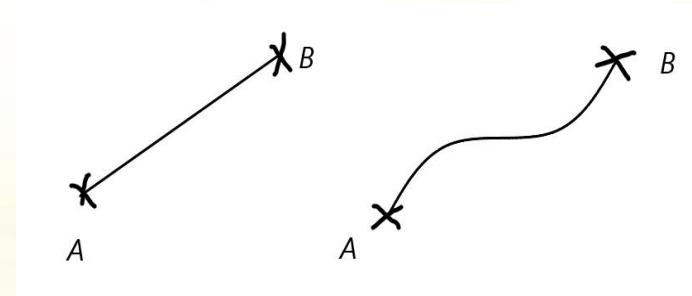


Kinematika

= Kinematika se zabývá pohybem těles, aniž by zkoumala jeho příčiny.

- Rozlišujeme různé druhy základních pohybů těles
 - podle tvaru trajektorie – přímočaré, křivočaré

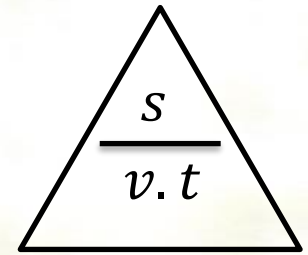


- podle rychlosti – rovnoměrné (rychlost je konstantní), nerovnoměrné (mění se velikost rychlosti)
- podle zrychlení – zrychlené, zpomalené
- další dělení – posuvný, otáčivý



Základní kinematické veličiny

- Dráha s (distance) [m]
- Čas t (time) [s]
- rychlost v (velocity) [m . s⁻¹] – vektor
- Zrychlení a (acceleration) [m . s⁻²] – vektor



Základní rovnice pro translační (posuvný) pohyb hmotného bodu

- Rychlost hmotného bodu: $\vec{v} = \frac{ds}{dt}$ [m . s⁻¹]
- Zrychlení hmotného bodu: $\vec{a} = \frac{dv}{dt}$ [m . s⁻²]



Kinematika – Terminologie

- Vztah mezi jednotkami:

$$1 \text{ m.s}^{-1} = 3,6 \text{ km.h}^{-1}$$

- Hmotný bod – myšlený bodový objekt, kterým je nahrazováno těleso (obvykle v těžišti)
 - Poloha hmotného bodu při pohybu se mění s časem
- Množina poloh, kterými hmotný bod při pohybu prochází → trajektorie
- Kartézská soustava souřadnic – nepoužívanější vztažný systém – trojice orientovaných navzájem kolmých přímk x, y, z (souřadné osy)
 - Přiřazením souřadnic x, y, z každému bodu prostoru → kartézský souřadnicový systém
- Tečné zrychlení – vyjadřuje změnu velikosti rychlosti v čase
- Normálové zrychlení – vzniká jen při křivočarých pohybech a vyjadřuje změnu orientace vektoru rychlosti v čase.



Pohyb rovnoměrný přímočarý

= pohyb, při němž rychlost v nemění velikost ani směr.

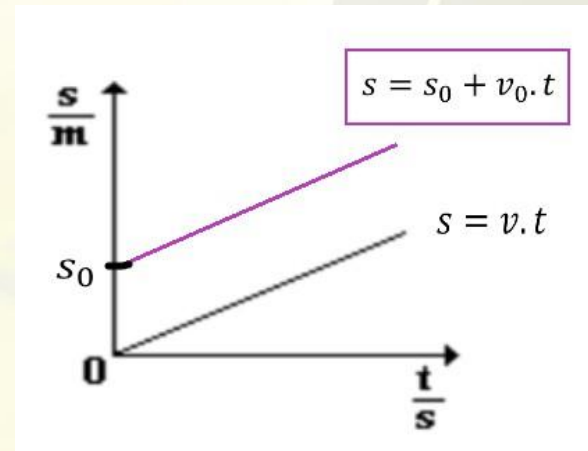
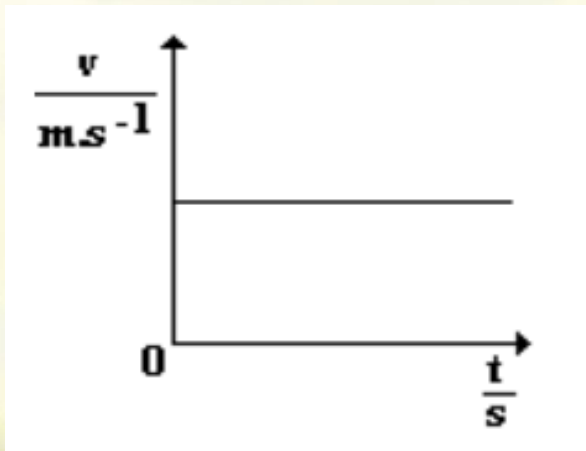
$$v = \textit{konst.}$$

$$v = \frac{s}{t} \text{ (takto se spočítá průměrná rychlost)}$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \text{ (takto se spočítá okamžitá rychlost)}$$

$$s = v \cdot t$$

Trajektorie: přímka



Pohyb rovnoměrný zrychlený přímočarý

= pohyb, při němž zrychlení nemění ani velikost ani směr.

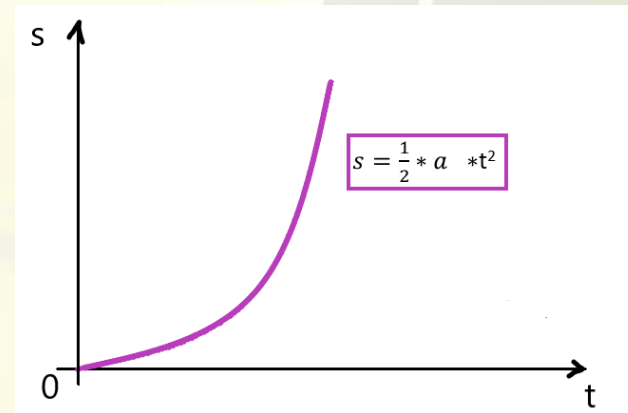
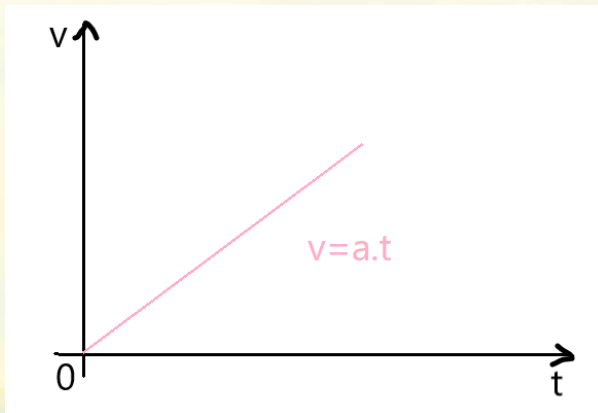
$$a = konst.$$

$$a = \frac{v}{t}$$

Platí, pokud zkoumaný objekt zrychluje z nuly $v = 0$

$$v = a \cdot t$$

$$s = \frac{1}{2} * a * t^2$$



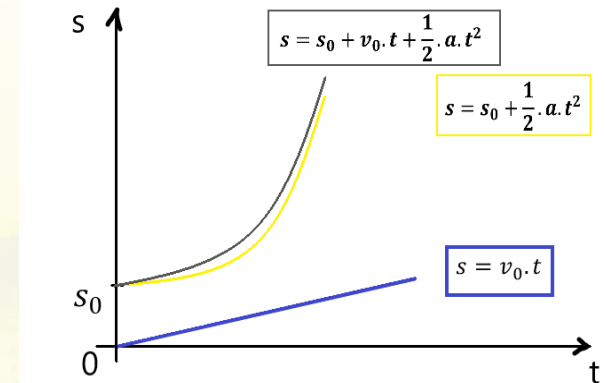
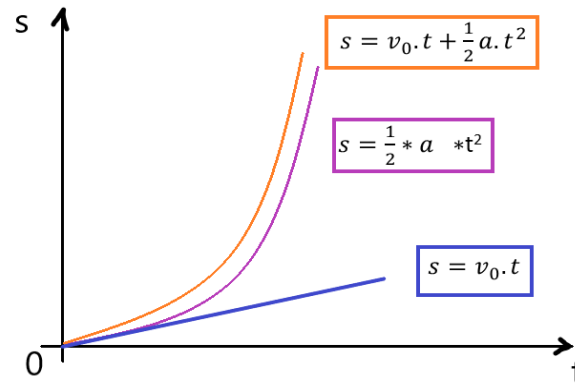
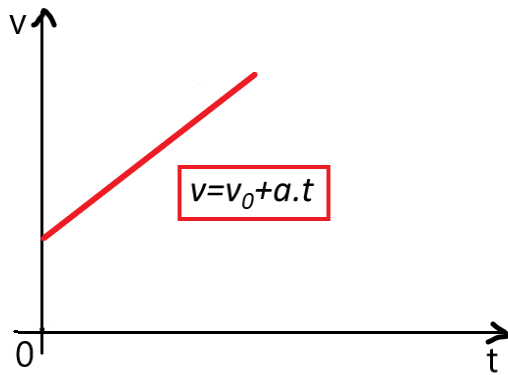
Pohyb rovnoměrný zrychlený přímočarý

Platí, pokud zkoumaný objekt nezrychluje z nuly $v \neq 0$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \leftarrow v \neq 0, s = 0$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \leftarrow v \neq 0, s \neq 0$$



Volný pád

= pohyb, který koná volně puštěné těleso z výšky h v tíhovém poli v blízkosti povrchu Země.

- Můžeme-li zanedbat odpor vzduchu (bude zmíněno v úloze), jde pak o rovnoměrně zrychlený pohyb s nulovou počáteční rychlostí a tíhovým zrychlením g

$$v = g * t$$

$$s = \frac{1}{2} * g * t^2$$

- tíhové zrychlení g směřuje vždy svisle dolů (kolmé k vodorovné rovině) a v naší zeměpisné šířce má velikost přibližně $9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Tíhové zrychlení g se na Zemi mění v závislosti na zeměpisné šířce a nadmořské výšce. Vzhledem k rotaci Země a jejímu zploštění se tíhové zrychlení mění následovně:

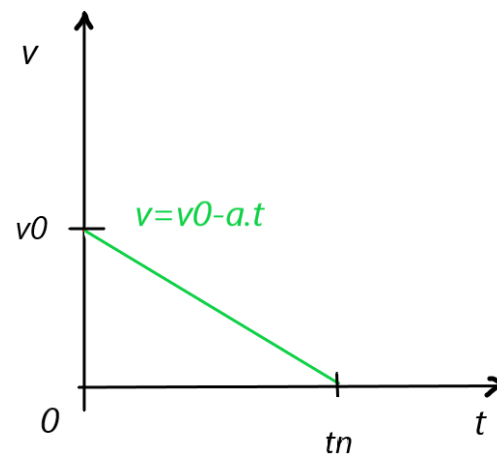
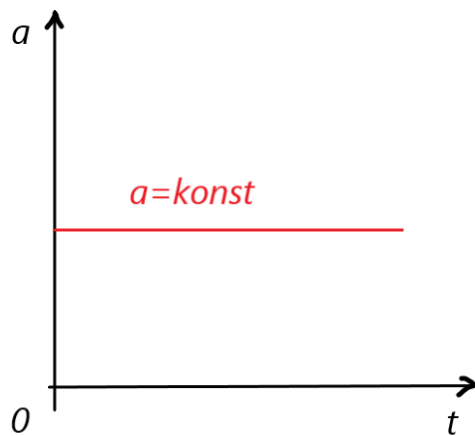
1. Na pólech – Tíhové zrychlení je zde největší, přibližně $9,83 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
2. Na rovníku – Nejmenší hodnota kvůli odstředivé síle a většímu poloměru Země, přibližně $9,78 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
3. V naší zeměpisné šířce (Česká republika, přibližně 50° severní šířky) – Hodnota je přibližně $9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
4. Ve vyšších nadmořských výškách – S rostoucí výškou nad Zemí se tíhové zrychlení mírně snižuje. Například na Mount Everestu (8848 m n. m.) je přibližně $9,77 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
5. Pod povrchem Země – Pokud bychom se nacházeli uvnitř Země (např. v dolech), tíhové zrychlení se postupně snižuje, až by v samotném středu Země bylo nulové.



Pohyb rovnoměrný zpomalený přímočarý

= pohyb, při kterém zrychlení nemění ani směr a vektor zrychlení má opačný směr než vektor rychlosti v .

$$a = \text{konst.}$$



Pohyb po kružnici

- Úhlová dráha φ – středový úhel opsaný průvodičem hmotného bodu za dobu t :

$$\varphi = \frac{s}{r}$$

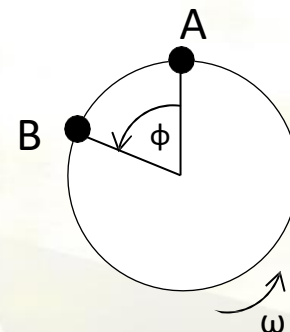
✓ Průvodič r – spojnice hmotného bodu a středu kružnice.

- Úhlová rychlost – popisuje pohyb hmotného bodu po kružnici

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}], [\text{s}^{-1}]$$

- Zrychlení hmotného bodu: $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} [\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}], [\text{s}^{-2}]$

- Používá se, když řešíme pohyb tělesa v úhlových veličinách jako jsou otáčky a úhlová rychlost.



Zrychlení tečné a normálové:

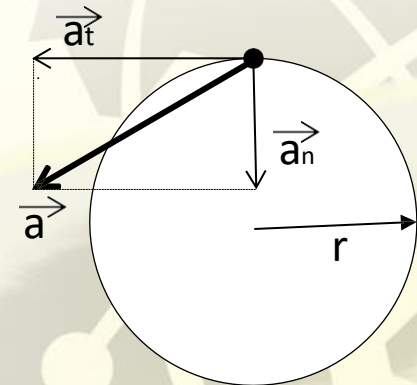
- a) O a_t hovoříme, když se mění velikost rychlosti tělesa při pohybu po kružnici, způsobuje změnu rychlosti (rozjíždění, brzdění auta jedoucí po kruhové dráze apod)

$$\vec{a}_t = \frac{dv}{dt} \quad [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}]$$

- b) a_n směřuje do středu kružnice a způsobuje zakřivení trajektorie, používá se pokud se bavíme o silách působící na těleso, které se pohybuje po kružnici (dostředivá síla v zatáčce). Vždy kolmé na vektor rychlosti v

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{r} \quad [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}] \quad \text{nebo} \quad \vec{a}_n = \omega^2 \cdot r$$

- Celková velikost zrychlení: $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$



Souvislost úhlové rychlosti a frekvence

- Úhlová rychlost: $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ [rad . s⁻¹]
 - 2π – Konstanta odpovídající úplnému kruhu v radiánech (jedna otáčka odpovídá 360°= 2π rad)
 - Frekvence f $f = \frac{1}{T}$ [Hz, s⁻¹]
 - T – perioda, oběžná doba [s]

Tento vzorec se často používá ve fyzice i v technice pro výpočty související s rotačním pohybem, jako jsou motory, rotory, kmitání a vlnění.



Příklady



Česká zemědělská univerzita v Praze

**Technická
fakulta**



12



Převeďte:

a) $72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = ?$ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

b) $500\,000 \text{ mm} = ?$ km

c) $250 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2} = ?$ $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$



Příklad 1

Auto jede rychlostí 20 m.s^{-1} . Jakou dráhu ujede za 15 sekund?

Vzorec pro dráhu při rovnoměrném pohybu

$$s = v \cdot t$$

$$s = 20 \cdot 15$$

$$s = 300 \text{ m}$$



Příklad 2

Auto se rozjíždí z klidu se zrychlením $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Jakou dráhu ujede za 10 s ?

Vzorec pro dráhu rovnoměrně zrychleného pohybu:

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$s = \frac{1}{2} 2 \cdot 10^2$$

$$s = 100 \text{ m}$$



Příklad 3

Jakou rychlost bude mít těleso po 5 s, pokud se pohybuje se zrychlením $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ a začíná z klidu?

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$v = 0 + 3 \cdot 5$$

$$v = 15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$



Příklad 4

Jak dlouho padá těleso z výšky 80 metru, za předpokladu, že zanedbáváme odpor vzduchu?

$$s = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

→ Doba pádu je tedy definovaná jako:

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 80}{9,81}}$$

$$t = 4 \text{ s}$$



Příklad 5

Auto jede po kruhovém objezdu o poloměru 15 m rychlostí 36 km.hod⁻¹. Jaké je jeho dostředivé zrychlení?

$$36 \text{ km.h}^{-1} = 10 \text{ m.s}^{-1}$$

$$a_d = \frac{v^2}{r}$$

$$a_d = \frac{10^2}{15}$$

$$a_d = 6,7 \text{ m.s}^{-2}$$

$$a_d = a_n$$



Příklad 6

Letadlo přistává rychlostí $v_0 = 80 \text{ m.s}^{-1}$ a brzdí se zrychlením $a = 4 \text{ m.s}^{-2}$. Jak dlouho trvá zastavení?

Pohyb rovnoměrně zpomalený

→

$$v = v_0 - a \cdot t$$

$$t = \frac{80}{4}$$

$$t = 20 \text{ s}$$



Příklad 7

Dálniční úsek má délku 25 km. Největší povolená rychlost je 110 km.hod⁻¹. Řidič tento úsek projel za 12 minut. Překročil největší povolenou rychlost na dálnici?

$$t = 12 \text{ min} = \frac{1}{5} \text{ hod}$$

$$v = \frac{s}{t}$$

$$v = \frac{25}{\frac{1}{5}} = 125 \text{ km.h}^{-1}$$

$$v > v_0$$

Ano, řidič překročil povolenou rychlost.



Příklad 8

Cyklista urazil dráhu $s=900$ m za čas $t=3$ min.

a) Jaká je jeho průměrná rychlost?

$$v = \frac{s}{t} \leftarrow \text{pohyb rovnoměrný přímočarý}$$

$$v = \frac{900}{180}$$

$$v = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) Za jakou dobu t by při této rychlosti dojel do vzdálenosti $s=12$ km?

$$t = \frac{s}{v}$$

$$t = \frac{12000}{5}$$

$$t = 2400 \text{ s} = 40 \text{ min}$$



Příklad 9

Automobil se rozjíždí **z klidu** se zrychlením $a = 0,5 \text{ m.s}^{-2}$. Za jakou dobu dosáhne rychlosti $v = 10 \text{ m.s}^{-1}$?

Pohyb rovnoměrně zrychlený přímočarý

$$a = \frac{v}{t}$$

$$t = \frac{v}{a}$$

$$t = \frac{10}{0,5}$$

$$t = 20 \text{ s}$$



Příklad 10

Vlak, který vyjížděl ze zastávky rovnoměrně zrychleným pohybem získal během $t_1 = 10$ s rychlost $v_1 = 0,6$ m.s⁻¹. Za jakou dobu t_2 získá rychlost $v_2 = 3$ m.s⁻¹?

$$v_1 = a \cdot t_1 \text{ rovnoměrně zrychlený pohyb 1}$$

$$v_2 = a \cdot t_2$$

→ nyní nelze dopočítat, protože neznáme zrychlení a , ale zrychlení si můžeme vyjádřit z předchozí rovnice, takže:

$$\text{Vyjádření zrychlení} \rightarrow a = \frac{v_1}{t_1}$$

$$v_2 = \frac{v_1}{t_1} \cdot t_2$$

Nyní si vyjádříme požadovanou veličinu t_2 :

$$t_2 = \frac{v_2}{v_1} \cdot t_1 = \frac{3}{0,6} \cdot 10 = 50 \text{ s}$$



Příklad 11

Letadlo se rozjíždí z klidu po přímé trajektorii se stálým zrychlením o velikosti $a=4 \text{ m.s}^{-2}$.

a) Jaká je rychlost v po čase $t=10 \text{ s}$ zrychleného pohybu?

$$v = a \cdot t = 4 \cdot 10 = 40 \text{ m.s}^{-1}$$

b) Jakou ujede dráhu s za tuto dobu (10 s)?

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \frac{1}{2} 4 \cdot 10^2 = 200 \text{ m}$$



Příklad 12

Chodec urazil rovnoměrným pohybem za $t_1=6$ s dráhu $s_1=9$ m, za následující $t_2=4$ s urazil dráhu $s_2=8$ m.

a) Jakou rychlostí se pohyboval v prvních šesti a v následujících čtyřech vteřinách?

$$v_{1(6\text{ s})} = \frac{s_1}{t_1} = \frac{9}{6} = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_{2(4\text{ s})} = \frac{s_2}{t_2} = \frac{8}{4} = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) Jaká je jeho průměrná rychlost \bar{v} za prvních 10 s pohybu?

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_1+s_2}{t_1+t_2} = \frac{17}{10} = 1,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$



Příklad 13

Motocykl jede rovnoměrně zrychleně a během 10 s zvýší svou rychlost z $6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ na $16 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Určete velikost zrychlení a dráhu, kterou za danou dobu urazí.

$$t=10\text{s}, v_0=6\text{m}\cdot\text{s}^{-1}, v_1=16 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}, a =?, s=?$$

$$v_1 = v_0 + a \cdot t$$

$$\rightarrow a = \frac{v_1 - v_0}{t} = \frac{16 - 6}{10} = 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \leftarrow v \neq 0, s = 0$$

$$s = 6 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^2 = 110 \text{ m}$$



Příklad 14

Rychlost vlaku, který jede rovnoměrně zpomaleně po přímé trati, se během 50 s zmenšila z 36 km.h⁻¹ na 18 km.h⁻¹. Určete velikost zrychlení vlaku a dráhu, kterou za danou dobu urazí.

Pohyb rovnoměrný zpomalený.

$$v_0 = 36 \text{ km.h}^{-1} = 10 \text{ m.s}^{-1}$$

$$v_1 = 18 \text{ km.h}^{-1} = 5 \text{ m.s}^{-1}$$

$$v_1 = v_0 + a \cdot t$$

$$\rightarrow a = \frac{v_1 - v_0}{t} = \frac{5 - 10}{50} = -0,1 \text{ m.s}^{-2}$$

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$s = 10 \cdot 50 + \frac{1}{2} \cdot (-0,1) \cdot 50^2 = 375 \text{ m}$$

