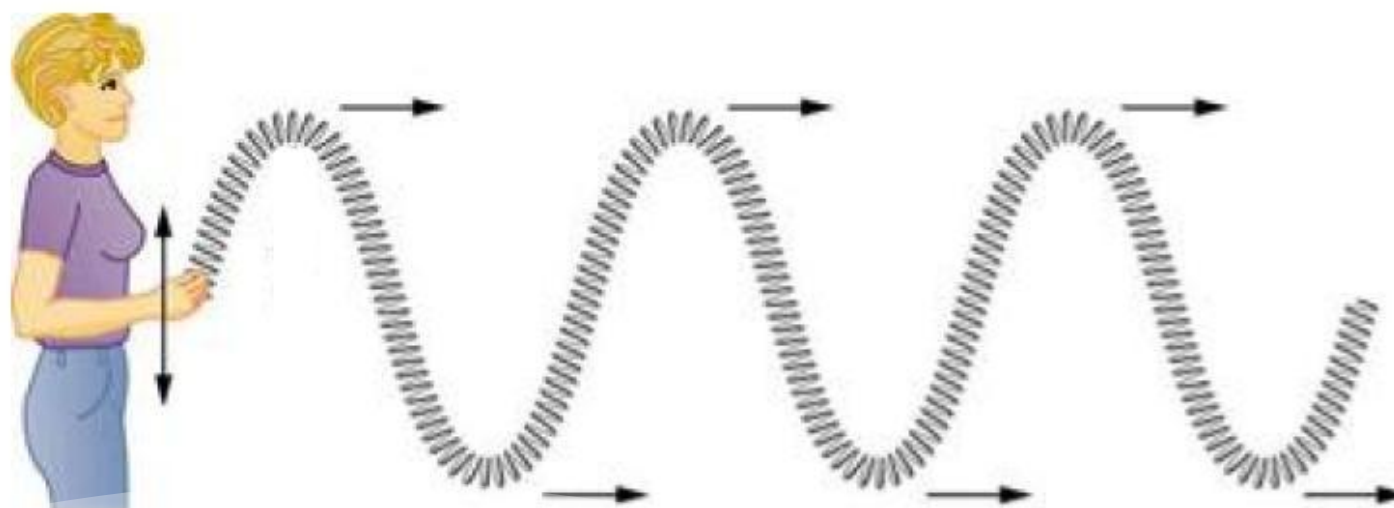
- Vlnění podle přenosu energie:
 1. Postupné – energie se přenáší vlněním
 2. Stojaté – energie se vlněním nepřenáší



Rozdělení postupného mechanického vlnění

a) Podélné

- Všechny částice prostředí kmitají ve směru šíření vlny
- Např. akustická vlna, nebo magická spirála
- Výskyt v plynech



b) Příčné

- Všechny částice prostředí kmitají ve směru kolmém na směr šíření vlnění
- Např. provaz, struny nebo vlny na vodní hladině
- Výskyt v pevných látkách

<https://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/waves/wavemotion.html>

Zdroje obrázků: Khanacademy.org

Zvuk

= mechanické vlnění látkového prostředí, které má schopnost vyvolat sluchový vjem

- Nauka o zvuku = akustika
- Zdroj zvuku - každé chvějící se těleso určitou potřebnou frekvencí ve styku s pružným prostředím
- Zdroje zvuku jsou vlastně oscilátory, které mohou kmitat s řadou frekvencí. Tyto frekvence však nemají libovolnou hodnotu, ale jsou násobky základní frekvence.
- Ta je určena geometrickými rozměry pružného tělesa, v němž vzniká chvění.
- Zvukové vlny - mechanické vlny pružného prostředí

- Lidské ucho vnímá od 16 Hz do 20 000 Hz
- Pod 16 Hz – Infrazvuk
- Nad 20 000 Hz – Ultrazvuk (netopýr, delfín, pes)
- Pro běžné teploty při atmosféř. tlaku je rychlost šíření zvuku 340 m.s-1



Přehled

- 0 dB Nejjemnější zvuk, které je lidské ucho schopno rozeznat.
- 30 dB Tiché šeptání v knihovně.
- 40 dB Obývací pokoj, lednička, ložnice (odvráceny od silničního provozu).
- 50 dB Normální rozhovor, tichá kancelář.
- 60 dB Šicí stroj, psací stroj.
- 70 dB Vysavač, vysoušeč vlasů.
- 80 dB Normální městská doprava, budík ve 2 ráno.
- 90 dB Sekačka trávy, doprava nákladních vozů, podzemní dráha, motorka.
- 100 dB Vůz pro odpad, řetězová pila, pneumatické příklepové kladivo.
- 120 dB Hlasitý rockový koncert, hrom.
- 140 dB Výstřel z pušky, výbušná žabka, tiskařský stroj.
- 180 dB Hluk u raketové základny při odpálení rakety.

Zajímavost



- Světový rekord nejhlasitějšího zařvání drží irská učitelka, která zařvala slovo „ticho“ při hlasitosti cca 120 dB

Slyšitelné zvuky

<https://www.youtube.com/watch?v=PAsMlDptjx8>

Hladina intenzity zvuku L

- Jednotka decibel (dB)

$$L = 10 \log(I/I_0)$$

I_0 ... práh slyšitelnosti (10^{-12} W/m^2 pro $f = 1 \text{ kHz}$)

I ... *intenzita zvuku*

- Čím více decibelů tím větší je riziko trvalého poškození sluchu. Vystavíme-li svůj sluch hlasitosti 140 dB a více, pro naše uši to znamená téměř okamžité ohluchnutí.
- Pro lidské ucho mohou být škodlivé zvuky už od hlasitosti 80 dB. Sluchové buňky uvnitř ucha se přetíží a akustickým tlakem (A nebo p) se začnou ničit.
- Rockový koncert se pohybuje okolo 110 dB.

Rozdělení zvuků

Neperiodické (nehudební) – Hluk nebo šum

- Tyto zvuky jsou způsobeny nepravidelným chvěním prostředí (obr.3)

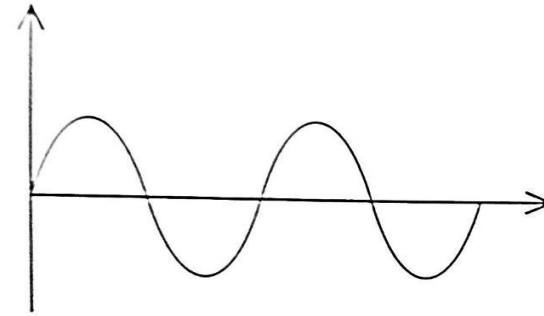
Např. šramot, hřmění, vrzání, bouchnutí, souhlásky

Periodické (hudební) - Tón

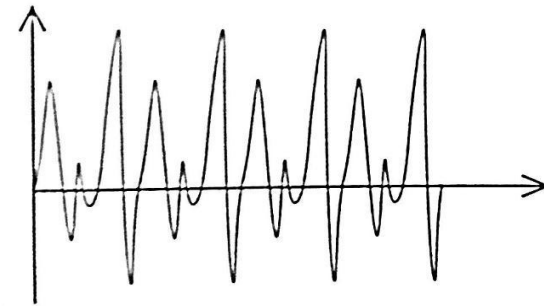
- Tyto zvuky jsou způsobeny pravidelným chvěním prostředí
- Nejjednodušší zvuk má sinusový průběh (obr. 1). Složitější periodické zvuky nazýváme složený tón (obr.2)

Např. hudba, samohlásky

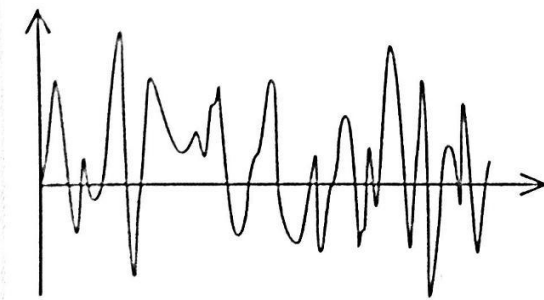
- Lze u nich změřit i výška, ta je určena frekvencí



HUDEBNÍ ZVUKY
Časový diagram
jednoduchého tónu.



Časový diagram
složeného tónu.



NEHUDEBNÍ ZVUK
Příklad časového
diagramu hluku.

Dopplerův jev

- Označováno také někdy jako Dopplerův efekt
- Pokud budeme mít objekt vydávající zvuk o určité frekvenci, tak v případě, že se k nám objekt bude blížit frekvence bude vyšší a jakmile se od nás bude vzdalovat, frekvence se bude snižovat (motorka, houkající sanitka apod)
- Tento jev, spočívající ve změně frekvence pohybujícího se zdroje zvuku oproti frekvenci téhož zdroje zvuku v klidu se nazývá podle vědce Christiana Dopplera.
- Tento jev lze zkoumat ve 3 různých případech:
 - Pohybuje se zdroj vlnění
 - Pohybuje se pozorovatel
 - Pohybuje se zdroj i pozorovatel

<https://www.youtube.com/watch?v=ffg4TOpXZyg>

Optika

Patří mezi nejstarší obory fyziky a studuje podstatu a zákonitosti světelných jevů



Druhy optického prostředí:

- a) Průhledné – nedochází k rozptylu světla (čiré sklo)
- b) Průsvitné – světlo se částečně rozptyluje (matné sklo)
- c) Neprůhledné – světlo se pohlcuje nebo odráží

Další druhy prostředí:

- a) Homogenní – kdekoliv stejný index lomu (stejné optické vlastnosti)
- b) Izotropní – index lomu ve všech směrech stejný, nezávisí na směru
- c) Anizotropní - index lomu závisí na směru šíření světelného paprsku

Šíření světla v homogenním izotropním prostředí → Huygensův princip

Pojem světelný paprsek – přímka, kolmá na vlnoplochu a její orientace udává směr šíření světla

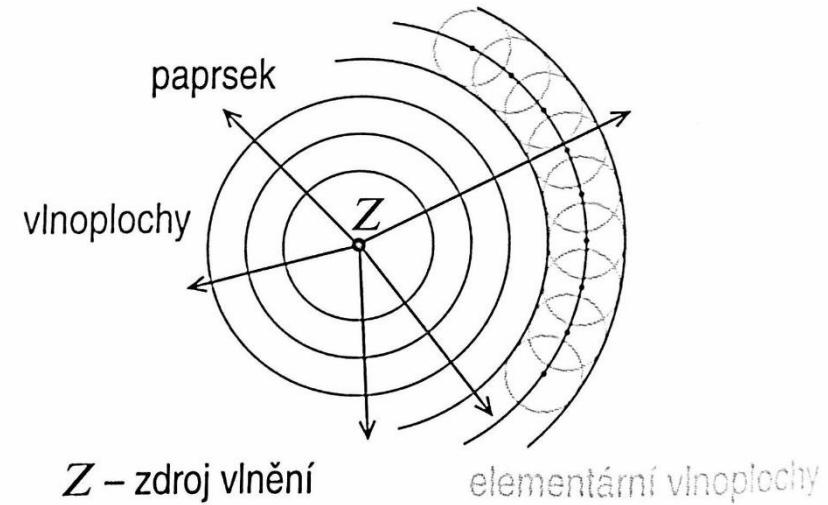
Huygensův princip

- popisuje proces šíření daného vlnění v prostoru

Znění:

Každý bod vlnoplochy, do něhož dospělo vlnění v určitém okamžiku, můžeme pokládat za zdroj elementárního vlnění, které se z něho šíří v elementárních vlnoplochách. Vlnoplocha v dalším časovém okamžiku je vnější obalová plocha všech elementárních vlnoploch

- Pomocí Huygensova principu jde odvodit zákony odrazu a lomu



Dle Huygensova principu lze vysvětlit i kruhové vlny na hladině, když do vody hodíme předmět. Protože voda má ve všech směrech stejné vlastnosti, je tedy izotropní, tak se vlnění od zdroje (hozený předmět) bude šířit všemi směry stejně.

Elektromagnetické záření látek

- Látky všech skupenství vysílají elektromagnetické záření
- Příčinou jsou děje v látkách, kdy částice zdroje (molekuly a atomy) záření získávají energii, kterou vyzařují v podobě elektromagnetického záření.
- Na rozdíl od mechanického vlnění nepotřebuje elektromagnetické vlnění ke svému šíření žádné látkové prostředí a šíří se také vakuem.
- Např. vlákno žárovky – vyzařování světla je důsledkem děje, kdy atomy získávají vlivem tepelného pohybu větší energii a tu pak vyzařují → tepelné záření
- Tělesa teplo nejen vyzařují, ale také pohlcují a tím dochází ke změně vnitřní energie.

S rostoucí teplotou tělesa se vyzařování tepelného záření přesouvá ke kratším vlnovým délkám (a vyšším frekvencím) – Wienův posunovací zákon

- Záření je ovlivněno vlastnostmi těles → černé těleso – musíme vyloučit vlastnosti těles aby bylo možné tepelné záření zkoumat

- Wienův posunovací zákon – vlnová délka λ_m , při níž je vyzařováno nejvíce zářivé energie se s rostoucí absolutní teplotou posouvá ke kratším vlnovým délkám

$$\lambda_m \cdot T = b$$

$$b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} \quad \text{Wienova konstanta}$$

- Graf závislosti spektrální hustoty vyzařování na vlnové délce
- Při vyšší teplotě je celková vyzářená energie větší a nejvyšší hodnota λ_m se posouvá ve směru kratších vlnových délek
- Vysvětlení proč předměty zahřáté na teploty kolem 600°C mají červenou barvu, kolem 1000°C oranžovou barvu a při teplotě 1300°C bílou až modrobílou.

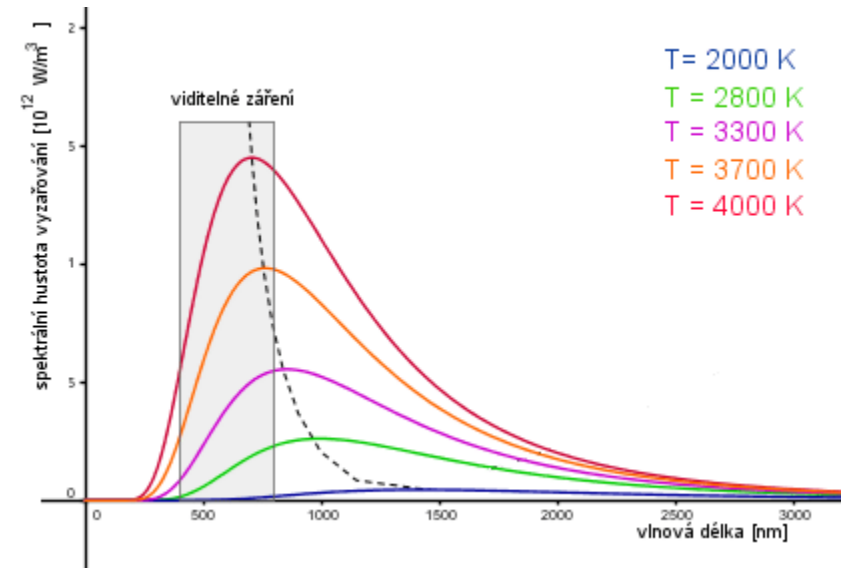
Stejný princip viz astronomie.

- M. Planck – zavedl předpoklad, že černé těleso nevyzařuje svoji energie spojitě ale po určitých kvantech energie (fotonech), kdy jejich velikost závisí na frekvenci f :

$$E = h \cdot f$$

Energie fotonu neboli fotony jsou nejmenší kvantum energie, které může látka vyzařovat či pohlcovat

$$h = 6,62607015 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \quad \text{Planckova konstanta}$$



Černé těleso

- Fyzikální abstrakce popisující děje spojené s vyzařováním energie
- Dokonale pohlcuje veškerou energii dopadajícího záření
- Např. dutina s černým matným vnitřním povrchem (začerněna sazemí nebo platinovou černí)
- Pokud do dutiny pronikne elektromagnetické záření, tak opakovanými odrazy od stěn se veškerá energie záření pohltí – otvor se pak jeví jako černé těleso.
- Mnohé zářiče je možno v dostatečně přesném přiblížení považovat za dokonale černé – hvězdy, Slunce
- Intenzita vyzařování černého tělesa M_e závisí na jeho absolutní teplotě $T \rightarrow$ Stefan – Boltzmannův zákon

https://www.youtube.com/watch?v=_0tkbp8yk-w

Světlo – elektromagnetické vlnění

- Rozsah vlnění: 390 nm (fialová) až 790 nm (červená) se schopností vyvolat v lidském oku světelný vjem
- Světlo je charakterizováno vlnovou délkou

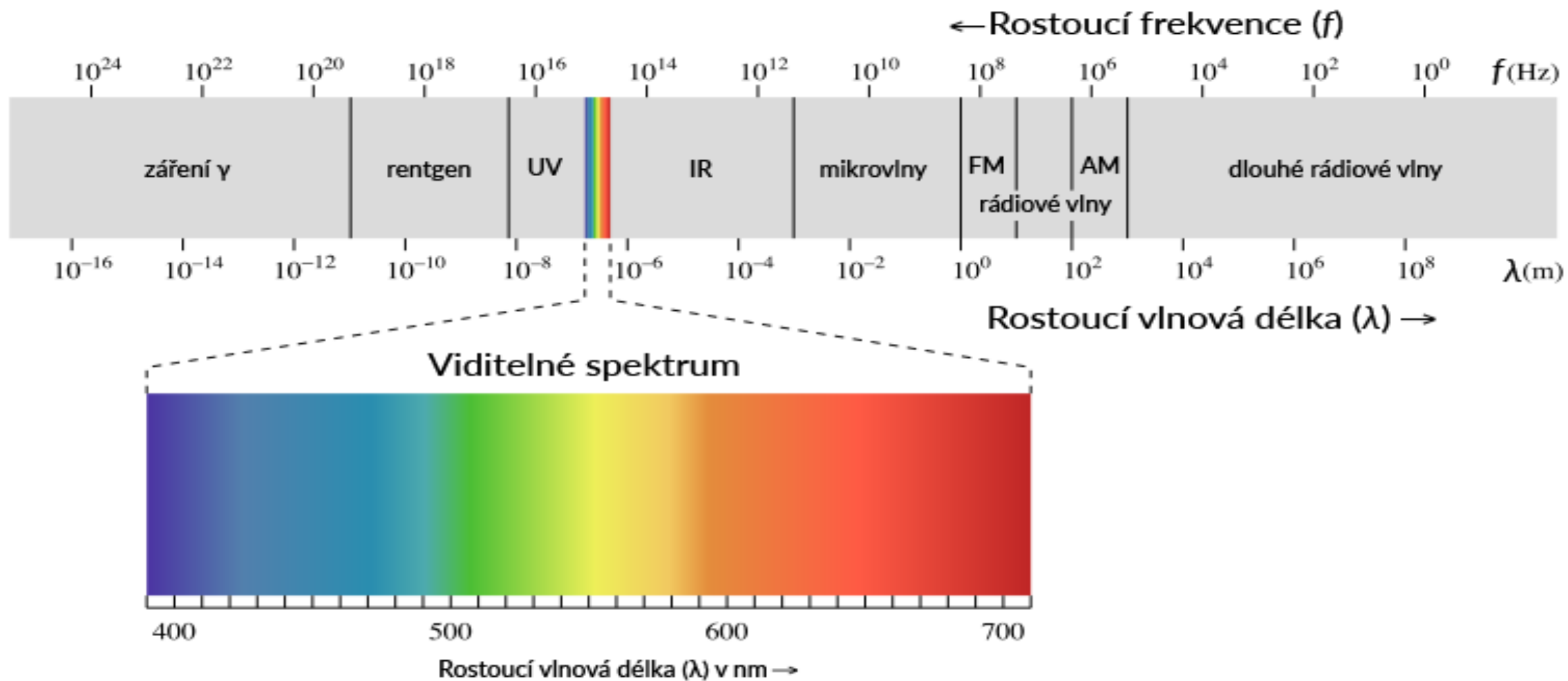
$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{v}{f} = v \cdot T$$

Kdy:

$c=300\,000\text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$... rychlost světla ve vakuu – nejvyšší možná rychlost, kterou se mohou objekty pohybovat.

v ... rychlost světla v prostředí

- Každé vlnové délce viditelného spektra odpovídá určitá barva → světlo se jeví jako bílé, protože je složeno ze spojitého spektra všech těchto barev.
- Je obecně známo, že čím vyšší je energie fotonů, tím menší je pak vlnová délka záření.
- Právě proto je záření gama považováno za záření s nejkratší vlnovou délkou, ale s největší energií fotonů.
- Naopak nejdelší vlnovou délkou jsou charakteristické rádiové vlny, které mají nejmenší energii fotonů



Odraz a lom světla

- Při dopadu světla na rozhraní dvou různých prostředí se světlo může odrazet i lámat.

k ...kolmice dopadu

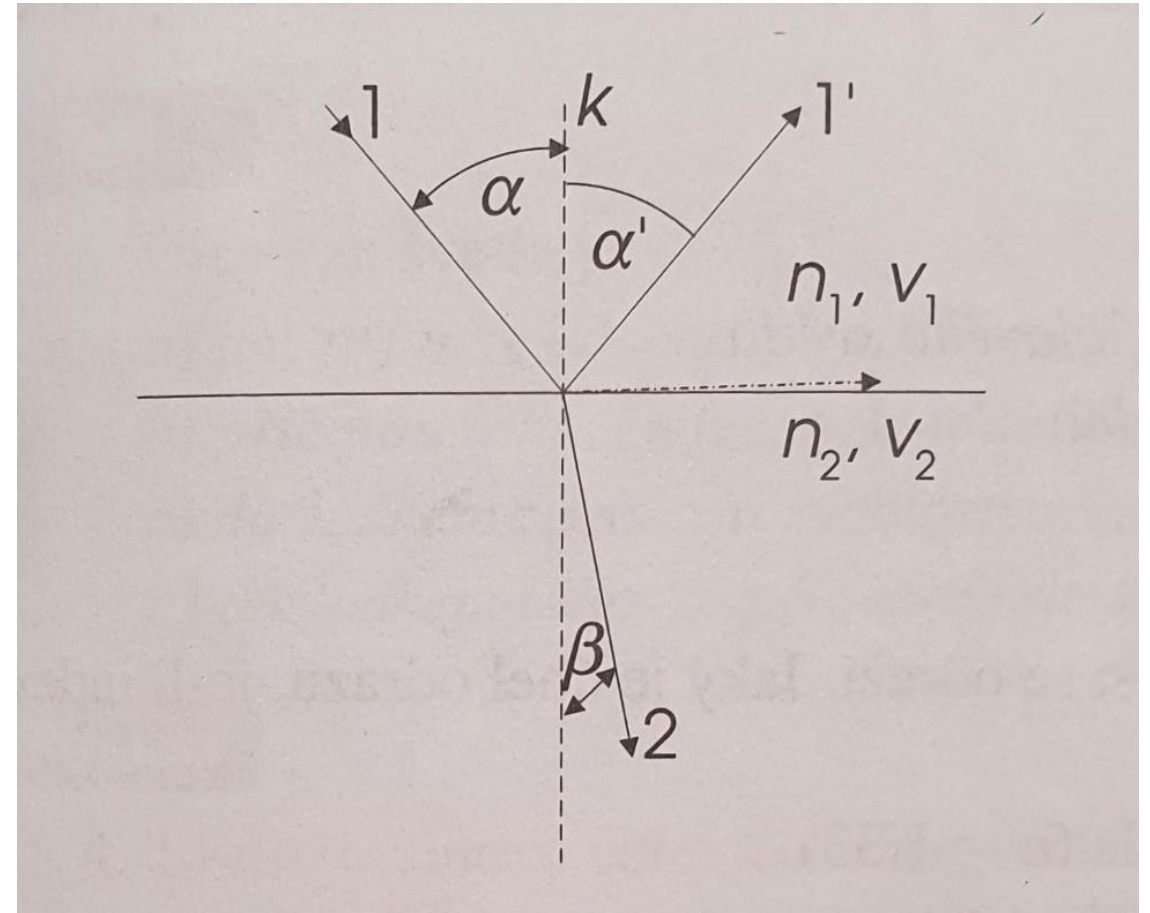
α ...úhel dopadu

α' ...úhel odrazu

β ...úhel lomu

n_1, n_2 ...absolutní indexy lomu

v_1, v_2 ...rychlosti světla



Zákon odrazu:

Úhel dopadu α se rovná úhlu odrazu α' . Odražený paprsek leží v rovině dopadu.

Rovina dopadu je rovina, určená dopadajícím paprskem a kolmicí dopadu.

Index lomu:

Veličina, charakterizující rozhraní optických prostředí.

- Prostředí opticky řidší – menší index lomu.
- Prostředí opticky hustší – větší index lomu.

$$n = \frac{c}{v} \geq 1$$

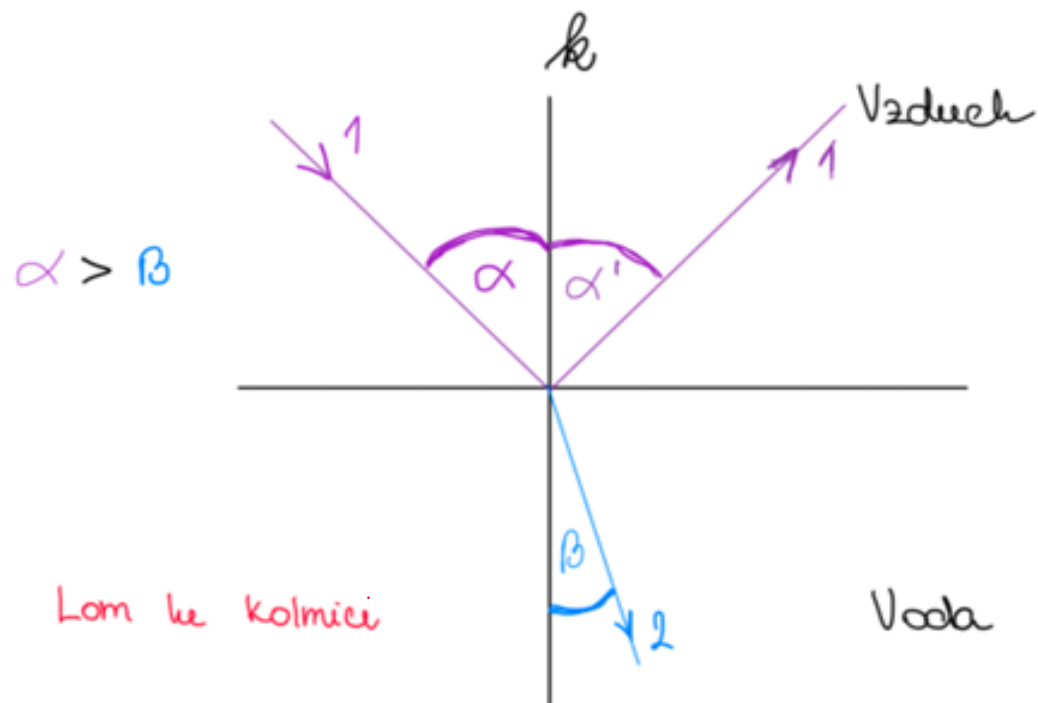
Snellův zákon lomu:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

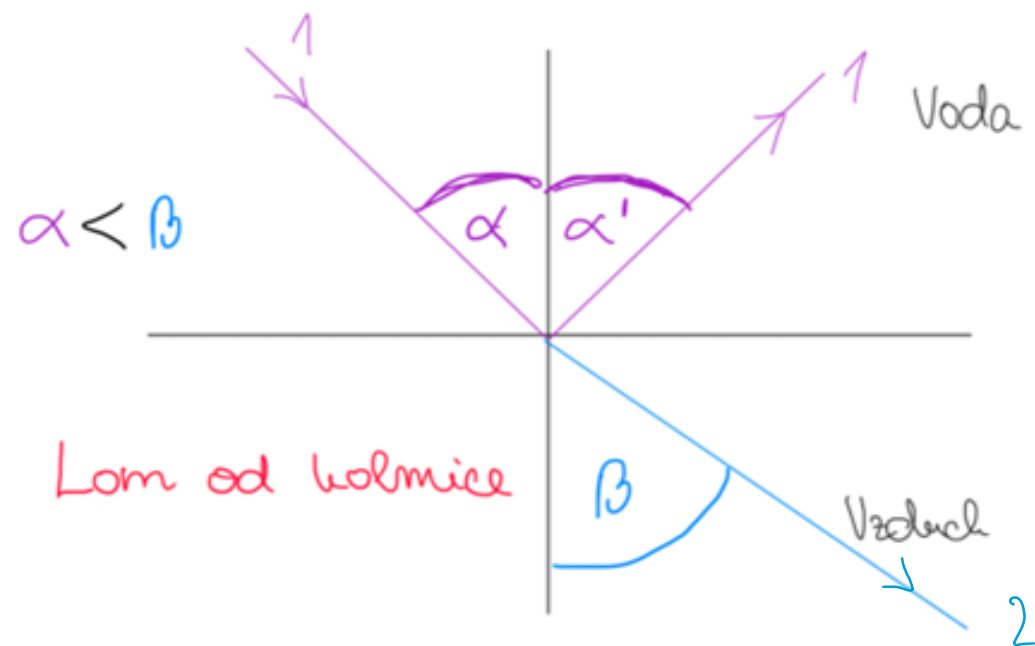
Při šíření záření z prostředí opticky řidšího do prostředí opticky hustšího se paprsky lámou směrem ke kolmici. Při šíření záření z prostředí opticky hustšího do prostředí opticky řidšího se paprsky lámou směrem od kolmice.

<https://www.youtube.com/watch?v=b7OsKOZlrEc>

Lom ke kolmici



Lom od kolmice



Úplný odraz světla – mezní úhel

- Jestliže světlo přechází z prostředí opticky hustšího (sklo) do prostředí opticky řidšího (vzduch) nastává lom od kolmice a s rostoucím úhlem dopadu α se zvětšuje i úhel lomu β .
- Při tzv. mezním úhlu dopadu α_m dosáhne úhel lomu největší možné hodnoty $\beta = 90^\circ$.
- Úhel α_m je největší úhel, při kterém ještě nastává lom světla a lomený paprsek splývá s rozhraním.
- Při větších úhlech dopadu již světlo do druhého prostředí nepronikne a jen se od rozhraní odráží.
- I když se při dopadu světla na rozhraní vždy jeho část odráží, při úplném odrazu se odráží všechno dopadající světlo → Tento jev objevil v Praze roku 1604 Johannes Kepler.

$$\frac{\sin \alpha_m}{\sin 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\sin \alpha_m = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\sin \alpha_m = \frac{1}{n}$$

Čočky

Princip a druhy čoček

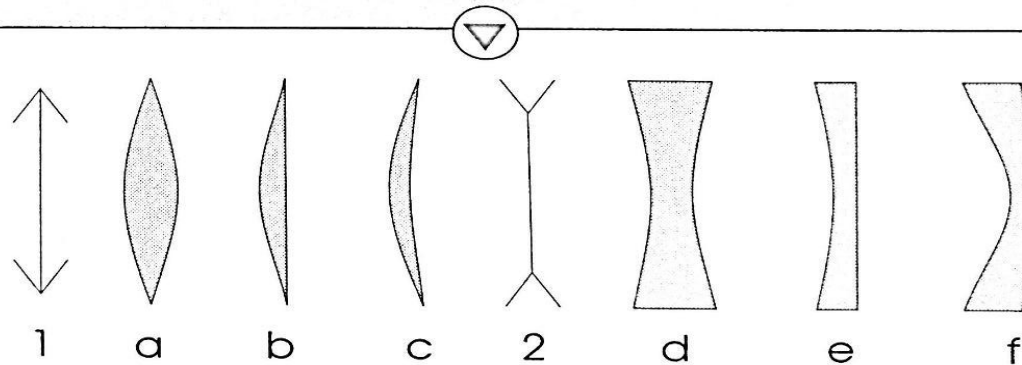
- Optické zobrazování pomocí čoček je založeno na zákonech lomu

Dva základní druhy čoček:

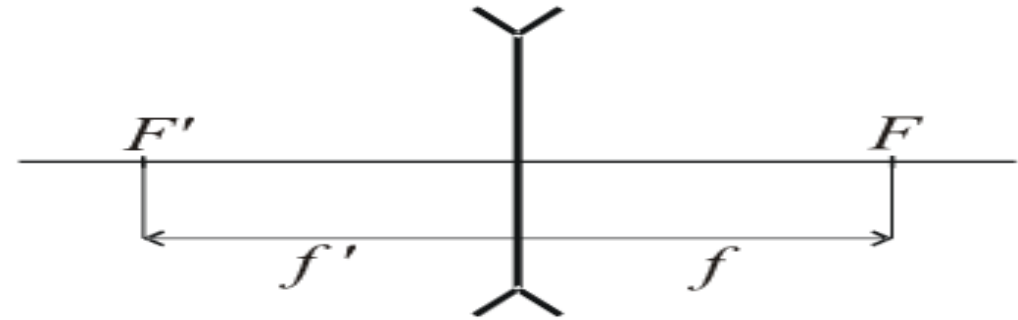
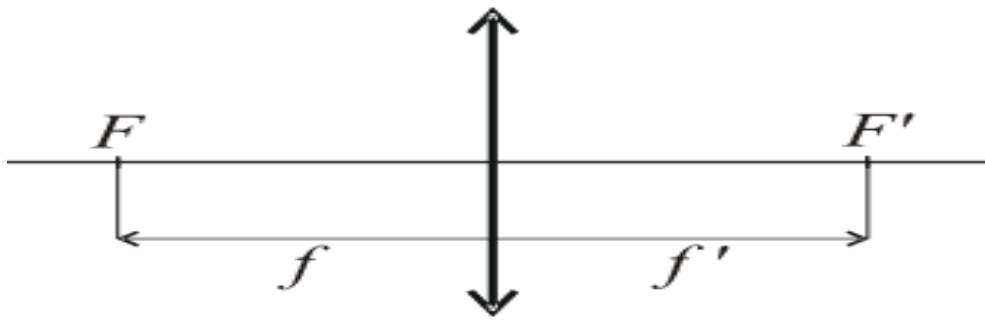
- a) Spojky (konvexní čočky) – tlustší uprostřed než na okrajích
- b) Rozptylky (konkávlní čočky) – tenčí ve středech, tlustší na okrajích

1 – schematická značka spojky
a – dvojvypuklá, bikonvexní
b – ploskovypuklá, plankonvexní
c – dutovypuklá, konkávkonvexní

2 – schematická značka rozptylky
d – dvojdutá, bikonkávlní
e – ploskodutá, plankonkávlní
f – vypuklodutá, konvexkonkávlní



- Čočky lze charakterizovat ohniskovou vzdáleností f , nebo její převrácenou hodnotou – optickou mohutností čočky ϕ
 $\phi = \frac{1}{f}$ [m⁻¹]
- V oční optice je jednotkou optické mohutnosti dioptrie – D
- Optickou mohutnost 1D má čočka o ohniskové vzdálenosti 1m
- Polohu obrazu a předmětu při zobrazování na čočkách i zrcadlech lze získat pomocí zobrazovací rovnice $\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}$
- Příčné zvětšení zrcadla i čočky $Z = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x}$



***F* předmětové ohnisko**

***F'* obrazové ohnisko**

***f* předmětová ohnisková vzdálenost**

***f'* obrazová ohnisková vzdálenost**

Charakteristika obrazu

Posuzujeme 3 vlastnosti obrazu:

- 1) Zmenšený nebo zvětšený
- 2) Přímý nebo převrácený
- 3) Skutečný nebo zdánlivý

x = vzdálenost předmětu od čočky

x' = vzdálenost obrazu od čočky

Když $x' > x \rightarrow$ obraz zvětšený

Když $x' < x \rightarrow$ obraz zmenšený

$Z > 0$ přímý neboli vzpřímený

$Z < 0$ převrácený

$x' > 0 \rightarrow$ obraz za čočkou = skutečný

= vzniká, pokud se paprsky po odrazu nebo lomu optickou soustavou protínají – tento obraz lze vytvořit na stínítku.

$x' < 0 \rightarrow$ obraz před čočkou = zdánlivý

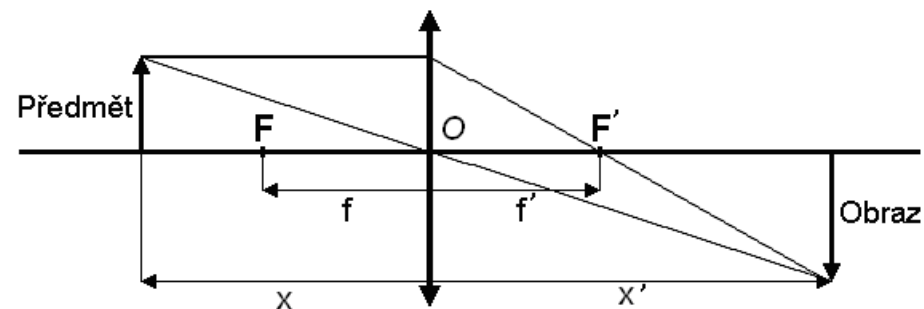
vzniká, když se paprsky po odrazu nebo lomu rozbíhají. Paprsky se po prodloužení protínají zdánlivě před čočkou resp. za zrcadlem.

A pokud nevíme o jakou čočku se jedná:

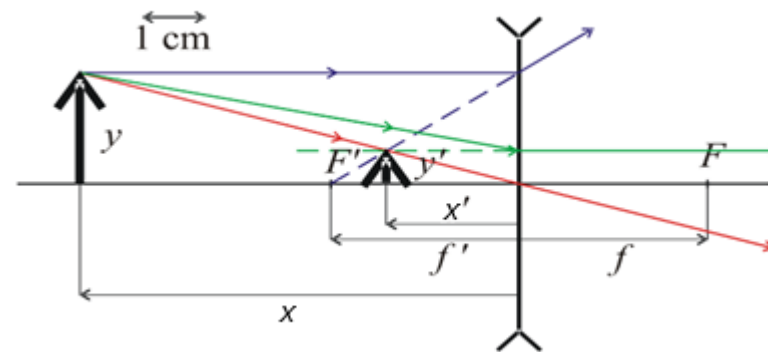
$f > 0$ pro spojné čočky (konvexní čočky)

$f < 0$ pro rozptylné čočky (konkávní čočky)

Platí pro spojky:



Platí pro rozptylky:



Znaménková konvence

- Optickou soustavu vždy kreslíme tak, že paprsky procházejí soustavou zleva doprava
- Orientovaná výška předmětu se značí y , výška jeho obrazu y'
- Vzdálenost předmětu od vrcholu (středu) optické soustavy se značí x a vzdálenost jeho obrazu x'
- Vzdálenost x se měří od předmětu k vrcholu (či středu) soustavy a je vždy kladná
- Vzdálenost x' se měří od obrazu předmětu k vrcholu (či středu) dané soustavy:
 - Kulové zrcadlo - x' je kladné před zrcadlem a záporná za zrcadlem.
 - Čočka - x' je kladná za čočkou a záporná před čočkou

Přehled vlastností obrazu podle polohy předmětu

Zobrazovací rovnice pro čočky – spojky i rozptylky

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}$$

x ... předmětová vzdálenost

x' ... obrazová vzdálenost

f ... ohnisková vzdálenost
čočky

Je nutné dodržovat tzv. znaménkovou konvenci čoček → předmětová vzdálenost x je kladná před čočkou a záporná za čočkou.

Je-li $x' > 0$ obraz je za čočkou, je skutečný

- ✓ Pokud zobrazení vzniká tak, že se světelné paprsky vycházející z jednotlivých bodů předmětu opět scházejí v nějakém místě prostoru a obraz předmětu můžeme v tomto místě zachytit na stínítku, nazýváme takový obraz skutečný.

Je-li $x' < 0$ obraz je před čočkou, je zdánlivý

- ✓ Někdy jsou zobrazující paprsky rozbíhavé, pouze se nám zdá, jako by vycházely z nějakého bodu a obraz předmětu nemůžeme zachytit na stínítku. Takový obraz pak nazýváme zdánlivý, existuje pouze v našem mozku.
- ✓ Jsou-li obraz i předmět stejného směru, říkáme, že obraz je přímý, jsou-li obraz opačného směru, je obraz převrácený.

Zrcadla

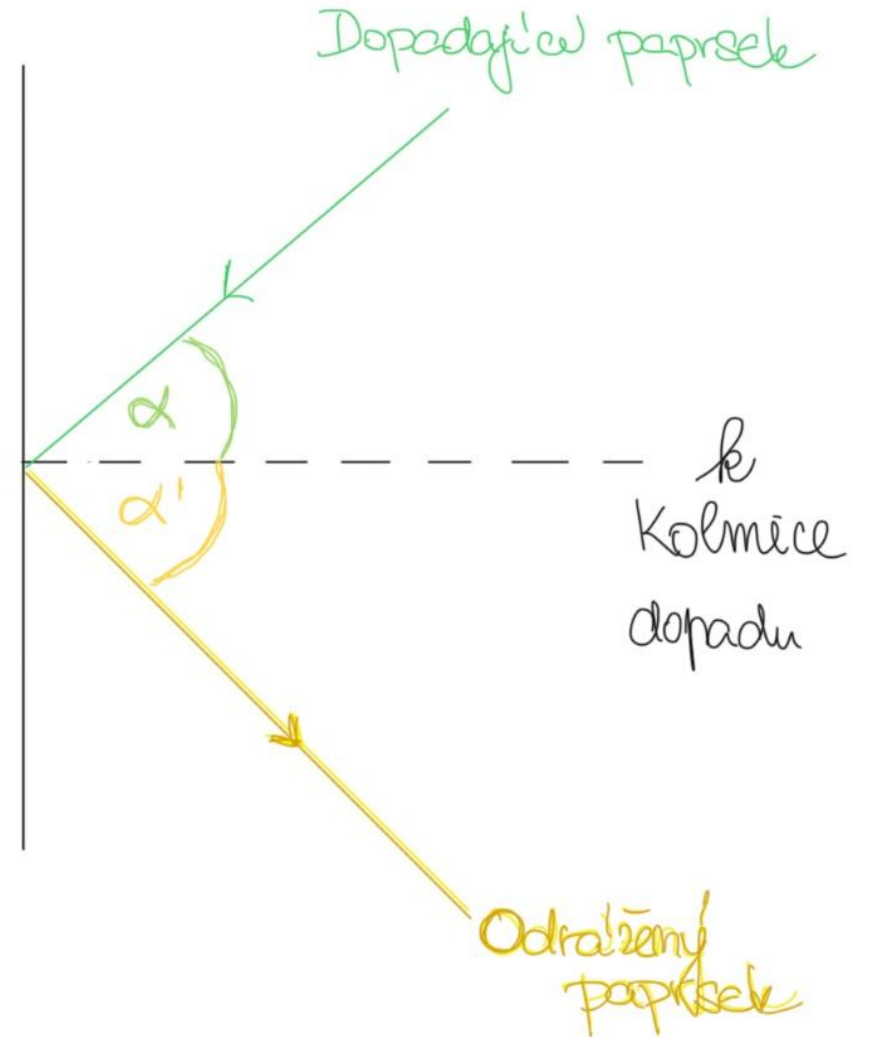
1. Rovinné zrcadlo

- Zrcadlo je rozhraní mezi dvěma prostředími, které odráží úzký dopadající paprsek světla do jednoho směru.

Použití: domácí zrcadlo

- Světlo dopadající na zrcadlo tedy není rozptylováno.
- Pro odraz na zrcadle platí, že úhel dopadu se rovná úhlu odrazu
- Obraz vytvořený rovinným zrcadlem je vždy zdánlivý, vzpřímený a stejně velký jako předmět, souměrný s předmětem podle roviny zrcadla a stranově převrácený.

$$\alpha = \alpha'$$



2. Kulové zrcadlo

- Odrazná plocha zrcadla nemusí být nutně rovinná, ale může být i zakřivená.
- V praxi se často používají kulové odrazné plochy, které nazýváme kulová (sférická) zrcadla.

a) Vyduté (konkávní)

b) Vypuklé (konvexní) – obrazy vždy zmenšené, vzpřímené a zdánlivé

Použití: zpětná zrcátka v autě, kosmetické zrcátka, dalekohledy, zubařské zrcátka, promítací přístroje

x = vzdálenost předmětu od zrcadla

x' = vzdálenost obrazu od zrcadla

$f > 0$ pro duté zrcadlo

$f < 0$ pro vypuklé zrcadlo

Pro zrcadla platí:

$x' > 0 \rightarrow$ obraz před zrcadlící plochou = skutečný

$x' < 0 \rightarrow$ obraz za zrcadlící plochou = zdánlivý

- Polohu obrazu a předmětu při zobrazování na čočkách i zrcadlech lze získat pomocí zobrazovací rovnice $\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r}$ kde r je tzv. poloměr křivosti – poloměr koule, jíž část plochy používáme jako zrcadlo. Před zrcadlem kladný, za zrcadlem záporný.
- Příčné zvětšení zrcadla i čočky $Z = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x}$



Fotometrie

Část optiky zabývající se studiem a měřením světelné energie
z hlediska vnímání světla lidským okem.

Fotometrické veličiny

1. Svítivost I

- charakterizuje vysílání světla ze světelného zdroje (vyjadřuje vlastnost zdroje světla)
- Jednotka – kandela (cd)

LED – 0,005 cd

Svíčka – 1 cd

100 W žárovka – 135 cd

2. Světelný tok Φ

- Výkon světelného záření, který je hodnocen svým působením na normální lidský zrak (vztahuje se k přenosu světla prostorem)

$$\Phi = 4\pi \cdot I$$

3. Osvětlení E

- Určuje účinky světla při jeho dopadu na povrch tělesa
- Jednotka – lux (lx) Osvětlení E

$$E = \frac{d\Phi}{dS}$$

$$E = \frac{I \cdot \cos \alpha}{r^2}$$

$$E = \frac{I}{r^2} \text{ (při kolmém dopadu světla } \cos \alpha = 1)$$

Příklady - Kmity

Příklad 1

Jaká je perioda tónu o frekvenci 600 Hz?

$$T = \frac{1}{f}$$

$$T = \frac{1}{600} = 1,67 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

Příklad 2

Určete frekvenci a periodu srdce, které vykoná 75 tepů za minutu.

$$f = \frac{75}{60} = 1,25s^{-1} = 1,25 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1,25} = 0,8 \text{ s}$$

Příklad 3

V roce 1895 bratři Lumiérové poprvé komerčně předváděli filmy, byla to premiéra kina v Paříži. Projekčním přístrojem, tzv. kinetoskopem, procházelo 46 obrázků za sekundu.

- a) Určete periodu průchodu obrázků promítacím přístrojem.
- b) Kolik obrázků bylo promítnuto, trvalo-li předvádění 15 s?

a) $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{46} = 21,7 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

b) $n = 46 \cdot 15 = 690 \text{ obrázků}$

Příklad 4

Kmitavý pohyb struny je popsán rovnicí $\{y\} = 0,003 \cdot \sin 600\pi \{t\}$.

Vypočítejte frekvenci, periodu a amplitudu kmitání struny, je-li výchylka uvedena v metrech a čas v sekundách.

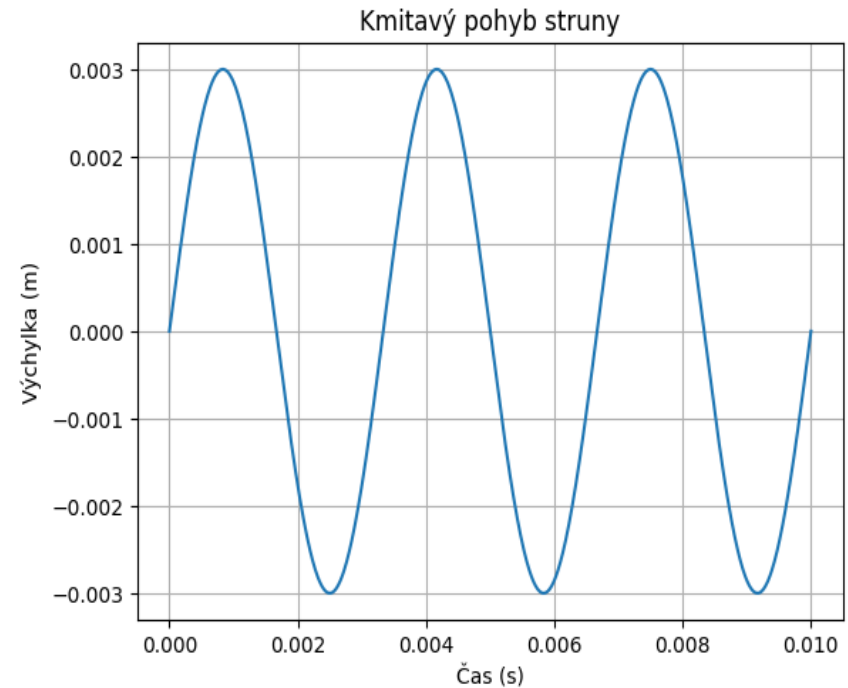
Porovnáváme s obecným tvarem rovnice:

$$y = y_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$
$$\{y\} = 0,003 \cdot \sin 600\pi \{t\}$$

Protože $\omega = 2\pi f = 600\pi$ můžeme určit $f = 300 \text{ Hz}$

$$\text{Perioda } T = \frac{1}{f} = \frac{1}{300} = 3,33 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

A amplitudu (maximální výchylku) vyčteme z rovnice $y_m = 0,003 \text{ m} = 3 \text{ mm}$



Příklad 5

Dvě kyvadla mají délky 25 cm a 1,44 m. Vypočtete poměr dob kmitů a frekvenci obou kyvadel.

Obecně pro dobu kmitu kyvadla platí: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$

Takže vytvoříme tedy poměr $T_1 : T_2$

$$\begin{aligned} T_1 &= 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{g}} \\ T_2 &= 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l_2}{g}} \\ 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{g}} &: 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l_2}{g}} \end{aligned}$$

Krátíme až na tvar $T_1 : T_2 = \sqrt{l_1} : \sqrt{l_2} = 5 : 12$

Frekvence tedy budou v opačném poměru 12:5

Příklady - Vlnění

Příklad 6

Vypočítejte frekvenci světla odpovídající krajním vlnovým délkám spektra viditelného záření. Dolní fialová hranice viditelného světla má délku 390 nm, horní červená hranice má vlnovou délku 790 nm. Rychlost světla ve vakuu je $3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Obecný vzorec pro výpočet frekvence vyjádřený z rychlosti vlny (světla) c

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

Pro frekvenci f_f a $f_{\check{c}}$ odpovídající krajním vlnovým délkám spektra viditelného světla platí

$$f_f = \frac{c}{\lambda_f} \text{ a tedy číselně } f_f = \frac{3 \cdot 10^8}{390 \cdot 10^{-9}} \doteq 7,7 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$f_{\check{c}} = \frac{c}{\lambda_{\check{c}}} \text{ a tedy číselně } f_{\check{c}} = \frac{3 \cdot 10^8}{790 \cdot 10^{-9}} \doteq 3,8 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Příklad 7

Ze zdroje zvuku se šíří ve vodě vlnění s periodou $T=2$ ms a vlnovou délkou $\lambda=2,9$ m. Jaká je rychlost zvuku ve vodě?

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{v}{f} = T \cdot v$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2,9}{0,002} = 1450 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Příklad 8

Určete frekvenci žlutého světla, které se šíří ve vzduchu s vlnovou délkou 580 nm?

$$\lambda = 580 \text{ nm} = 5,8 \cdot 10^{-7} \text{ m}; \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; \quad f = ?$$

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

$$f = \frac{3 \cdot 10^8}{5,8 \cdot 10^{-7}} = 5,2 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Příklad 9

Červené světlo má ve vakuu frekvenci $4 \cdot 10^{14}$ Hz. Určete jeho frekvenci a vlnovou délku ve skle s indexem lomu 1,65.

1. Nejdříve vypočteme vlnovou délku červeného skla ve vakuu. Frekvence vlnění zůstává konstantní.
2. Vypočítáme vlnovou délku červeného světla ve skle.

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0}$$
$$\lambda_0 = \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{14}} = 7,5 \cdot 10^{-7} = 750 \text{ nm}$$
$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$
$$\lambda = \frac{7,5 \cdot 10^{-7}}{1,65} = 4,5 \cdot 10^{-7} = 450 \text{ nm}$$

Příklady - Optika

Příklad 10

Sin⁻¹ je arcsin = inverzní funkce k funkci sinus

Světelný paprsek dopadá ze vzduchu do vody pod úhlem 40°(α). Pod jakým úhlem se láme (β)? Index lomu vody je 1,33, index lomu vzduchu je přibližně 1.

Ze Snellova zákonu lomu

Paprsek dopadá z opticky řidšího prostředí do hustějšího, takže je zde předpoklad, že β < α

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

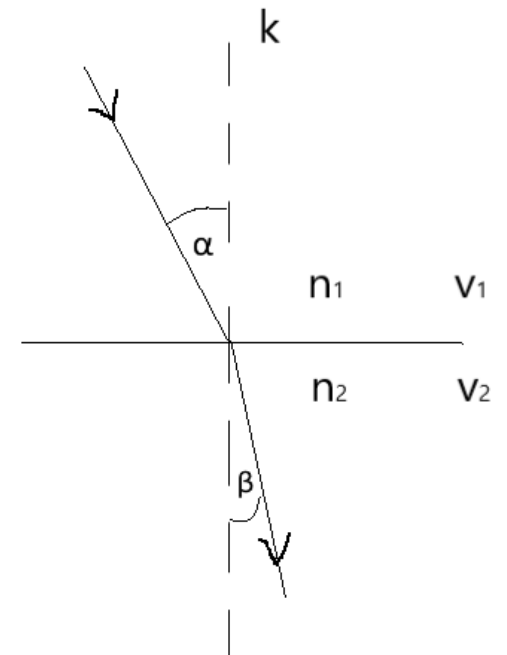
Tedy v našem případě

$$\sin \beta = \frac{n_1}{n_2} \cdot \sin \alpha$$

$$\beta = \sin^{-1} \left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin \alpha \right)$$

Tedy číselně:

$$\beta = \sin^{-1} \left(\frac{1}{1,33} \cdot \sin 40^\circ \right) \doteq 29^\circ$$



Příklad 11

Určete mezní úhel α_m pro plexisklo s indexem lomu $n = 1,48$ za předpokladu, že paprsek přechází z plexiskla do vzduchu.

$$n_1=1,48; n_2=1$$

$$\frac{\sin \alpha_m}{\sin 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\sin \alpha_m = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\sin \alpha_m = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\sin \alpha_m = \frac{1}{1,48}$$

$$\alpha_m = \arcsin \frac{1}{1,48} = 42^\circ 30'$$

Příklad 12

Jaký je mezní úhel na rozhraní skla a vzduchu? Index lomu skla je 1,5.

Při lomu od kolmice můžeme úhel dopadu zvětšovat až po tzv. mezní úhel, což je úhel dopadu, po který je úhel lomu roven 90° . Za předpokladu řidšího prostředí pak platí: $\sin \alpha_M = \frac{1}{n_1}$

$$\frac{\sin \alpha_M}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$$
$$\sin \alpha_M = \frac{n_2 \cdot \sin \beta}{n_1}$$

$$\sin \alpha_M = \frac{1 \cdot \sin 90^\circ}{1,5}$$

$$\sin \alpha_M = \frac{1}{1,5}$$

$$\alpha_M = 42^\circ$$

Příklad 13

Světelný paprsek dopadá ze vzduchu na rovinné rozhraní vzduchu a skla, odráží se pod úhlem $\alpha=60^\circ$ a současně se láme pod úhlem $\beta=30^\circ$. Určete rychlost světla ve skle. Rychlost světla ve vzduchu a vakuu je přibližně $c=3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Poněvadž dle zákona odrazu se úhel dopadu rovná úhlu odrazu, dopadá paprsek na rozhraní vzduchu a skla pod úhlem 60° . Ze Snellova zákona lomu pak vyplývá:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21} = \frac{c}{v}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v} \text{ a odtud tedy } v = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \cdot c$$

Číselně:

$$v = \frac{\sin 30}{\sin 60} \cdot 3 \cdot 10^8 = 1,7 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Příklad 14

Předmět vysoký 2 cm stojí na optické ose kolmo k ní, ve vzdálenosti 12 cm od vrcholu dutého zrcadla. Poloměr křivosti zrcadla je 16 cm. Určete polohu a výšku obrazu.

$$a = 0,12 \text{ m}$$

$$f = \frac{r}{2} = 8 \text{ cm} = 0,08 \text{ m}$$

$$y = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$$

Obraz je skutečný, dvakrát zvětšený a převrácený protože $Z < 0$. Obraz má výšku 4 cm.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{a'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a}$$

$$\frac{1}{a'} = \frac{a-f}{a \cdot f}$$

$$a' = \frac{a \cdot f}{a-f}$$

$$a' = \frac{0,12 \cdot 0,08}{0,12 - 0,08} = 0,24 \text{ m}$$

$$\text{Příčné zvětšení zrcadla } Z = \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a} = -\frac{0,24}{0,12} = -2$$

$$y' = Z \cdot y = -2 \cdot 0,02 = -0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

Příklady - Fotometrie

Příklad 15

Osvětlení listu papíru o rozměrech 20 cmx30 cm je 500 lx. Jaký světelný tok dopadá na papír?

$$E = \frac{d\Phi}{dS} = \frac{\Phi}{S}$$

Protože se jedná o obdélník, pak bude

$$S = a \cdot b = 0,2 \cdot 0,3 = 0,06 \text{ m}^2$$

$$\Phi = E \cdot S$$

$$\Phi = 500 \cdot 0,06 = 30 \text{ lm}$$

Příklad 16

Měsíční světlo dává při úplňku osvětlení asi 0,2 lx. Do jaké vzdálenosti od povrchu Země je třeba umístit žárovku o svítivosti 500 cd, aby dala totéž osvětlení? Osvětlení uvažujeme v bodě, do kterého dopadá světlo ze žárovky kolmo.

$$E = \frac{I}{r^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{I}{E}}$$

$$r = \sqrt{\frac{500}{0,2}} = 50 \text{ m}$$

Žárovka dává stejné osvětlení jako Měsíc při vzdálenosti 50 m od povrchu Země.

Příklad 17

Nad středem O kulatého stolu je zavěšena žárovka, která má ve všech směrech stejnou svítivost 200 cd. Na okraji stolu ve vzdálenosti 1 m od žárovky je umístěn list papíru, jehož střed A má osvětlení 100 lx. Pod jakým úhlem dopadá světlo na střed papíru a v jaké výšce nad stolem je zavěšena žárovka?

$$E = \frac{I \cdot \cos \alpha}{r^2}$$

Odtud si vyjádříme úhel $\cos \alpha = \frac{E \cdot r^2}{I}$

$$\alpha = \arccos \frac{100 \cdot 1^2}{200} = 60^\circ$$

Z pravoúhlého trojúhelníku vyplývá

$$h = r \cdot \cos \alpha$$

$h = 1 \cdot \cos 60 = 0,5 \text{ m} \rightarrow$ žárovka je tedy zavěšena ve výšce 0,5 m nad stolem