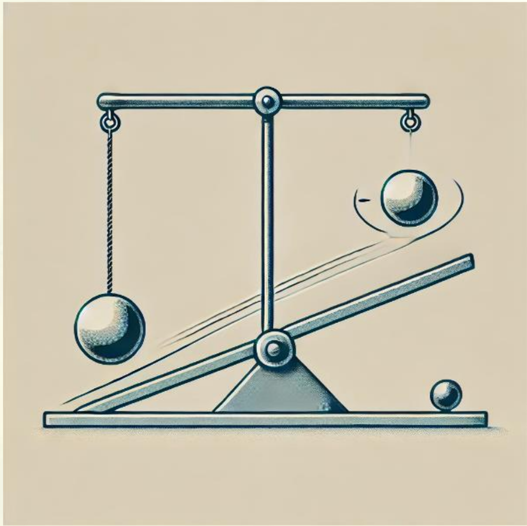
Práce, výkon a energie



Mechanická práce *W* (Work)

- Skalární veličina
- Práce je podmíněna působením sil → práci *W* koná síla *F*, působící na těleso, přičemž ho přemísťuje po trajektorii (např. tlačíme těleso po zemi, zvedáme břemena apod.)
- Práce, kterou vykoná těleso při přemisťování dalšího tělesa, závisí na velikosti síly *F*, která na těleso působí na dráze *s*, o kterou se těleso přemístí a také případně na úhlu α, který svírá síla s trajektorií tělesa
- Jednotka SI – Joule [J] = N.m = kg.m^2.s^{-2}
    - Práci jednoho joulu vykonáme při přemístění tělesa do vzdálenosti 1 m silou o velikosti 1N.
- V technické praxi se také užívá wattsekunda (W.s=J) a kilowatthodina (kWh = 3,6.10^6 J)

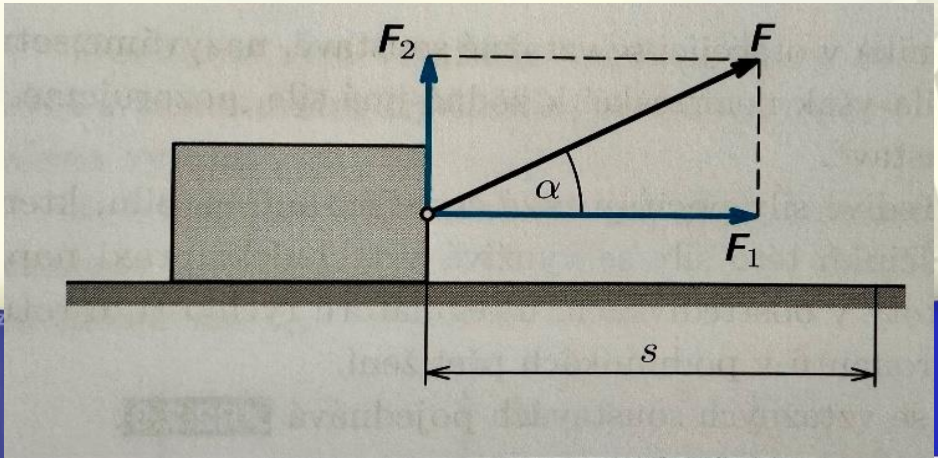
Jednotka Joule pojmenována podle Jamese Prescota Jouleho – majitele pivovaru a soukromého učitele fyziky.

- Těleso se pohybuje přímočarým pohybem a působí na něj ve směru pohybu konstantní síla *F*. Urazí – li těleso působením síly *F* rovnoběžné s trajektorií dráhu *s*, pak síla *F* vykoná práci:

$$W = F.s$$

- Těleso se pohybuje přímočarým pohybem a působí na něj konstantní síla *F*. Urazí – li těleso působením síly *F* svírající s trajektorií úhel *α* dráhu *s*, pak síla vykoná práci:

$$W = F.s.\cos\alpha$$



Výkon *P* (power)

- skalární veličina vyjadřující, jak rychle se koná práce
- Průměrný výkon $P_p = \frac{W}{t}$
- Okamžitý výkon (pokud stroj nekoná práci rovnoměrně) $P = \frac{W}{t} = \vec{F}.\vec{v} = \vec{M}.\vec{\omega}$
- Jednotka výkonu – Watt [W] = $J.s^{-1}$=$kg.m^{2}.s^{-3}$)
  - Výkon jednoho wattu má zařízení, které vykoná práci 1 joulu za 1 sekundu.
- Využívají se také jednotky:
  - 1 kW = 1000 W
  - 1 MW = 1000 kW

Příkon

- skalární veličina
- Vyjadřuje, jak rychle do daného zařízení přechází energie z okolí
- Jednotka - Watt

$$P_o = \frac{W}{t}$$

Účinnost η (éta)

Účinnost (η) je podíl mezi užitečným výkonem, který stroj poskytne, a celkovým výkonem, který do něj dodáme. Je to tedy míra efektivity zařízení. Vyjadřuje se v procentech a vypočítá se vztahem:

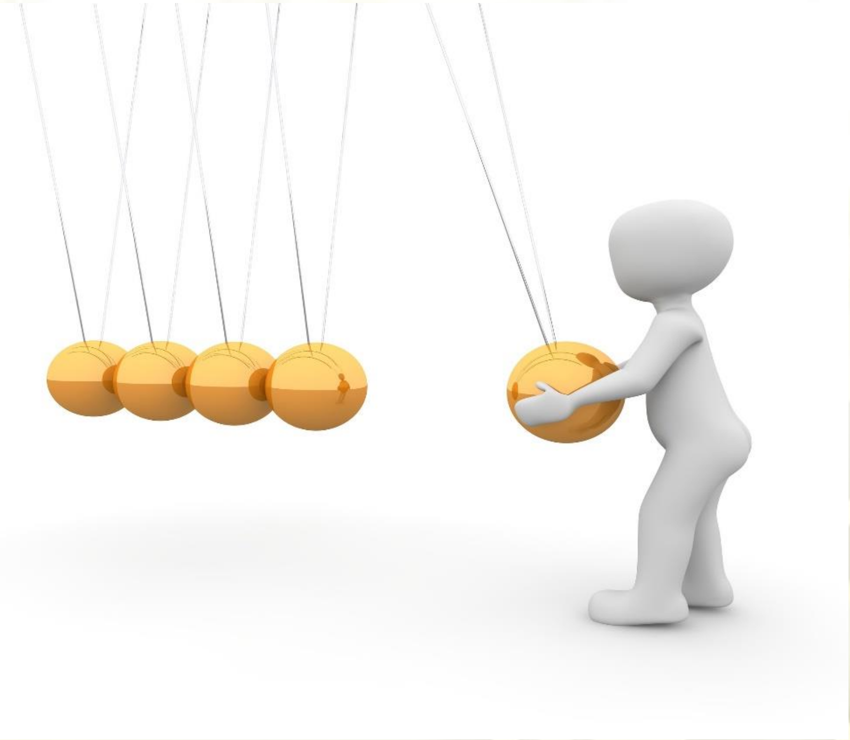
$$\boldsymbol{\eta} = \frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{P_0}} \quad \text{podíl výkonu a příkonu, neboli} \quad \boldsymbol{\eta} = \frac{\boldsymbol{P_{užitečný}}}{\boldsymbol{P_{dodávaný}}}$$

- $P_{užitečný}$ je výkon, který skutečně stroj vykoná (to, co využijeme)
- $P_{dodávaný}$ je celkový výkon, který stroji dodáme (např. elektrický příkon).

- Příkon ($P_{dodávaný}$) je vždy větší než výkon, proto platí, že účinnost je vždy menší než jedna: $\eta < 1$

Energie

1. Potenciální (polohová)
2. Kinetická
3. Mechanická
4. Vnitřní
5. Zářivá



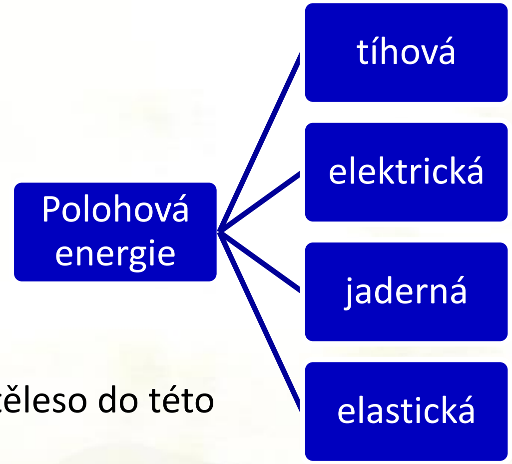
- Energie je definována jako schopnost konat práci.
- Jestliže těleso může vykonat práci, znamená to, že jeho energie je stejná jako práce.
- Jednotka je stejně jako u práce Joule (J)

1. Potenciální (polohová) energie *Ep*

- Tuto energii mají všechna tělesa
- Souvisí s polohou tělesa

Závisí na:

- ➢ Hmotnosti – čím větší hmotnost, tím větší *Ep*
- ➢ Výšce – čím větší výška, tím větší *Ep*
- ➢ Gravitačním poli



Tíhová polohová energie: je rovna práci, kterou musíme vynaložit, abychom těleso do této výšky vyzvedli. Zvedneme-li těleso o hmotnosti *m* do výšky *h*, pak:

$$E_P = W = m.g.h$$

- Elektrická polohová energie nabitého tělesa v určitém místě el.pole je rovna práci, kterou jsme museli vykonat, abychom těleso do tohoto místa dostali.
- Jaderná polohová energie uložená v jádrech atomů, která souvisí s vazebnými silami mezi protony a neutrony. Tyto síly drží částice jádra pohromadě a vycházejí z silné jaderné interakce
- Pružná polohová energie – např. zmáčknutého pružného tělesa je rovna práci, kterou jsme museli vynaložit, abychom ho zmáčkli.

Potenciální energie pružnosti pružiny:

$$E_p = \frac{1}{2}k.y^2$$

Pružně deformované těleso o tuhosti *k* (k=F/y), které se silou *F* prodlouží o délku *y*.

2. Kinetická (pohybová) energie *Ek*

- Mají všechna tělesa, která se pohybují
- Je rovna práci, kterou musíme vynaložit, abychom těleso z klidu uvedli do pohybu určitou rychlostí.
- Pohybující se těleso může konat práci a než se zastaví, vykoná práci rovnou své pohybové energie.
- Ek je tím větší, čím větší je hmotnost tělesa a tím větší, čím větší je rychlost.

Závisí tedy na:

- Hmotnosti tělesa
- Rychlosti tělesa
- Vykonané práci nutné právě k uvedení tělesa do pohybu

Trajektorie hmotného bodu je přímka, která má směr síly *F*. V čase *t* od začátku pohybu je velikost rychlosti hmotného bodu *v=a.t*, hmotný bod urazí dráhu $s = \frac{1}{2} a.t^2$. Na dráze s vykoná síla práci *W=F*

TĚLESO, KTERÉ JE V KLIDU, MÁ POHYBOVOU ENERGII ROVNOU NULE.

Práce vykonaná silou je rovna jeho kinetické energii:

Translace = posuvný pohyb

- všechny body tělesa se pohybují stejně (např. auto jedoucí po rovné silnici).

$$W_k = Ek = \frac{1}{2} m.v^2$$

Rotace – otáčivý pohyb

- těleso se otáčí kolem osy (např. setrvačník, kolo bicyklu).
- Závisí na rozložení hmotnosti vzhledem k ose rotace (moment setrvačnosti).
- Pokud těleso rotuje rychleji, kinetická energie roste kvadraticky s úhlovou rychlostí.

$$W_k = Ek = \frac{1}{2}.J.\omega^2$$

Valivý pohyb je složený z translačního a rotačního pohybu!

$$W_k = Ek = \frac{1}{2} m.v^2 + \frac{1}{2}.J.\omega^2$$

- Typický příklad je pohyb Země okolo Slunce
- Pokud se těleso **valí bez smyku**, platí vztah mezi rychlostí a úhlovou rychlostí: $v = r.\omega$
- Země koná posuvný pohyb kolem Slunce a současně rotuje kolem své osy.

→ Stejný princip platí u kol auta apod.

https://www.youtube.com/watch?v=PWvIYU_Z8z8

3. Mechanická energie *E*

- Těleso (hmotný bod) nemusí mít pouze E_k nebo E_p, může mít obě energie
- Součet potenciální a kinetické energie
- Skalární veličina
- Charakterizuje stav tělesa nebo soustavy těles
- Změna mechanické energie ΔE se rovná práci W, kterou vykoná působící síla.

Zákon zachování mechanické energie nám říká, že při mechanických dějích dochází k proměně kinetické energie v potenciální nebo k proměně potenciální energie v kinetickou, přičemž celková mechanická energie izolované soustavy je konstantní (stálá):

$$E = E_k + E_p = konst.$$

- Maximálně se může měnit poměr potenciální energie vůči kinetické.
- Např. kulička kutálející se z kopce. Pokud zanedbáme tření tak E_p se mění na E_k a součet těchto energií je stále stejný. Pokud tření nezanedbáme součet E_k a E_p se zmenšuje, ale zároveň se zvětšuje vnitřní energie kuličky, protože se zahřívá. Součet E_p, E_k a vnitřní energie je stejný.

Rázostroj – Newtonova houpačka

Newtonova houpačka je zařízení, které demonstruje zákon zachování hybnosti a energie. Skládá se z několika kovových koulí zavěšených na lankách v řadě vedle sebe. Pokud je jedna nebo více koulí vychýlena a následně uvolněna, pozorujeme zajímavý efekt přenosu pohybu.

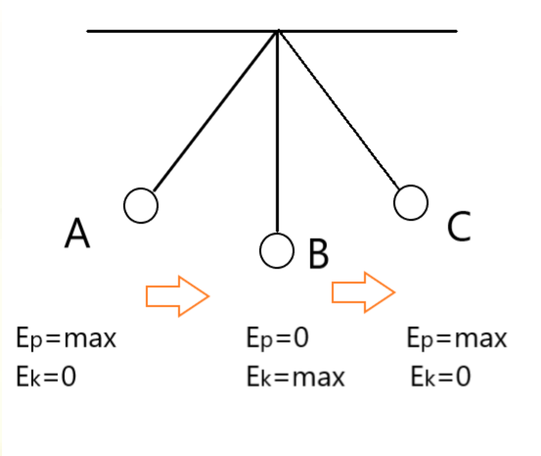
https://www.youtube.com/watch?v=fex66QUcZ2I

1. Zákon zachování hybnosti – při dokonale pružném nárazu musí být hybnost celého systému zachována.
2. Zákon zachování mechanické energie – při zanedbání odporu vzduchu a tření platí, že energie se zachovává.

Koule při zdvihu získává potenciální energii E_p, která se při dopadu přemění na energii kinetickou E_k

Dochází k tepelným ztrátám a právě kvůli ztrátám se kuličky zastaví.

3. Pružné srážky – Při nárazu se energie přenáší přes nehybné koule až na poslední kouli, která získá stejnou rychlost jako koule původní a je odražena.



4. Vnitřní energie

- Pohybová a polohová energie všech částic tělesa:

1. Tepelná – pohybová a polohová energie molekul tělesa, zvětšuje se zahříváním. Přenáší se 3 způsoby: vedení, proudění, sálání.
2. Chemická – energie uložená v chemických vazbách látek. Patří sem i lidský metabolismus.

Endotermická (ochlazování) a exotermická (ohřívání) reakce. Mění se chemickými reakcemi – např. fotosyntéza a hoření

3. Jaderná – energie atomových jader. Fúze a štěpení. Mění se jadernými reakcemi – např. změna jaderné energie v reaktoru na tepelnou.

5. Zářivá energie

- Energie elektromagnetického záření, např. rádiových vln, infračerveného záření, viditelného světla apod.
- Energie fotonů
- Přichází-li ze Slunce → solární energie

Přeměny energie

Energie může být přeměňována mezi různými formami:

- Mechanická → Elektrická (vodní elektrárna)
- Chemická → Tepelná (spalování paliv)
- Elektrická → Tepelná (elektrická trouba)
- Jaderná → Tepelná → Elektrická (jaderná elektrárna)

Jednotky

Joule (J)

- Základní jednotka energie, práce a tepla
- Vyjádření jednotky Joule → 1 J = 1 N.m = 1 W.s = 1 kg.m2.s-2
- Použití: měření mechanické práce, elektrická energie, tepelná energie, vlnová energie
- Jedna joule odpovídá energii potřebné k zvednutí 100 g tělesa (např. jablka) o 1 metr proti gravitační síle Země.
- Lidské tělo spotřebuje denně přibližně 8,4 MJ energie - přibližně 2000 kcal

1 kcal = přibližně 4,184 kJ (kilojoulů)

1 kcal odpovídá energii potřebné k ohřátí 1 litru vody o 1 °C.

Kilowatthodina (kWh)

- Jednotka, běžná pro vyjádření spotřeby elektrické energie
- 1 kWh = 1000 W. 3600 s = $3{,}6.10^6$ J = 3,6 MJ
- Použití: Měření spotřeby elektrické energie domácností, výpočty výkonu elektráren a spotřebičů
- Průměrná domácnost spotřebuje asi 250 kWh elektřiny měsíčně.
- 1 kWh stačí na uvaření asi 100 šálků kávy.

Watt (W)

- Základní jednotka výkonu
- Označuje rychlost přeměny energie, tedy kolik energie se spotřebuje nebo vyprodukuje za jednotku času – v daném okamžiku
- 1 W = 1 J.s-1
- 1 kWh = 1 kW.1 hod = $3{,}6 \times 10^6$ J
- 1 HP ≈ 746 W – nepatří do SI

Akumulace energie

1. **Chemický princip** – chemické vazby
   - » Baterie – olověné, lithiové, redoxní, vanadové, Ni-Cd, kondenzátory
2. **Fyzikální princip** – přeměna *Ek* a *Ep*
   - » Setrvačníky, přečerpávací elektrárny
3. **Fyzikálně – mechanický princip** – změna skupenství používaného média
   - » Kapalný vzduch, vodík

Příklady

Příklad 1

Jak velkou silou se navzájem přitahují Země a Měsíc? Přibližná hodnota hmotnosti Země $M_Z = 6.10^{24}\ kg$, hmotnost Měsíce $M_M = 7{,}4.10^{22} kg$ a vzdálenosti středů obou těles r=380 000 km.

$$F = G.\frac{m_1.m_2}{r^2}$$

$$F = 6{,}67.10^{-11}.\frac{6.10^{24}.7{,}4.10^{22}}{(3{,}8.10^8)^2}$$

$$F = 2.10^{20}\ N$$

Příklad 2

Kotouč o hmotnosti 20 kg a poloměru r=50 cm se valí rychlostí 10 m.s^{-1}. Jaká je jeho kinetická energie?

$$E_k = \frac{1}{2}.m.v^2 + \frac{1}{2}.J.\omega^2$$

$$J = \frac{1}{2}.m.r^2$$

$$\omega^2 = \left(\frac{v}{r}\right)^2$$

$$E_k = \frac{1}{2}.m.v^2 + \frac{1}{2}.\left(\frac{1}{2}.m.r^2\right).\left(\frac{v}{r}\right)^2$$

$$E_k = \frac{1}{2}.20.10^2 + \frac{1}{4}.(20.0{,}5^2).\left(\frac{10}{0{,}5}\right)^2 = 1000 + 500 = 1500\,J$$

Příklad 3

Chlapec zvedl z podlahy knížku o hmotnosti 250 g na lavici vysokou 110 cm. O kolik se zvýšila polohová energie knížky?

m = 250 g = 0,25 kg

h = 110 cm = 1,1 m

ΔEp = m . h . g

ΔEp = 0,25 . 1,1 . 9,81

ΔEp = 2,75 J

Polohová energie knížky se zvýšila o 2,75 J.

Příklad 4

Osoba tlačí nákupní vozík silou 50 N po dráze 10 m ve směru působící síly. Jakou práci vykoná?

Mechanická práce je definována jako:

$$W = F.s$$

$$W = 50.10 = 500\ J$$

Příklad 5

Jakou rychlostí dopadne kámen, který padá volně z výšky 20 m? (Nepočítáme odpor vzduchu.)

Zákon zachování mechanické energie:

$$E_k + E_p = konst.$$

Na začátku (ve výšce 20 m) je energie pouze potenciální (polohová): $E_p = m.g.h$

V okamžiku dopadu se energie mění na kinetickou: $E_k = \frac{1}{2}m.v^2$

Z rovnosti vyplývá: $m.g.h = \frac{1}{2}m.v^2$

Hmotnost můžeme zrušit, neprojevuje se zde:

$$v = \sqrt{2.g.h}$$

$$v = \sqrt{2.9{,}81.20} = 19{,}8\ m.s^{-1}$$

Příklad 6

Těleso o hmotnosti 2 q (metrické centy) jede rychlostí 72 $km.h^{-1}$. Určete jeho pohybovou energii.

m = 2 q = 200 kg

$v = 72\ km.h^{-1} = 20\ m.s^{-1}$

$$Ek = \frac{1}{2}.m.v^2 = \frac{1}{2}.200.20^2 = 40000\ J$$

Pohybová energie je 40 000 J.

Příklad 7

Kámen o hmotnosti 2 kg padá volným pádem do propasti hluboké 80 m. Jaká je jeho polohová energie na počátku pohybu vzhledem ke dnu propasti?

Polohová (potenciální) energie:

$$E_P = m.g.h$$
$$E_P = 2.9{,}81.80$$
$$E_P = 1570\,J$$

Příklad 8

Určete kinetickou (pohybovou) energii tělesa o hmotnosti 5 kg pohybujícího se rychlostí 36 km.h^{-1}.

$$E_K = \frac{1}{2} m . v^2$$

$$E_K = \frac{1}{2} . 5 . 10^2$$

$$E_K = 250\ J$$

Příklad 9

Po silnici se pohybují dva automobily se stejnou hmotností. První jede rychlostí $v_1 = 30\ km.h^{-1}$, druhý $v_2 = 60\ km.h^{-1}$. V jakém poměru jsou kinetické energie obou automobilů?

$$E_K = \frac{1}{2}m.v^2$$

$$\frac{E_{K1}}{E_{K2}} = \frac{\frac{1}{2}m.v_1^2}{\frac{1}{2}m.v_2^2}$$

$$\frac{E_{K1}}{E_{K2}} = \frac{v_1^2}{v_2^2}$$

$$\frac{E_{K1}}{E_{K2}} = \frac{30^2}{60^2}$$

$$\frac{E_{K1}}{E_{K2}} = \frac{1}{4}$$

Nebo

$$E_K = \frac{1}{2}m.v^2$$

$$\frac{E_{K2}}{E_{K1}} = \frac{\frac{1}{2}m.v_2^2}{\frac{1}{2}m.v_1^2}$$

$$\frac{E_{K2}}{E_{K1}} = \frac{v_2^2}{v_1^2}$$

$$\frac{E_{K2}}{E_{K1}} = \frac{60^2}{30^2}$$

$$\frac{E_{K2}}{E_{K1}} = 4$$

Příklad 10

Do jaké výšky vystoupá autíčko jedoucí kopcem nahoru, poháněné setrvačníkem s momentem setrvačnosti J=0,1 kg.m^2? Setrvačník provádí 4 otáčky za sekundu. Hmotnost autíčka je 8 kg.

Zákon zachování mechanické energie *Ep=Ek*

$$m.g.h = \frac{1}{2}J.\omega^2$$

$$\omega = 2\pi f \;\rightarrow\; \omega^2 = (2\pi f)^2$$

$$m.g.h = \frac{1}{2}J.4.\pi^2.f^2$$

$$m.g.h = 2.J.\pi^2.f^2$$

$$h = \frac{2.J.\pi^2.f^2}{m.g} = 0{,}394\,m = 40\,cm$$

Příklad 11

Určete práci, kterou vykoná síla o velikosti 5 N působící na těleso, jestliže se 4 minuty pohybuje rovnoměrně přímočaře stálou rychlostí 90 km.h^{-1}. Síla svírá s vektorem rychlosti úhel 60°.

$$W = F.s.\cos\alpha$$

Dráha *s* není známá, ale lze ze zadané rychlosti a času vypočítat, tedy:

$$s = v.t$$

$$W = F.v.t.\cos\alpha$$

$$W = 5.25.240.\cos 60° = 1{,}5.10^4 J$$

Příklad 12

Určete práci, kterou při volném pádu tělesa o hmotnosti 2 kg vykoná tíhová síla za prvních 5 s. Tíhové zrychlení je 9,81 m.s^{-2}, odpor vzduchu zanedbáváme.

Hledanou práci vypočteme ze vztahu:

$$W = F.s$$

Kdy síla je definována jako: $F = m.g$

Dráha pro volný pád: $s = \frac{1}{2}g.t^2$

$$W = m.g.\frac{1}{2}g.t^2$$

$$W = \frac{1}{2}.m.g^2.t^2 = \frac{1}{2}.2.9{,}81^2.5^2 = 2{,}5.10^3 J$$

Příklad 13

Tři tělesa byla vržena z výšky 20 m počáteční rychlostí 15 $m.s^{-1}$:

- jedno svisle vzhůru,
- druhé svisle dolů,
- třetí ve vodorovném směru.

Určete velikost rychlosti, kterou tělesa dopadnou na zem. Tíhové zrychlení je 9,81 $m.s^{-2}$. Odpor vzduchu neuvažujeme.

V okamžiku vrhu mají všechna tři tělesa stejnou počáteční mechanickou energii: $m.g.h + \frac{1}{2}.m.v_0^2$

V okamžiku dopadu kinetickou energii $\frac{1}{2}m.v^2$, kde v je velikost rychlosti dopadu.

Ze zákona zachování energie vyplývá pro všechna tři tělesa stejná rovnice:

$$m.g.h + \frac{1}{2}.m.v_0^2 = \frac{1}{2}m.v^2$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2.g.h}$$

$$v = \sqrt{15^2 + 2.9{,}81.20} = 25\ m.s^{-1}$$

Příklad 14

Vypočtete, jak vysoko vyskočí po uvolnění kulička o hmotnosti 10 g, která je položena na pružině stlačené ve svislém směru o 5 cm. Pružina tlačí silou 1 N o 1 cm. Tíhové zrychlení je 9,81 m.s^{-2}, ztráty třením nebo odporem vzduchu neuvažujeme.

Energie stlačené pružiny $E_p = \frac{1}{2}k.y^2$ se po uvolnění pružiny změní v potenciální energii kuličky $E_p = m.g.h$

Zákon zachování energie: $m.g.h = \frac{1}{2}k.y^2$.

Poněvadž tuhost pružiny je $\boldsymbol{k = \frac{F_1}{y_1}}$ dostaneme po dosazení:

$$m.g.h = \frac{1}{2}.\frac{\boldsymbol{F_1}}{\boldsymbol{y_1}}.y^2$$

Nyní si vyjádříme výšku *h*:

$$h = \frac{F_1.y^2}{2.m.g.y_1} = \frac{1.0{,}05^2}{2.0{,}01.9{,}81.0{,}01} = 1{,}3\ m$$

Příklad 15

Jaký výkon má motor, který vykoná práci 5000 J za 10 sekund?

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{5000}{10} = 500\ W$$

Příklad 16

Jaký příkon musí mít elektromotor čerpadla, které vyčerpá za 4 s vodu o objemu 100 l do výšky h =20 m? Hustota vody je 1000 kg.m^{-3}, tíhové zrychlení 9,81 m.s^{-2}.

$$P = \frac{W}{t}$$

Práce je definována jako síla působící po dráze h.

$$P = \frac{F.h}{t}$$

Síla odpovídá tíze vyzdvižené vody, tedy: $F = m.g$

$$P = \frac{m.g.h}{t}$$

Hmotnost lze vyjádřit pomocí hustoty a objemu: $m = \rho.V$

$$P = \frac{\rho.V.g.h}{t}$$

$$P = \frac{\rho.V.g.h}{t} = \frac{1000.0{,}1.9{,}81.20}{4} \doteq 5000\ W = 5\ kW$$

Příklad 17

Voda o hmotnosti 500 kg padá ve vodní elektrárně z výšky 50 m. Jaký výkon by mohla turbína teoreticky vyvinout, pokud by přeměnila 100 % potenciální energie na elektrickou?

Potenciální energie vody je: $E_P = m.g.h$

$$E_P = 500.9{,}81.50 = 245\,250\ J$$

Pokud by tato energie byla přeměněna v čase 1 s, byl by výkon:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{245\,250}{1} = 245{,}25\ kW$$

Příklad 18

Automobil o hmotnosti 3000 kg se pohybuje stálou rychlostí 40 km.h^{-1} po vodorovné silnici. Určete výkon jeho motoru, je-li součinitel tření 0,06. Tíhové zrychlení je 9,81 m.s^{-2}.

Rovnoměrný přímočarý pohyb → velikost tažné síly $F = F_T$
Výkon automobilu tedy bude:

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{F.s}{t}$$

$$P = F.v$$

$$P = f.m.g.v$$

$$P = f.m.g.v = 0{,}06.3000.9{,}81.11{,}1 = 19600\ W$$

Příklad 19

Stroj přijímá elektrickou energii o výkonu 800 W a vykonává mechanickou práci s výkonem 600 W. Jaká je účinnost stroje?

$$\eta = \frac{P_{užitečný}}{P_{dodávaný}} . 100 = 75\%$$

Příklad 20

Elektromotor, jehož příkon je 20 kW, zvedá kabinu výtahu o hmotnosti 600 kg stálou rychlostí 3 m.s^{-1}. Jaká je jeho účinnost?

Účinnost η určíme jako podíl výkonu a příkonu, tedy $\eta = \frac{P}{P_0}$

Příkon $P_o = 20\ \mathrm{kW} = 20000\ \mathrm{W}$

Výkon $P = \frac{W}{t} = \vec{F}.\vec{v} = m.g.v$

$$\eta = \frac{P}{P_o} = \frac{m.g.v}{P_o} = \frac{600.9{,}81.3}{20000} = 0{,}9 \rightarrow 90\%$$