Hydrostatika

- Tekutiny – zahrnují kapaliny i plyny (stejná vlastnost tekutost)

- Mechanika tekutin studuje podmínky rovnováhy kapalin a plynů včetně rovnováhy těles ponořených do tekutin a zákonitost pohybu kapalin a plynů včetně pohybu těles ponořených do tekutin.

- Ideální kapaliny = jsou dokonale tekuté a nestlačitelné
- Ideální plyny = jsou dokonale tekuté a mohou být stlačeny na nulový objem

Tlak p

- Charakterizuje stav tekutiny (kapaliny i plynu) v klidu
- Skalární fyzikální veličina
- Měříme tlakoměrem = manometrem

Tlak v tekutinách může být vyvolán:

1) Vnější silou, která působí na povrch tekutiny

2) Tíhovou silou, která působí na tekutinu Země.

   a) hydrostatický tlak v kapalinách

   b) atmosférický tlak ve vzduchu

1. Tlak vyvolaný vnější silou → Pascalův zákon

Pascalův zákon – znění:
Uvnitř kapaliny v každém místě působí ve všech směrech stejně velký tlak.

- V důsledku tekutosti se přenáší tlaková síla v kapalném tělese do všech směrů, přičemž působí vždy kolmo na určitou plochu kapalného tělesa.

$$\boldsymbol{p = \frac{F}{S}}$$

[Pascal] = $N.m^{-2}$ = $kg.m^{-1}.s^{-2}$

F … velikost tlakové síly
S … obsah plochy, na kterou síla KOLMO působí

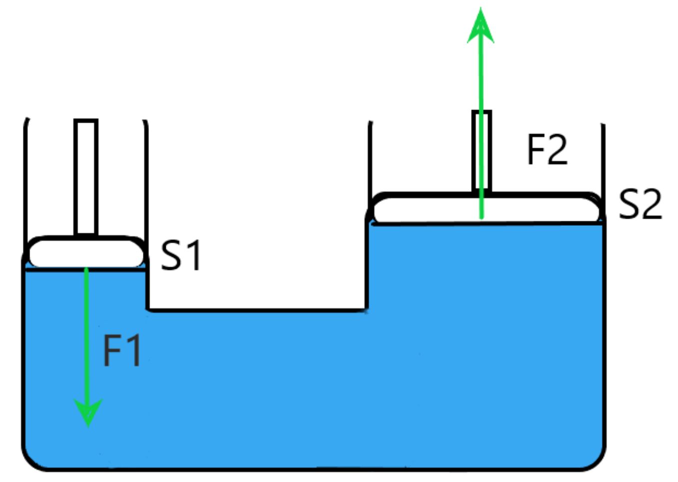
1 Pa je tlak, který vyvolá síla 1 N rovnoměrně rozložená na ploše o obsahu 1 m^2 a působící kolmo na tuto plochu.

Pascalův zákon platí i pro plyny:

- **huštění pneumatiky – stěny pneu se napínají stejně.**
- **síla působí kolmo na stěny.**

Hydraulické zařízení

- Důsledky Pascalova zákona → u hydraulických a pneumatických zařízení (zde médium vzduch):
  - Hydraulické: brzdy automobilů, hydraulické lisy, hydraulické zvedáky, štípačka na dřevo
  - Pneumatické: buchary, kladiva, brzdy u vlaků



- Hydraulické zařízení jsou 2 válcové nádoby spojené u dna trubicí a uzavřené písty o plochách S_1 a S_2.

- Velikosti sil působících na písty jsou ve stejném poměru jako obsahy jejich průřezů → na širší píst působí kapalina tolikrát větší silou, než je síla působící na užší píst, kolikrát je obsah průřezu širšího pístu větší, než je obsah průřezu pístu užšího.

$$p = \frac{F_1}{S_1} \qquad p = \frac{F_2}{S_2}$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}$$

2) Tlak vyvolaný tíhou tekutiny

a) Hydrostatický tlak

V tíhovém poli Země působí na všechny částice kapalného tělesa tíhová síla.

Hydrostatickou tíhovou silou působí kapalina na dno a stěny nádoby, ale také i na pevná tělesa ponořená do kapaliny.

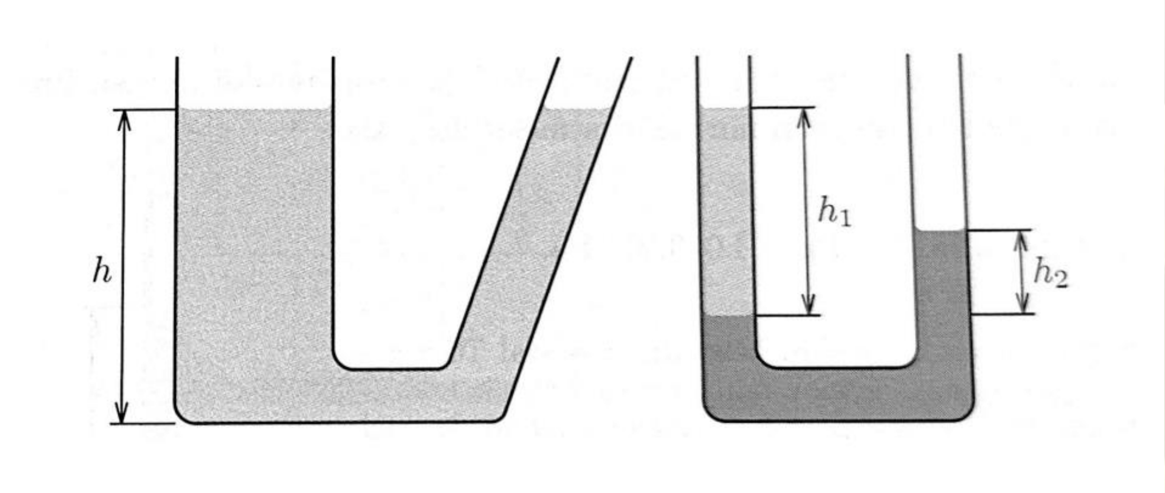
$$p_h = \frac{F_{hydrostatická\ tíhová}}{S} = \frac{m.g}{S} = \frac{\rho.V.g}{S} = \frac{\rho.S.h.g}{S} = \rho.h.g$$

h … výška sloupce
ρ … hustota

- Velikost hydrostatické síly závisí na hustotě kapaliny, na obsahu dna a na hloubce pod volným povrchem kapaliny, nezávisí na tvaru a objemu kapalného tělesa.

Volný povrch kapaliny (řádově mm) má podobné vlastnosti jako tenká pružná blána. O pružnosti volného povrchu kapaliny svědčí i vytváření kapek na konci neúplně zavřeného vodovodního kohoutku. Kapka se jeví jako pružný balónek, ve kterém je voda. Na každou molekulu kapaliny působí přitažlivými silami sousední molekuly.

- Nalejeme-li do nádob různého tvaru, ale se stejným obsahem dna *S* kapalinu do stejné výšky *h*, bude působit na dno všech nádob stejně velká tlaková síla F_h, i když je v každé nádobě jiný objem kapaliny → hydrostatické paradoxon
- Na základě hydrostatického tlaku lze vysvětlit podstatu spojených nádob
- Spojené nádoby jsou nádoby, které jsou u dna spojeny trubicí
- Nalijeme-li do těchto nádob kapalinu o stejné hustotě, pak se hladina ve všech nádobách ustálí ve stejné výšce *h* nad společným dnem
- Jestliže nalijeme do spojených nádob nemísící kapaliny o jiných hustotách, ustálí se hladiny v různých výškách
- Kapaliny jsou však v obou ramenech v rovnováze → $p_1 = p_2$

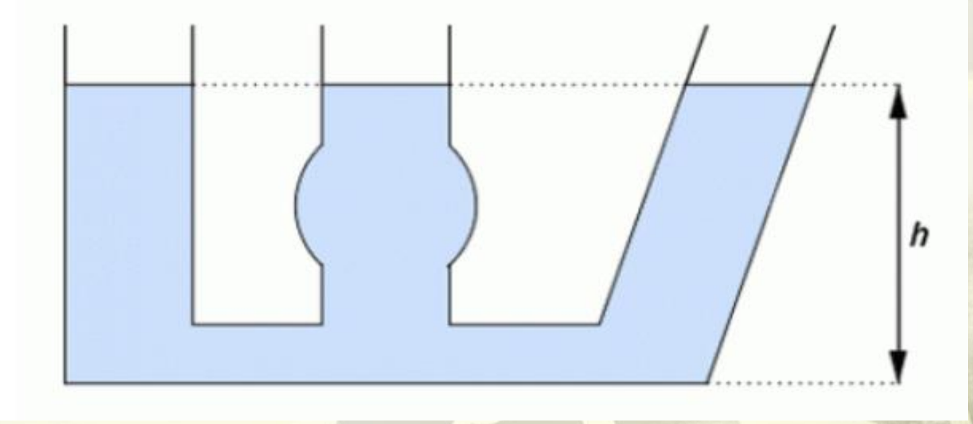


Zdroj obr.: Svoboda a kol.

- Je to způsobeno důsledkem Pascalova zákona – ve všech místech kapaliny je stejný tlak
- Z toho, že princip spojených nádob vychází z Pascalova zákona, můžeme odvodit i to, že ve spojených nádobách, ve kterých jsou různé kapaliny, jsou hustoty kapalin v převráceném poměru k výškám kapalin nad společným rozhraním, protože tam je hydrostatický tlak stejný
- Využití: sifony, měření hladiny v cisterně apod.

$$\boldsymbol{\rho_1 . h_1 . g = \rho_2 . h_2 . g}$$

$$\boldsymbol{\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_2}{h_1}}$$



2) Tlak vyvolaný tíhou tekutiny

b) Atmosférický tlak

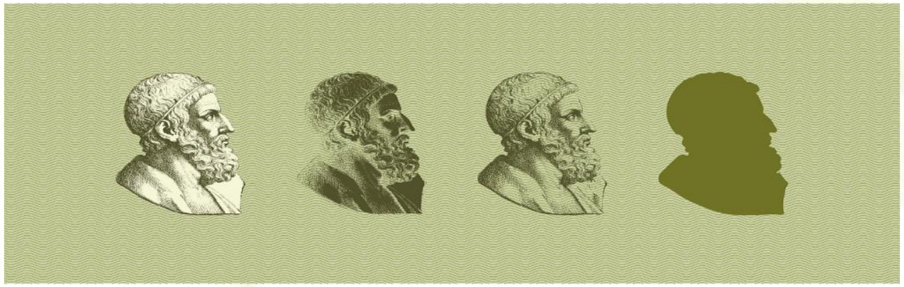
Atmosférickou tlakovou silou působí vzdušný obal Země – Atmosféra na všechna tělesa na povrchu Země a i na tělesa nacházející se ve vzduchu

- Atmosférický tlak lze prokázat Torricelliho pokusem – tento tlak se rovná hydrostatickému tlaku rtuťového sloupce v Torricelliho trubici.
- Atmosférický tlak klesá s rostoucí nadmořskou výškou.
- Při výstupu o 100 m se zmenší atmosférický tlak cca o 13 hPa
- Tlak se mění v závislosti na počasí od cca 980 hPa (tlaková níže) až po 1030 hPa (tlaková výše)
- Normální hodnota atmosférického tlaku je stanovena na 1013 hPa
- Tlak vzduchu měříme tlakoměrem – barometrem (rtuťový, kovový-aneroid).

Vztlaková síla - Archimédův zákon a aplikace zákona

Archimédův zákon:
Na těleso ponořené do kapaliny působí vztlaková síla, která je rovna tíze tekutiny tělesem vytlačené.

$$F_{VZT} = \rho . V . g$$



1. **ρ tělesa > ρ kapaliny**, pak $F_G > F_{VZT}$ → těleso klesá ke dnu (kovový předmět ve vodě)
2. **ρ tělesa = ρ kapaliny**, pak $F_G = F_{VZT}$ → těleso se v kapalině vznáší (těla ryb)
3. **ρ tělesa < ρ** kapaliny, pak $F_G < F_{VZT}$ → těleso v kapalině stoupá vzhůru

- Jakmile těleso dosáhne povrchu, tak se částečně vynoří a v tom případě je objem ponořené části tělesa V_p.
- Mezi hustotami tělesa a kapaliny a celým a ponořeným objemem tělesa je vztah vyplývající z rovnosti sil, kde platí:

$$\frac{V_p}{V} = \frac{\rho_T}{\rho}$$

Což značí, že těleso tedy PLOVE na hladině kapaliny – např. korek ve vodě, ocel ve rtuti

V...celkový objem tělesa

ρ_T…hustota tělesa

ρ…hustota tekutiny

Hydrodynamika

= tekutiny v pohybu

- část mechaniky tekutin, která se zabývá chováním kapalin a plynů v pohybu.
- Zahrnuje rovnice popisující proudění, zákony zachování, síly působící na tekutinu a typy proudění.

Objemový průtok Q:

Udává objem tekutiny, který proteče daným průřezem za jednotku času.

$$Q_v = \frac{V}{t}\,[m^3.s^{-1}]$$

V … objem kapaliny

t … čas

ALE protéká-li průřezem o obsahu S kapalina rychlostí v, je její objemový průtok definovaný:

$$Q_v = S.v\,[m^3.s^{-1}]$$

Zákon zachování hmotnosti v ideální proudící kapalině a rovnice kontinuity

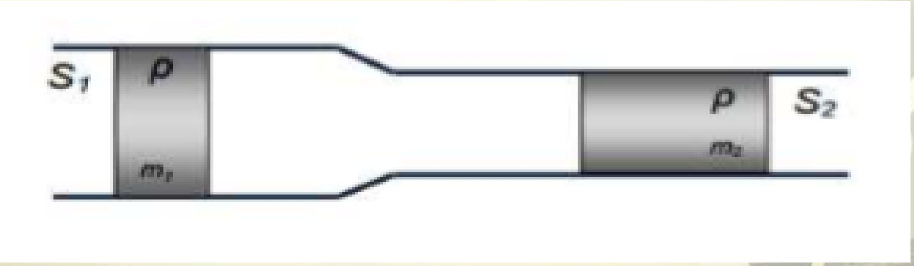
- udává, že objemový průtok v trubici je konstantní, pokud nedochází ke ztrátám tekutiny.

- platí rovnice kontinuity (rovnice spojitosti) - součin obsahu průřezu (*S*) a rychlosti proudění (*v*).

- pokud se průřez zmenší, rychlost tekutiny se zvětší.

$$\boldsymbol{S.v = konst.}$$

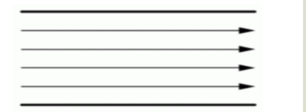
$$\boldsymbol{v_1 S_1 = v_2 S_2}$$



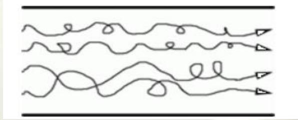
Druhy proudění tekutin

- **Ustálené (stacionární)** – proudění tekutiny, při kterém je v libovolném místě rychlost *v* a tlak *p* stálý, neměnný s časem
- **Nestacionární** – rychlost *v* a tlak *p* závisí na čase

- **Laminární** – proudění, při kterém se jednotlivé vrstvy tekutiny vůči sobě jen rovnoměrně posunují, nepromíchávají se. Např. pomalé proudění oleje.



- **Turbulentní** – rychlost se v daném bodě značně a nepravidelně mění, vrstvy se promíchávají. Např. rychle tekoucí řeka.



  - Při turbulentním proudění se za tělesem tvoří víry.
  - Tlak za tělesem je menší než před tělesem a to způsobí růst odporové síly.
  - Turbulentní proudění vody se projevuje např. šumem vody ve vodovodním potrubí.

  Zda jde o laminární nebo turbulentní proudění nám říká tzv. Reynoldsovo číslo *Re*.
- **Nevířivé** – všechny částice tekutiny vykonávají jen posuvný pohyb (u tzv. ideálních tekutin)
- **Vířivé** – částice tekutiny konají současně pohyb posuvný i otáčivý

Trajektorie jednotlivých částic proudící tekutiny znázorňujeme proudnicemi.

Hustota ρ

- Fyzikální veličina, která udává hmotnost jednotkového objemu tekutiny.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (kg/m^3)$$

- závislá na teplotě
  – u kapalin obvykle s rostoucí teplotou hustota klesá, protože se kapalina roztahuje
  – u plynů se hustota mění výrazněji – viz stavová rovnice
- U plynů závisí na tlaku – viz stavová rovnice, zvyšováním tlaku se hustota plynu zvětšuje.
- u kapalin závisí na složení – každá kapalina má jinou hustotu.
- určuje vztlakovou sílu – viz Archimédův zákon – pokud je těleso hustší než kapalina, klesá ke dnu viz aplikace A.z.
- používá se v hydraulice a aerodynamice – čím vyšší hustota, tím větší síla působí na objekty v proudění.

Měření: hustoměr (plovák), pyknometr, metoda vážení a objemu, refraktometr.

https://www.youtube.com/shorts/60OlhkvTfrg

Viskozita

- Viskozita je klíčová vlastnost kapalin a plynů, která charakterizuje odpor tekutiny vůči proudění.
- Tedy určuje, jak „tuhá“ nebo „tekutá“ kapalina je.

Viskozita je vnitřní tření kapaliny, tedy odpor, který tekutina klade při pohybu jednotlivých vrstev vůči sobě.

- Kapaliny s nízkou viskozitou – snadno tečou (např. voda, líh).
- Kapaliny s vysokou viskozitou – tečou pomalu (např. med, motorový olej).

Typy viskozity:

Dynamická viskozita (absolutní) - η

- Vyjadřuje odpor kapalin k proudění na základě vnitřního tření mezi vrstvami tekutiny.
- Jednotka Pascal.sekunda (Pa·s) nebo poise (P) – používáno v soustavě CGS

Kinematická viskozita – *v* (ný)

- Udává poměr dynamické viskozity vzhledem k hustotě kapaliny.
- Jednotka: $m^2.s^{-1}$ nebo stokes (St) v CGS
  - 1 St = $10^{-4} m^2.s^{-1}$

- Kinematická viskozita oleje: 100 $mm^2.s^{-1}$ (je 100x viskóznější než voda!)
- Kinematická viskozita vody při 20 °C: 1 $mm^2.s^{-1}$

Newtonská a nenewtonská kapalina

Newtonská kapalina

- Mají konstantní viskozitu, nezávislou na rychlosti proudění.
- Příklady: voda, ethanol, vzduch, většina olejů.

Nenewtonská kapalina

- Viskozita se mění v závislosti na rychlosti toku nebo působení síly.
- Zesilující (dilatantní) kapaliny – čím větší síla, tím vyšší viskozita (např. směs škrobu a vody – "tekutý písek").
- Řídnoucí (pseudoplastické) kapaliny – čím větší síla, tím menší viskozita (např. kečup, krém, krev).

https://youtu.be/G1Op_1yG6lQ?si=wl0Gl42hZakdo1aC

Závislost viskozity na teplotě

a) Kapaliny

Zvýšení teploty → snížení viskozity (tekutina teče rychleji).

Příklad: Med je při pokojové teplotě hustý, ale po zahřátí teče snadno.

b) Plyny

Zvýšení teploty → zvýšení viskozity (plyny se pohybují chaotičtěji a jejich vrstvy se více třou).

Příklad: Horký vzduch má vyšší viskozitu než studený.

V praxi:

Motorové oleje mají různé viskozitní indexy, aby fungovaly správně za různých teplot.

Aplikace viskozity v praxi

- Mazání motorů – oleje s nízkou viskozitou pro snížení tření. Motorový olej hraje klíčovou roli v mazání, chlazení a ochraně motoru. Pokud nemá správnou viskozitu, může dojít k opotřebení motoru, zvýšené spotřebě paliva nebo dokonce k jeho poškození.
- Farmacie – sirupy, krémy, masti (kontrola tekutosti).
- Potravinářství – řízení hustoty kečupů, dresinků.
- Krevní oběh – hustota krve ovlivňuje zdraví (např. vyšší viskozita při dehydrataci).
- Letectví – proudění vzduchu kolem letadel.
- Námořní doprava – odpor vody vůči lodním trupům.
- Krevní oběh – vyšší viskozita = vyšší odpor při průtoku.

Bernoulliova rovnice

= vyjadřuje zákon zachování mechanické energie pro ustálené proudění ideální kapaliny

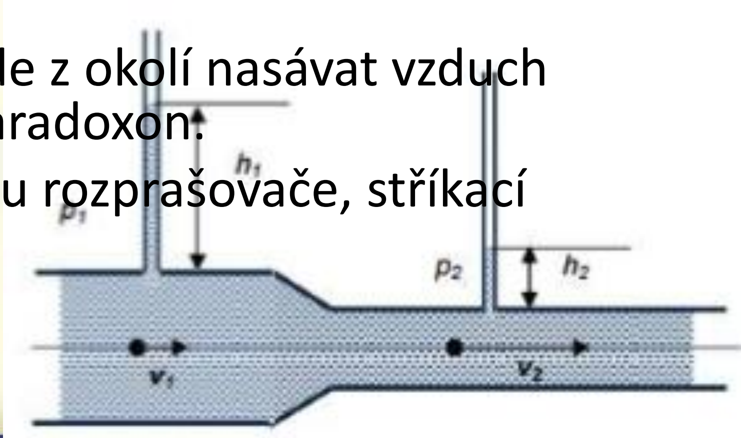
- Mechanická energie je v každém místě stejná → Součet kinetické energie kapaliny a tlaku je ve všech místech vodorovné trubice stejný

- Tlak proudící kapaliny klesá s její rostoucí rychlostí →

Důsledek B.r.: v zúžené části trubice je VĚTŠÍ rychlost proudění a MENŠÍ tlak.

$$\frac{1}{2}\rho . v^2 + p = konst.$$

- Při velkém zúžení trubice, kde rychlost proudu kapaliny značně vzroste, může tlak v kapalině klesnout tak, že bude menší než tlak atmosférický → v zúženém místě trubice vzniká podtlak.
- Jestliže v této zúžené části bude otvor, pak bude z okolí nasávat vzduch →Tento jev se také nazývá hydrodynamické paradoxon.
- Podtlak u proudícího vzduchu se využívá např. u rozprašovače, stříkací pistole, karburátoru nebo vodní vývěvy.



Obdobou u plynů je aerodynamické paradoxon. Foukáme-li mezi dva svisle zavěšené listy papíru, vzniká mezi nimi podtlak a působením atmosférického tlaku se listy přitahují.

Autor: Daniel Bernoulli

- Pokud není trubice, ve které kapalina proudí vodorovná, pak má Bernoulliova rovnice následující podobu:

$$\frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}.\boldsymbol{v}^2 + \boldsymbol{h}.\boldsymbol{\rho}.\boldsymbol{g} + \boldsymbol{p} = \boldsymbol{konst}.$$

- Součet kinetické, potenciální a tlakové energie = konst.

ρ … hustota kapaliny

v … rychlost kapaliny

p … tlak v daném místě kapaliny

h … výška nad nulovou hladinou potenciální tíhové energie

Pokud se zvětší rychlost tekutiny, sníží se tlak (platí v ideální tekutině).

Aplikace Bernoulliho rovnice:

- Princip letu letadla: nad křídlem je vyšší rychlost proudění vzduchu → nižší tlak → vztlaková síla.
- Venturiho trubice: slouží k měření rychlosti proudění.

Velikost výtokové rychlosti – Toricelliho vzorec

- Ze zákona zachování energie v proudící kapalině lze určit rychlost kapaliny vytékající otvorem v nádobě.
- Jestliže nad otvorem je výška hladiny *h*, pak pro rychlost výtoku kapaliny platí tzv. Torricelliho vzorec, vyjádřený z Bernoulliovy rovnice

$$m.g.h = \frac{1}{2} m.v^2 \rightarrow v = \sqrt{2.g.h}$$

Kapalina vytéká stejně rychle, jako by padala volným pádem z výšky *h*

Obtékání těles reálnou kapalinou

- U částic reálné kapaliny působí proti jejich pohybu odporové síly – síly vnitřního tření, které pohyb brzdí.
- K jejich překonání je potřeba vyvinout mechanickou práci (např. využití čerpadel)
- Na tělesa v tekutinách působí hydrodynamické odporové síly a síly aerodynamické.
- Na velikost těchto sil má vliv: hustota prostředí, rychlost tělesa vzhledem k danému prostředí, velikost, tvar a jakost povrchu obtékaného tělesa.
- Stokesova a Newtonova síla

Dutá polokoule proti proudu, padák	1,4
Rovinná deska kolmo k proudu	1,2
Koule	0,5
Dutá polokoule po proudu	0,4
Kabriolet	0,9
Osobní automobil	0,5
Automobil proudnicového tvaru	0,2
Těleso proudnicového tvaru, profil křídla	0,06

Newtonova síla odporu

$$F_N = \frac{1}{2}.C.\rho.S.v^2$$

C … součinitel odporu, závisí na tvaru tělesa
ρ … hustota prostředí (tekutiny)
S … obsah příčného řezu kolmého ke směru rychlosti (čelní plocha)
v … rychlost pohybu tělesa

- Odpor při turbulentním proudění
- Platí pro vysoké rychlosti a větší tělesa, kde proudění za objektem je turbulentní.
- Odporová síla je úměrná druhé mocnině rychlosti.
- Karoserie automobilů, trupy letadel a lodí se konstruují tak, aby měly co nejmenší hodnotu součinitele odporu.
- Letadla využívají hlavně aerodynamickou vztlakovou sílu

Stokesova síla

$$F_S = 6\pi.\eta.r.v$$

η …dynamická viskozita tekutiny
r … je poloměr částice
v … je rychlost pohybu částice

- Odpor při laminárním proudění.
- Platí pro nízké rychlosti a malé částice pohybující se v tekutině, kde proudění zůstává laminární (klidné, bez turbulence).
- Odporová síla je úměrná rychlosti objektu.
- Tento zákon odvodil George Gabriel Stokes v roce 1851 a je klíčový v oblasti mikroskopických částic, sedimentace nebo pohybu buněk ve viskózních kapalinách.

Aplikace hydrodynamiky

a) Pitotova trubice (viz Bernoulliho rovnice)
   – Používá se k měření rychlosti kapaliny nebo plynu. Porovnává se dynamický a statický tlak

b) Hydraulické stroje
   – Čerpadla, turbíny, vodní elektrárny

c) Aerodynamika a hydrodynamika v dopravě
   – Proudění vzduchu kolem letadel, automobilů nebo lodí

- V horní části křídla, vzniká vzhledem k atmosférickému tlaku podtlak.
- Letadla: Na spodní části křídla vzniká přetlak. V důsledku těchto tlakových rozdílů, působí na celkovou plochu křídla aerodynamická vztlaková síla, která působí proti tíhové síle. Odporová síla, která s rychlostí roste se překonává tažnou silou motorů. Výsledná aerodynamická síla je pak součet odporové a vztlakové síly.

Příklady

Příklad 1

Přehradní nádrž dosahuje u hráze hloubky 39 m. Jak velký hydrostatický tlak je u dna nádrže v těchto místech, jestliže hustota vody je 997 kg.m^{-3}?

Hydrostatický tlak – vyvolaný vlastní tíhou kapaliny.

ρ_v=997 kg.m^{-3}

p_h=?

h=39 m

$$p_h = \rho . g . h$$
$$p_h = 997.9{,}81.39$$
$$p_h = 381\,442\ Pa$$

Příklad 2

Určete do jaké výšky sahá voda v nádrží, má-li hydrostatický tlak u dna velikost 28 kPa?

ρ_v=1000 kg.m^{-3}

p=28 kPa = 28 000 Pa

h=?

$$p_h = \rho . g . h \rightarrow$$

$$h = \frac{p}{g . \rho}$$

$$h = \frac{28000}{9{,}81.1000}$$

$$h = 2{,}85\ m$$

Příklad 3

Jak velkou silou je ve vodě nadlehčován předmět o objemu V=20 cm^3?

Archimédův zákon!

F=?

V=20 cm^3=0,000020 m^3

ρ_v=1000 kg.m^{-3}

$$F = \rho . V . g$$

$$F = 0{,}000020.1000.9{,}81 = 0{,}1962 \text{ N}$$

Příklad 4

Vypočtěte tlak mořské vody (*ρ* = 1025 kg.m^{-3}) na dno moře: v hloubce 3,6 km pod hladinou a v Mariánském příkopu (*h* = 11034 m).

Hloubka 3,6 km pod hladinou:

$p = \rho . g . h = 1025.9{,}81.3600 = 36{,}2\ MPa\ (36\ 198\ 900\ Pa)$

V Mariánském příkopu:

$p = \rho . g . h = 1025.9{,}81.11034 = 110{,}95\ \mathrm{MPa}\ (110\ 949\ 628{,}5\ \mathrm{Pa})$

Příklad 5

Jaký tlak vyvolá v tekutině síla o velikosti 200 N, působící kolmo na píst o obsahu 400 cm^2 uzavírající nádobu s tekutinou?

Pascalův zákon.

$$p = \frac{F}{S}$$

$$p = \frac{200}{4.10^{-4}} = 5000\ Pa$$

Příklad 6

Jak vysoký sloupec čistého glycerolu udrží normální atmosférický tlak?

- Normální atmosférický tlak je definován jako 101 325 Pa (pascalů) nebo 1013,25 hPa (hektopascalů).
- Tento tlak odpovídá tlaku, který vyvíjí sloupec čisté vody vysoký přibližně 10 metrů.
- Abychom zjistili, jak vysoký sloupec glycerolu by vyvíjel stejný tlak, musíme znát hustotu glycerolu: přibližně 1260 kg/m³.
- Hydrostatický tlak, který vyvíjí sloupec tekutiny, lze vypočítat pomocí vzorce:

$$p = \rho . g . h$$

Odtud lze vyjádřit výšku sloupce h:

$$h = \frac{p}{\rho . g}$$

$$h = \frac{101325}{1260.9{,}81} = 8{,}2\ m$$

Příklad 7

V části lodi, která je ponořena pod vodou, vznikl v hloubce 3 m otvor o obsahu 5 cm^2. Jaká minimální síla je zapotřebí, aby se z vnitřní strany lodě udržela záplata zakrývající otvor? Hustota vody je 1000 $kg.m^{-3}$, tíhové zrychlení je 10 $m.s^{-2}$.

Ze vzorce pro výpočet tlaku $p = \frac{F}{S}$ si vyjádříme požadovanou sílu *F*.

$$F = p.S$$

$$F = \rho.g.h.S$$

$$F = 3.1000.10.0{,}0005 = 15\ N$$

Příklad 8

Hydraulický lis má průřezy válců 20 cm^2 a 1,6 dm^2. Jakou silou musíme působit na menší píst, chceme-li, aby na větší píst působila síla 4,8 kN?

K výpočtu síly potřebné k působení na menší píst hydraulického lisu použijeme Pascalův zákon, který říká, že tlak v kapalině je ve všech směrech stejný: $p_1 = p_2$

Tlak je definován jako síla působící na plochu:

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

F_1 je síla působící na menší píst (hledaná veličina),
S_1=20 cm^2 =0,002 m^2
F_2=4,8 kN =4800 N (síla na větší píst),
S_2=1,6 dm^2 =160 cm^2 =0,016 m^2

$$F_1 = \frac{S_1}{S_2} . F_2$$

$$F_1 = \frac{0,002}{0,016} . 4800$$

$$F_1 = 600\ N$$

Příklad 9

Krychle o hraně 10 cm a hustotě 600 kg.m^{-3} plave ve vodě. Jaká část krychle je ponořená?

Archimédův zákon.
Objem krychle: $V_K = a^3 = 0{,}1^3 = 0{,}001\, m^3$
Výpočet hmotnosti krychle $m_K = \rho_K . V_K = 600.0{,}001 = 0{,}6\, kg$
Krychle plave, což znamená, že vztlaková síla se rovná gravitační síle: $F_G = F_{VZT}$

$$F_G = m_K . g$$

$$F_{VZT} = \rho_{vody} . V_P . g$$

$$m_K . g = \rho_{vody} . V_P . g \rightarrow$$

$$V_P = \frac{0{,}6}{1000} = 0{,}0006\, m^3$$

Nebo také v procentech 0,0006/0,001=0,6 → 60%

Příklad 10

Jaká je hustota kamene o hmotnosti 12,6 kg, jestliže na jeho vytažení z vody je potřebná síla, jejíž velikost je 81,2 N? Hustota vody je 997 kg.m^{-3}.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Na kámen ve vodě působí dvě síly: tíhová $F_G = m.g = 12{,}6.9{,}81 = 123{,}5\ N$ a vztlaková $F_{VZT} = \rho_{Vody}.V_{Kamene}.g$

Síla potřebná k vytažení je rozdíl těchto sil: $F = F_G - F_{VZT}$

- **Zvedání těžkého předmětu ve vzduchu** – potřebujeme sílu rovnou jeho tíze F_G
- **Zvedání předmětu ve vodě** – část tíhy je "odebrána" vztlakem F_{VZT} , takže potřebujeme menší sílu.

Příklad: Když se ponoříš do bazénu, cítíš se lehčí, protože tě nadnáší voda – to je působení vztlaku. Když se snažíš vytáhnout velký kámen z vody, jde to snáz než na souši, protože voda pomáhá nést jeho váhu.

$F = F_G - F_{VZT} \rightarrow$

$F_{VZT} = 123{,}5 - 81{,}2 = 42{,}3\ N.$

Výpočet objemu kamene: $F_{VZT} = \rho_{Vody}.V_{Kamene}.g \rightarrow V_{Kamene} = \frac{F_{VZT}}{\rho_{Vody}.g}$

$$V_{Kamene} = \frac{42{,}3}{997.9{,}81} = 0{,}00432\ m^3$$

$$\rho = \frac{12{,}6}{0{,}00432}$$

$$\rho = 2900\ kg.m^{-3}$$

Příklad 11

Jak hluboko se musí potápěč potopit pod hladinu moře, aby na něj působil tlak 5 atmosfér?

Obecně jedna atmosféra odpovídá tlaku vytvořenému 10 metry sloupce vody, pak potápěč musí sestoupit do hloubky *h*:

$$p = \rho . g . h \rightarrow$$

$$h = \frac{p}{\rho . g}$$

$$h = \frac{5.101325}{1000.9{,}81} \doteq 50\ m$$

Příklad 12

Do spojených nádob tvaru U byla nalita voda (ρ_1 = 997 kg.m^{-3}) a rtuť. Voda v jednom rameni sahala do výšky h_1 = 100 cm, rtuť v druhém rameni do výšky h_2 = 7,35 cm. Určete hustotu rtuti ρ_2.

$$p_1 = p_2$$

$$\rho_1 . h_1 . g = \rho_2 . h_2 . g$$

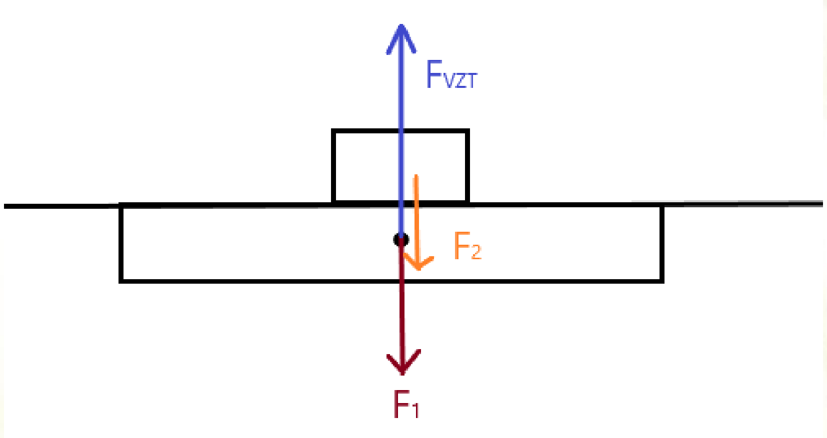
$$\rho_1 . h_1 = \rho_2 . h_2$$

$$\rho_2 = \frac{\rho_1 . h_1}{h_2}$$

$$\rho_2 = \frac{997.1}{0{,}0735} = 13564\ kg.m^{-3}$$

Příklad 13

Ledová kra má tvar čtvercové desky o obsahu plochy 1 m^2 a tloušťce 20 cm. Jaká je minimální hmotnost závaží, které je potřeba položit na střed kry, aby se celá ponořila do vody? Hustota ledu je 900 kg.m^{-3}, hustota vody je 1000 kg.m^{-3}.



- Na ledovou kru působí tíhová síla o velikosti $F_1 = S.d.\rho_t.g$

S … plocha krychle

d … tloušťka kry

ρ_t … hustota ledu

ρ … hustota vody

- Působí také tíha závaží o velikosti $F_2 = m.g$
- v opačném směru působí podle Archimédova zákona vztlaková síla o velikosti $F_{VZT} = S.d.\rho.g$.
- Poněvadž celá soustava je v rovnováze, musí platit:

$$F_1 + F_2 = F_{VZT}$$
$$S.d.\rho_t.g + m.g = S.d.\rho.g$$
$$m = S.d.(\rho - \rho_t)$$
$$m = 1.0{,}2.(1000 - 900) = 20\ kg$$

Příklad 14

Vzducholoď má objem 3000 m^3. Jak velká vztlaková síla na ni působí ve vzduchu? Hustota vzduchu je 1,2 kg/m^3.

Vztlaková síla působící na vzducholoď je dána Archimédovým zákonem, který říká, že těleso ponořené do tekutiny (včetně plynu) je nadlehčováno silou, která se rovná tíze kapaliny nebo plynu vytlačeného tímto tělesem.

$$F_{VZT} = \rho . V . g$$

F_{VZT} je vztlaková síla (hledaná veličina),

ρ =1,2 kg/m³ je hustota vzduchu,

V=3000 m³ je objem vzducholodi (tedy objem vytlačeného vzduchu),

g=9,81 m/s² je tíhové zrychlení.

$$F_{VZT} = 1{,}2.3000.9{,}81$$

$$F_{VZT} = 35316\, N = 3{,}6.10^4 N$$

Příklad 15

Jaký je objemový průtok vody v trubici o průměru 20 cm při rychlosti proudu 0,2 m.s^{-1}?

Objemový průtok vody je určen vztahem:

$Q_v = \frac{V}{t}$, kde $V = S.v.t$, takže celý vzorec zní takto:

$$Q_v = \frac{V}{t} = \frac{S.v.t}{t} = S.v$$

A kde je $S = \pi.r^2$, protože se jedná o trubici takže:

$$Q_v = \pi.r^2.v$$

$$Q_v = \pi.0{,}1^2.0{,}2 = 0{,}00628\ m^3.s^{-1}$$

Příklad 16

Jakou rychlostí teče voda trubicí o průměru *d*=0,1 m, pokud je průtok 0,1 $m^3.s^{-1}$.

Obdobné jako předchozí příklad. Opět zde budeme vycházet ze vzorce pro průtok Q_v:

$$Q_v = S.v$$

$$v = \frac{Q_v}{S}$$

→ $S = \pi.r^2$

$$v = \frac{0{,}1}{\pi.0{,}05^2} = 12{,}73\ m.s^{-1}$$

Příklad 17

Odhadněte velikost odporové síly působící na dlaň ruky, vysune-li ji automobilový závodník z auta jedoucího rychlostí 220 km.h^{-1}. Předpokládáme, že dlaň je postavena kolmo na proud vzduchu. Obsah dlaně je 0,017 m^2, součinitel odporu 1,12 a hustota vzduchu 1,2 kg.m^{-3}.

v=220 km.h^{-1}=61,1 m.s^{-1}; S=0,017 m^2; C=1,12; ρ=1,2 kg.m^{-3}; F=?

$$F = \frac{1}{2}.C.\rho.S.v^2$$

$$F = \frac{1}{2}.1{,}12.1{,}2.0{,}017.61{,}1^2 = 46{,}2\ N$$