

Mechanika pružných těles

- Deformace pevného tělesa → změna rozměrů, objemu a tvaru tělesa účinkem vnějších sil
- Při deformaci je potřeba brát ohled i na čas, po který síla působí.
- Pokud je materiál namáhán silou pod mezí pružnosti po delší dobu, může u něj dojít k trvalé deformaci.
- To stejné platí i o teplotě.

Deformace dle doby trvání:

1. Deformace pružná (elastická) – dočasná, takže se těleso po skončení deformace vrátí do původního tvaru
2. Deformace nepružná (plastická) – stálá, těleso zůstane v deformovaném tvaru

Rozdělení materiálů:

- A. Materiály elastické – např. ocel
- B. Materiály plastické – např. plastická hlína
- C. Materiály křehké – sklo

Pozor! Nezaměňovat!

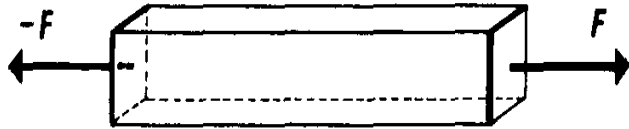
Pevné těleso – těleso z pevné látky, které je deformovatelné.

Tuhé těleso – myšlenkový model, jehož tvar ani objem se účinkem sil nemění.

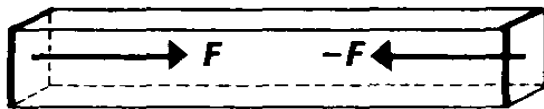


Deformace dle změny v krystalové mřížce:

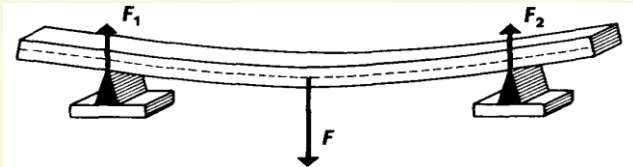
- Tahem



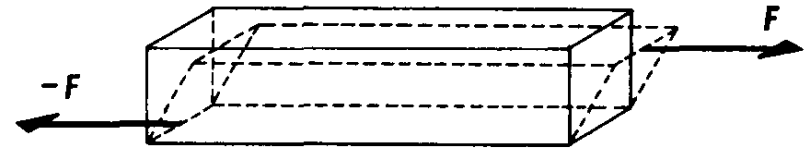
- Tlakem



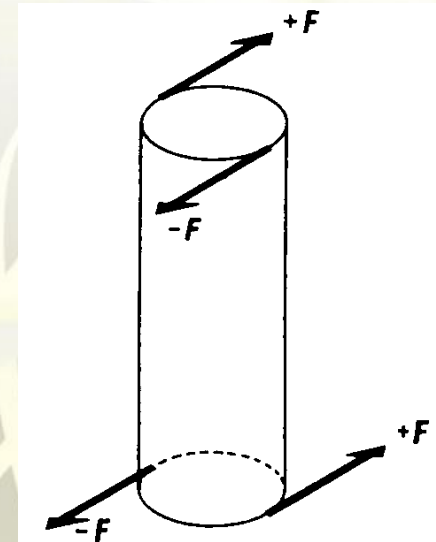
- Ohybem



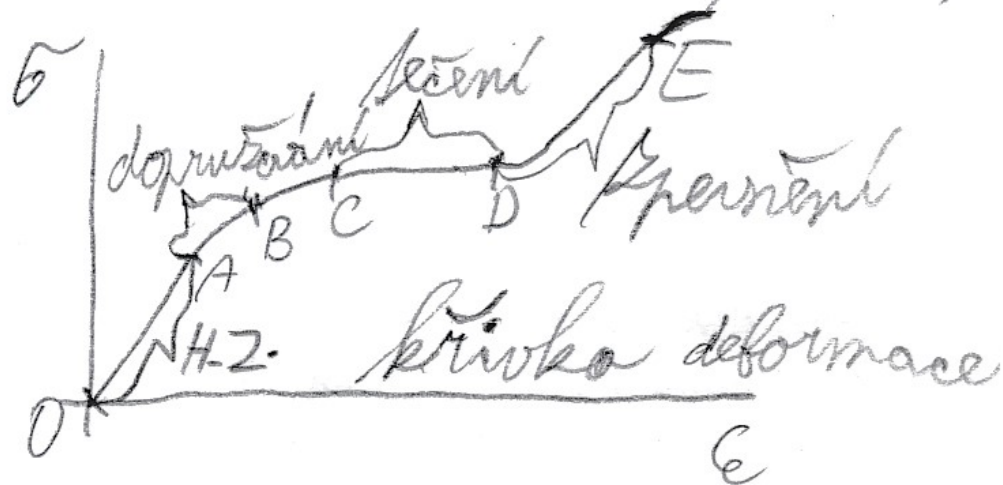
- Smykem



- Kroucením



deformace pružná (elast.)
trvalá (plast.)



A - mez úměrnosti, B - m. pružnosti
C - mez kluzu, E - mez pevnosti



Napětí (σ - sigma)

$$\sigma = \frac{F_p}{S}$$

Kde F_p je velikost síly pružnosti působící KOLMO na plochu příčného řezu o obsahu S .

- σ_U ... mez úměrnosti – po tuto mez je deformace úměrná napětí
- σ_E ... mez pružnosti – největší hodnota normálového napětí, při kterém je deformace ještě pružná
- σ_K ... mez kluzu – jestliže napětí dosáhne meze kluzu, prodloužení roste bez zvyšování napětí
- σ_P ... mez pevnosti – napětí, při němž se materiál přetrhne



Hookeův zákon

- Mezi elastickou deformací a napětím je přímá úměrnost, kterou vyjadřuje Hookeův zákon. Hookeův zákon elasticity se týká sil působících na těleso v tahu a tlaku, resp. v důsledku jejich působení. Platí pouze po mez pružnosti.

Jednotkou modulu pružnosti jsou Pa.

$$\sigma_N = E \cdot \varepsilon$$

Další alternativní způsoby zápisu Hookova zákona:

$$\frac{F}{S} = E \cdot \frac{\Delta l}{l}$$

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S} \rightarrow \text{nejčastější, protože si lze spíše představit, že prodloužení je důsledkem síly}$$

Youngův modul pružnosti (modul pružnosti v tahu) je materiálová konstanta (pro určitý způsob namáhání), kterou můžeme nalézt v matematicko-fyzikálních tabulkách.

Je specifická pro jednotlivé materiály. Vyjadřuje poměr mezi napětím a jím vyvolanou deformací.

Udává se obvykle ve stejných jednotkách jako tlak.

σ_N ... (sigma) normálové napětí nebo napětí v tahu

E ... modul pružnosti v tahu nebo také Youngův modul

$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$... relativní prodloužení nebo deformace

Relativní prodloužení (epsilon)

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Δl ... absolutní prodloužení

l ... původní délka tělesa

Relativní příčné zúžení (éta)

$$\eta = \frac{\Delta d}{d} = \frac{\Delta a}{a}$$

Δd ... změna průměru tělesa

d ... původní průměr tělesa

Poissonův poměr (mý)

$$\mu = \frac{\eta}{\varepsilon}$$

Udává vztah mezi relativním prodloužením a relativním příčným zúžením.



Molekulová fyzika, termika, termodynamika



Česká zemědělská univerzita v Praze

**Technická
fakulta**



7



Molekulová fyzika

Část fyziky, která studuje vlastnosti a chování látek na základě: Jejich vnitřní struktury, neustálého pohybu molekul a vzájemného působení molekul, atomů nebo iontů

- Využívá statistické metody – termodynamická metoda (zkoumá změny stavů dějů a objektů)
- Všechna látky jsou složeny z částic – z atomů, molekul a iontů a prostor, který látka zaujímá, není částicemi zcela vyplněn → mezery mezi částicemi (viz slide 6)



Základní pojmy molekulové fyziky

Atom – nejmenší část hmoty.

- Složen z částic, které tvoří obal (elektrony) a částic, které tvoří jádro (nukleony – protony a neutrony). Počet protonů a elektronů je stejný – proto je atom elektricky neutrální. Většina hmotnosti atomu – jádro.

Molekula - je tvořena skupinou atomů spojených chemickými vazbami.

- Struktura molekuly určuje její fyzikální a chemické vlastnosti.
Fyzikální vlastnosti molekul: např. hustota, teplota tání a varu, tlak

Iont – elektricky nabitá částice (kationty a anionty)

Základem molekulové fyziky je kinetická teorie látek.



Kinetická teorie látek (plynů)

Nejstarší část molekulové fyziky – kinetická teorie plynů – vysvětluje jevy u plynů (tlak, teplota) na základě modelu ideálního plynu.



Následně se vyvinula do kinetické teorie látek.

Základem kinetické teorie látek jsou tři ověřené poznatky:

1. Látka kteréhokoli skupenství se skládá z částic (molekuly, atomy, ionty). Mezi částicemi jsou mezery – Elektronový mikroskop, iontový emisní projektor
2. Částice se v látkách neustále a neuspořádaně pohybují → tepelný pohyb
Tepelný pohyb posuvný, otáčivý a kmitavý.
→ Difúze – pronikání částic jedné látky do částic druhé, přičemž částice se pohybují
→ Brownův pohyb – příčinou jsou nepravidelné nárazy velkého množství molekul na větší částičky (např. výtrusy)
→ Osmóza – difúze přes tzv. polopropustnou membránu.
3. Částice na sebe navzájem působí odpudivými nebo přitažlivými silami. Velikost těchto sil závisí na vzdálenosti mezi částicemi. Původ sil v elektrických silách.



Vzájemné působení částic

- mezi částicemi působí odpudivé a přitažlivé elektrické síly (působí na sebe elektronové obaly a jádra částic)

Důkaz: při stlačování těles cítíme odporovou sílu, naopak při prodlužování cítíme sílu, která zabraňuje dalšímu prodlužování

Skupenství látek:

1. Pevné látky – těleso má určitý tvar a objem V

2. Kapaliny – vyšší energie tepelného pohybu překonává vzájemné přitažlivé síly mezi částicemi, které pak nedrží pevně u sebe. Molekuly si mohou vyměňovat místo a vnější síla způsobuje jejich přesuny, což má za následek, že kapaliny nabývá v silovém poli tvar nádoby, v níž se nachází.

3. Plyny – Následkem toho jsou vzájemné přitažlivé síly mezi částicemi plynu zanedbatelné, částice se volně pohybují, narážejí do sebe a do stěna nádoby, což se projevuje tlakem plynu.

4. Plazma



Veličiny popisující částice a jejich soustavy

Hmotnost částic			
Veličina	Značka	Jednotka	
Klidová hmotnost atomu	m_a	kg	
Klidová hmotnost molekuly	m_m	kg	Je rovna součtu klidových hmotností atomů, které molekulu tvoří.
Atomová hmotnostní konstanta	$m_u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	kg	Veličina vhodná pro udávání hmotností molekul, atomů, iontů a atomových jader. Jedna dvanáctina klidové hmotnosti izotopu uhlíku $^{12}_6\text{C}$
Relativní atomová hmotnost	$A_r = \frac{m_a}{m_u}$	bezrozměrná	Podíl klidové hmotnosti atomu m_a a atomové hmotnostní konstanty m_u . Tabulková hodnota.
Relativní molekulová hmotnost	$M_r = \frac{m_m}{m_u}$	bezrozměrná	Vyjadřuje kolikrát je hmotnost molekuly m_m větší než atomová hmotnostní konstanta m_u .

Soustavy částic – látkové množství, molární veličiny

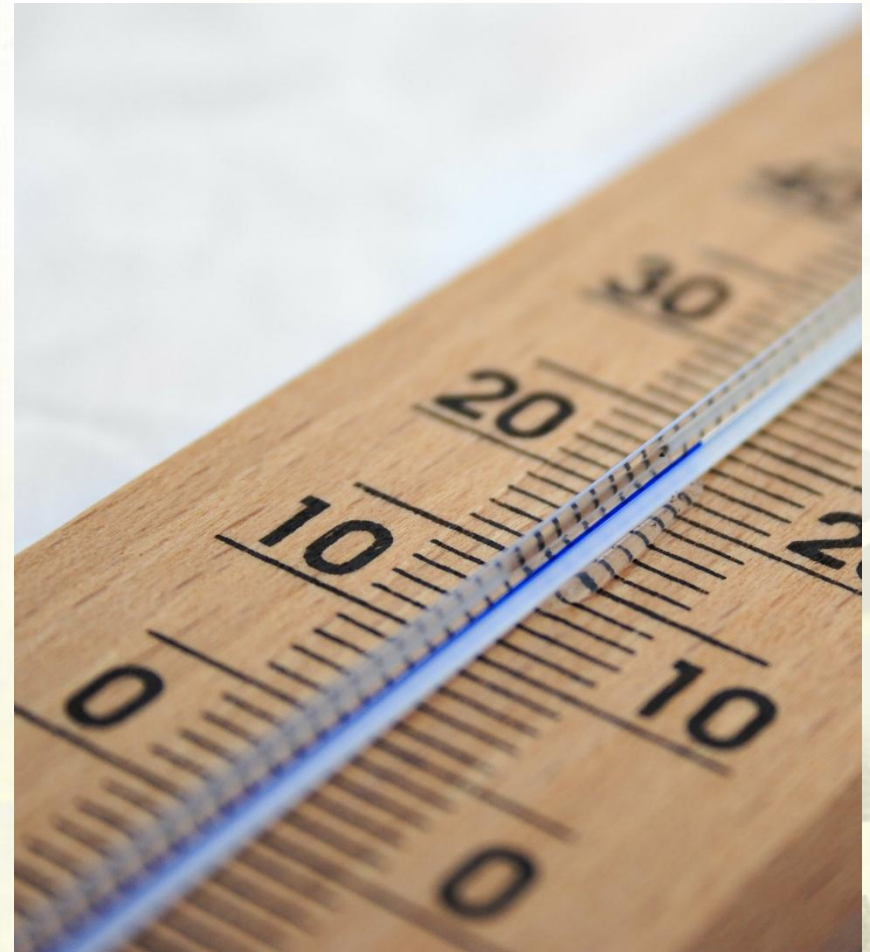
Veličina	Značka	Definice	Jednotka	
Látkové množství	n	$n = \frac{N}{N_A}$ $= \frac{\text{celkový počet částic}}{\text{Avogadrova konstanta}}$ <p>N_A = počet atomů obsažený ve 12 g uhlíku = $6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$</p>	mol	Počet částic v 1 molu.
Molární hmotnost	M_m	$M_m = \frac{m}{n}$	$\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$	Hmotnost 1 molu látky. Vypočítáme také z relativní atomové nebo molekulové hmotnosti.
Molární objem	V_m	$V_m = \frac{V}{n}$	$\text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$	Objem 1 molu látky.

Termika

Termika = nauka o tepelných jevech

Zkoumá tepelné vlastnosti látek:

- roztažnost,
- kapacitu,
- teploty tání, tuhnutí a varu,
- skupenská tepla látek
- děje a procesy spojené s přenosem tepla
- tepelnou výměnu



Teplota

Teplota je jednou ze sedmi základních veličin SI.

- Charakterizuje stav objektu
- Skalární veličina
- Měření teploměrem – plynový, kapalinový, odporový

Aplikace teploty:

- Stav a vlastnosti látek se mění
- S rostoucí teplotou se roztahuje kovová tyčka, roste elektrický odpor drátu, stejně tak roste tlak plynu uzavřeného v nádobě, mění se barva záření, které těleso vysílá.

Souvisí s nultým zákonem termodynamiky.

Celsiova teplotní stupnice – t

- Jednotka – stupeň Celsia [$^{\circ}\text{C}$]
- Určena na základě rovnovážných stavů:

Rovnovážený stav za normálních podmínek p_N pro čistou vodu a led = 0°C Rovnovážený stav za normálních podmínek p_N pro čistou vodu a páru $\doteq 100^{\circ}\text{C}$

Termodynamická teplotní stupnice – T

- Jednotka – Kelvin [K]

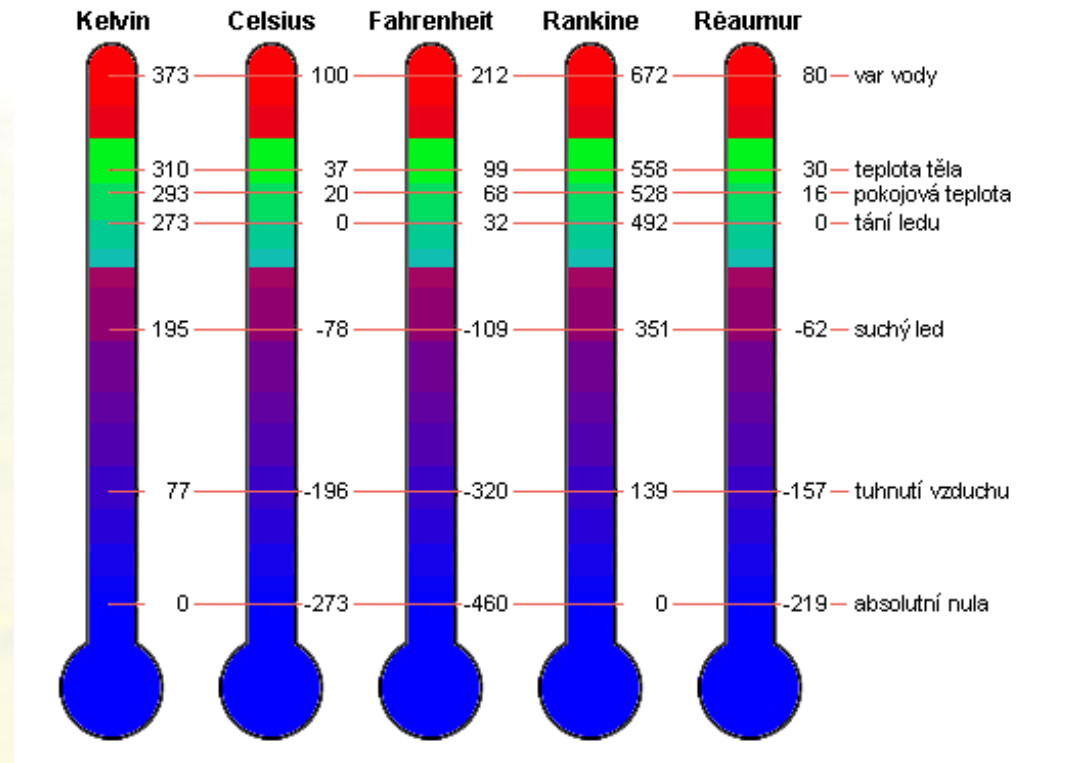
Rovnovážený stav – tzv. trojný bod vody (led, voda, vodní pára) = $273,15\text{ K}$



Další teplotní stupnice

- Fahrenheitova teplotní stupnice
- Rankinova teplotní stupnice
- Réamurova teplotní stupnice

A další, které se však moc nepoužívaly:
např. Newtonova, Romerova

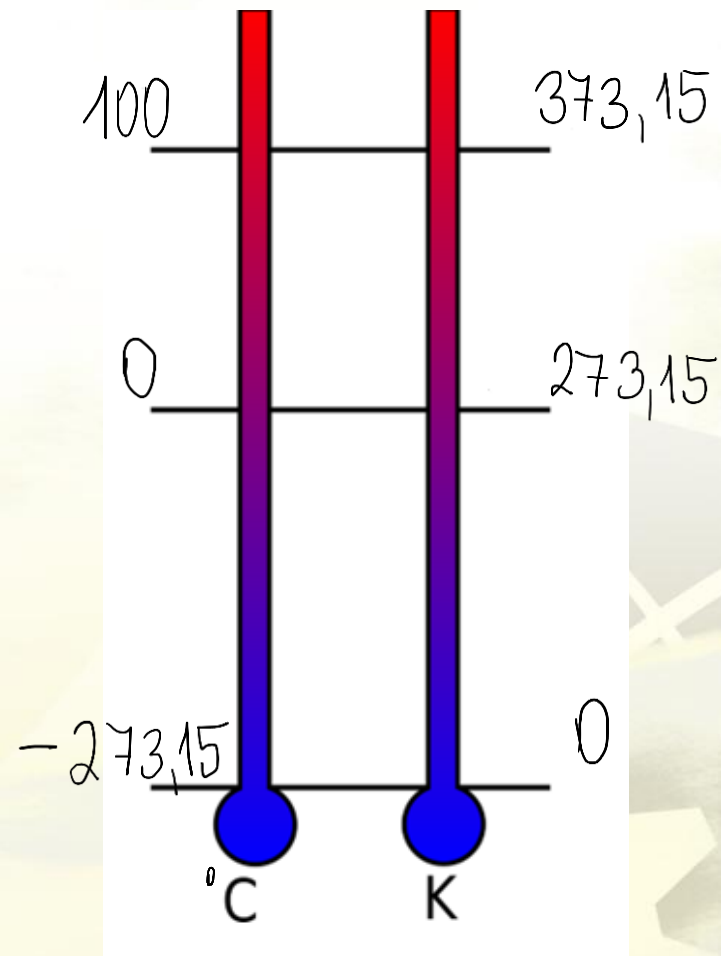


Převodní vztah °C a K

- Vztah mezi teplotou t a termodynamickou teplotou T je definován jako:

$$T = (t + 273,15)K$$

°C	°K
0°C	273,15
1°C	273,15 + 1



- rozdíly teplot v jednotkách Kelvin (K) a Celsius (°C) jsou stejné, protože dílky (tedy velikost jednoho stupně) mají stejnou absolutní hodnotu.

To znamená:

- Zvýšení teploty o 1 °C = zvýšení teploty o 1 K.
- Pokud se teplota zvýší z 20 °C na 30 °C, rozdíl je 10 °C.
- V kelvinech to bude z 293,15 K na 303,15 K – opět rozdíl 10 K.

Rozdíl mezi těmito stupnicemi je jen v počátku (nule)

$$\Delta T[\text{K}] = \Delta t[^\circ\text{C}]$$



Nultý zákon termodynamiky

Nultý zákon termodynamiky:

Je-li každé z těles A i B v tepelné rovnováze se třetím tělesem T, budou v tepelné rovnováze také tělesa A a B navzájem. K očíslování stavů tepelné rovnováhy stačí jediný spojitě proměnný parametr — teplota.

Tepelná rovnováha – tělesa v tepelném kontaktu mající tutéž teplotu.



Tepelná výměna a tepelný kontakt

= fyzikální děj, při kterém se pohybující částice teplejšího tělesa narážejí na částice studenějšího tělesa a předávají jim část své energie

- v případě, že se tělesa nedotýkají, přenos energie z tělesa teplejšího na studenější se děje prostřednictvím tepelného záření

Tepelný kontakt – interakce mezi dvěma soustavami, při které může docházet k tepelné výměně.



Teplo - Q

- Skalární veličina
- Jednotka – Joule
- Teplo je určeno energií, která je přenesená mezi termodynamickou soustavou a okolím nebo mezi dvěma termodyn. soustavami při tepelné výměně

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta t = c \cdot m \cdot \Delta T$$

- Termodyn. soustava – skupina fyzikálních objektů, jejichž stav a změny zkoumá termika a termodynamika.
- Teplo bereme jako kladné – když je dodáno do soustavy z okolí.
- Teplo je záporné, jestliže přešlo ze soustavy do jejího okolí.



Tepelná kapacita C

- Konstanta úměrnosti mezi množstvím tepla Q dodaného tělesu (odevzdaného tělesem) a tím způsobenou změnou jeho teploty
- = tepelná kapacita je číselně rovna teplu, které je potřebné k ohřátí tělesa o jeden kelvin
- Jednotka – $J.K^{-1}$

$$C = \frac{Q}{\Delta t}$$



Měrná tepelná kapacita c

- Tepelná kapacita vztažená na jednotku hmotnosti
- Jednotka – $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

$$c = \frac{Q}{\Delta t \cdot m}$$



Změna skupenství látek

- Mezi změny skupenství látek patří: tání, tuhnutí, vypařování, kondenzace, sublimace a desublimace
- Teplota t_t , při níž krystalická látka za daného tlaku taje, se nazývá teplota tání
- Teplo, které přijme pevné těleso, zahřáté na teplotu tání, aby se změnilo na kapalinu téže teploty, se nazývá skupenské teplo tání $Q_{tání} (Lt)$.
- Měrné skupenské teplo tání je definováno jako: $l_t = \frac{Q_{tání}}{m}$ [J.kg⁻¹]
- Aby se kapalina dané hmotnosti m a dané teploty t přeměnila v páru stejné teploty, musí kapalina přijmout teplo $Q_{vypařování} (Lv)$, které nazýváme skupenské teplo vypařování
- Měrné skupenské teplo vypařování je definováno jako: $l_v = \frac{Q_{vypařování}}{m}$ [J.kg⁻¹]



Termodynamika



Česká zemědělská univerzita v Praze

**Technická
fakulta**



25



Základní pojmy

- *Termodynamika* studuje vlastnosti látek, umožňuje nám popsat jak teplota, tlak a složení ovlivňují rovnováhu

Původ ze slov Thermos – teplo a Dynamic - změna

- *Tepelný pohyb* – neuspořádaný pohyb částic
- Stav – určen stavovými veličinami (p , V , T , U)
- *Stavová veličina* – soubor určitého počtu fyzikálních veličin popisujících stav soustavy (teplota, objem, tlak plynu, hustota, měrný elektrický odpor)
- *Termodynamická soustava* – skupina fyzikálních objektů, jejichž stav a změny zkoumá termika a termodynamika
 - Izolovaná – soustava, u níž nedochází k výměně energie ani částic s okolím, děje mohou probíhat pouze mezi tělesy tvořícími soustavu
 - Uzavřená – soustava, u níž dochází k výměně energie, ale ne částic
 - Otevřená – soustava, u níž dochází k výměně energie i částic s okolím.



- *Rovnovážný stav* – pokud soustava není ovlivňována okolními tělesy, přejde po určité době do rovnovážného stavu, stavové veličiny se nemění
- *Termodynamický děj* – každá změna stavu soustavy, stavové veličiny se mění (nemusí všechny)
- *Rovnovážný děj* – termodynamický děj, který probíhá velmi pomalu, lze považovat za spojitou řadu rovnovážných dějů
- *Vratný děj* – děj, který v dané soustavě proběhne jedním směrem a pak směrem opačným, přičemž se soustava i okolní tělesa vrátí do původního stavu
- *Nevratný děj* – nejsou vratné. Např. propíchnutý balonek s heliem, plyn uteče z balonku, rozptýlí se po místnosti a jednotlivé atomy balonku už nejsou schopny se znovu shluknout a vrátit zpět do balonku. Anebo když držíme horký hrneček kávy, teplo přechází z hrnečku do rukou. Nikdy naopak.



Stavové a termodynamické funkce

= vyjadřují změnu stavu soustavy

Měřitelné stavové funkce:

- Tlak p [Pa]
- Teplota T [K]
- Objem V [m³]

= lze měřit pouze jejich změny, ne absolutní hodnotu!!!

- Např. nevíme, který bod je nulový, ale víme o kolik se energie změnila při ohřevu, expanzi apod.
- Vnitřní energie U [J]
- Entalpie H [J, J.kg⁻¹, J.mol⁻¹]
- Entropie S [J.K⁻¹, J.mol⁻¹.K⁻¹]



Vnitřní energie U

- Energie termodynamické soustavy, která je jako celek v klidu
- Stavová veličina s jednotkou Joule
- Závisí na počátečním a konečném stavu soustavy
- Jestliže látka mění skupenství (var, kondenzace), a když reaguje s jinou látkou a vytváří se látka nová, může se uvolňovat nebo absorbovat velké množství energie (ve formě W nebo Q , nebo obojího)
- K těmto tepelným efektům dochází proto, že se během změny skupenství nebo při chem. reakcích mění vnitřní energie látek.
- Definována dle kinetické teorie látek jako součet $U = E_k + E_p$
 - kinetické energie neuspořádaného pohybu částic (pohyb, rotace, kmitání),
 - potenciální energie vzájemných silových působení mezi částicemi (např. přitažlivé síly mezi molekulami).



Změna vnitřní energie ΔU

- Z 1. termodynamické věty, která nám říká, že teplo dodané soustavě se částečně uloží jako vnitřní energie ΔU a částečně se použije na práci W , kterou soustava vykoná vyplývá:

$$Q = \Delta U + W \rightarrow \Delta U = Q - W$$

Kde:

Q – teplo dodané soustavě (J),

W – práce vykonaná soustavou (J),

To vše při určitém termodynamickém ději.

Pozor na znaménka:

$Q > 0$ – teplo dodané do soustavy,

$W > 0$ – práce vykonaná soustavou (např. rozpínáním plynu)

- U ideálního plynu – vnitřní energie závisí pouze na teplotě
- Pro jeden mol ideálního plynu: $\Delta U = C_V \cdot \Delta T$
- Pro n molů: $\Delta U = n \cdot C_V \cdot \Delta T$
- C_V – molární tepelná kapacita při konstantním objemu (J/mol·K),
- ΔT – změna teploty (v kelvinech).



Změna vnitřní energie vztažená na termodynamické děje

Děj izotermický $\rightarrow \Delta U = 0$

- Teplota se nemění, takže vnitřní energie se nemění.
- Všechno dodané teplo se přemění na práci plynu (rozpínání), ale vnitřní energie zůstává stejná.

Příklad: pomalé zahřívání plynu s možností rozpínání \rightarrow teplota se udržuje např. stykem s vodní lázní.

Děj izochorický $\rightarrow \Delta U = Q$

- Žádná práce se nekoná.
- Celé dodané teplo se mění na vnitřní energii.

Příklad: ohřívání plynu v uzavřené pevné nádobě (např. sprej v ohni = **nebezpečné!**).

Děj izobarický $\rightarrow \Delta U = Q - p \cdot \Delta V$

- Plyn se rozpíná či stlačuje a tím koná práci $W=p\Delta V$.
- Část tepla zvýší vnitřní energii a část jde na rozpínání plynu (= práce).

Příklad: ohřívání plynu v pístovém válci – objem se zvětšuje, píst se zvedá.

Děj adiabatický $\rightarrow \Delta U = -W$

- Žádné teplo není dodáno.
- Vnitřní energie se snižuje, pokud plyn koná práci (rozpínání).
- Vnitřní energie se zvyšuje, pokud okolí koná práci na plynu (stlačování)

Příklad: rychlé stlačení vzduchu v pumpičce – bez výměny tepla \rightarrow vzduch se zahřívá.



Entalpie H

- Souvisí s prvním zákonem termodynamiky
- Stavová veličina \rightarrow změna entalpie závisí pouze na počátečním a konečném stavu – což je stav termodynamické soustavy
- Vyjadřuje tepelnou energii uloženou v termodynamickém systému = Obsah tepla při konstantním tlaku
- Změna entalpie $\Delta H = H_2 - H_1$



Entropie S

- Souvisí s 2. zákonem termodynamiky
- Vyjadřuje míru neuspořádanosti systému, neboli míru pravděpodobnosti, že se termodynamická soustava nachází v daném stavu.
- Stavová veličina \rightarrow změna entropie závisí pouze na počátečním a konečném stavu – což je stav termodynamické soustavy
- Entropii nelze definovat přímo, definuje se pouze změna entropie ΔS



Ideální plyn

= plyn dokonale
stlačitelný, dokonale
tekutý

Platí stavová rovnice
ideálního plynu:

$$\frac{p \cdot V}{T} = \textit{konst.}$$

a) Pro dva stavy (při stálé hmotnosti plynu)

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

b) Pro jeden mol:

$$p \cdot V = R_m \cdot T$$

$$R_m = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

c) Pro n molů:

$$p \cdot V = n \cdot R_m \cdot T$$

d) Pro N molekul:

$$p \cdot V = N \cdot k \cdot T$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

e) Pro m kilogramů:

$$p \cdot V = \frac{m}{M_m} R_m T$$

f) Pro směs chemicky nereagujících plynů

$$p \cdot V = \left(\frac{m_1}{M_{m1}} + \frac{m_2}{M_2} \right) R_m T$$



Rozdělení termodynamických dějů

- **Izotermický** – nemění se teplota $T = \text{konst.}$

Thermos = teplota

$p \cdot V = \text{konst.}$ → Boyleův – Mariottův zákon, práce se koná, nemění se vnitřní energie, ta je závislá na T .

- **Izochorický** – nemění se objem $V = \text{konst.}$

Choros – místo něčím zaujímavé

$\frac{p}{T} = \text{konst.}$ → Charlesův zákon, žádná práce (objem se nemění) a všechny změny jdou do změny teploty.

- **Izobarický** – nemění se tlak plynu $p = \text{konst.}$

Barys – těžký

$\frac{V}{T} = \text{konst.}$ → Gay-Lussacův zákon, plyn koná práci, vnitřní energie a teplo se mění.

- **Adiabatický** – nedochází k tepelné výměně s okolím $Q = 0$, plyn koná práci na úkor vnitřní energie
 $W' = -\Delta U$

Probíhá, když je soustava velmi dobře izolována, nebo když děj probíhá tak rychle, že tepelná výměna nestačí proběhnout – např. expanze plynu do vakua.

$p \cdot V^\kappa = \text{konst.}$ → Poissonův zákon



Kalorimetrická rovnice

$$\begin{aligned}Q_1 &= Q_2 \\m_1c_1 \cdot \Delta t &= m_2c_2 \cdot \Delta t \\m_1c_1 \cdot (t - t_1) &= m_2c_2 \cdot (t_2 - t)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}m_1c_1 \cdot \Delta t &= m_2c_2 \cdot \Delta t + C_k \Delta t \\m_1c_1 \cdot (t - t_1) &= m_2c_2 \cdot (t_2 - t) + C_k \cdot (t - t_2)\end{aligned}$$

Kalorimetrická rovnice je fyzikální vyjádření zákona zachování tepelné energie v tepelně izolované soustavě, která si nevyměňuje teplo s okolím (např. kalorimetr).
= popisuje tepelnou výměnu těles, kdy dodávané teplo se musí rovnat přijatému.

t_1 =teplota chladnějšího tělesa

t_2 =teplota teplejšího tělesa

t =výsledná po ustálení tepelné výměny

Teplotní délková roztažnost

= délka předmětu po změně teploty

$$l = l_0 + \Delta l = l_0 \cdot (1 + \alpha \Delta t)$$

$$\Delta t = t - t_0$$



– Prodloužení předmětu tedy bude:

$$\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

Prodloužení je přímo úměrné počáteční délce a přírůstku její teploty.

α je konstanta úměrnosti, teplotní součinitel délkové roztažnosti



Příklady

Deformace



Příklad 1

Zjistěte, zda se železný drát o průměru 2 mm přetrhne, pokud je napínán silou o 1 kN.
Mez pružnosti $\sigma_E = 315 \text{ MPa}$.

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

$$\sigma = \frac{F}{\pi \cdot r^2}$$

$$\sigma = \frac{1000}{\pi \cdot (1 \cdot 10^{-3})^2}$$

$$\sigma = 318,5 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 318,5 \text{ MPa}$$

$$\sigma > \sigma_E$$

$318,5 \text{ MPa} > 315 \text{ MPa} \rightarrow$ ano, drát se přetrhne



Příklad 2

Vypočítejte relativní prodloužení lana o původní délce 10 m, když se při deformaci prodlouží o 40 mm.

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

$$\varepsilon = \frac{0,04}{10}$$

$$\varepsilon = 0,004 \cdot 100 = 0,4\%$$



Příklad 3

Jak velkou silou je napjatá struna kytary dlouhá 0,65 m a průřezu 0,325 mm², jestliže se při napínání prodloužila o 5 mm? $E=220$ GPa.

Jak zjistím, že mám použít Hookeův zákon:

- těleso se prodlouží nebo zkrátí, ale vrací se do původního tvaru.
- Mám k dispozici či chci zjistit: E , l , Δl , S , F , nebo σ

Zde hledám F :

$$\sigma_N = E \cdot \varepsilon$$

$$\frac{F}{S} = E \cdot \frac{\Delta l}{l}$$

$$F = S \cdot E \cdot \frac{\Delta l}{l}$$

$$F = 0,325 \cdot 10^{-6} \cdot 220 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,005}{0,65} = 550 \text{ N}$$



Příklad 4

Mez úměrnosti ocele je 310 MPa. Určete, o kolik procent se při tomto zatížení ocel natáhne. Youngův modul pružnosti $E=2,2 \cdot 10^{11}$ Pa.

$$\sigma_N = E \cdot \varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{3,1 \cdot 10^8}{2,2 \cdot 10^{11}} = 1,4 \cdot 10^{-3} = 0,0014 = 0,14 \%$$



Příklad 5

Gumička o čtvercovém průřezu 2x2 mm se prodlouží po zavěšení 100 g závaží přibližně o čtvrtinu své délky. Určete její modul pružnosti v tahu. Relativní prodloužení je $\varepsilon=0,25$.

$$\sigma_N = E \cdot \varepsilon$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\frac{F}{S}}{\varepsilon} = \frac{F}{S \cdot \varepsilon} = \frac{m \cdot g}{a^2 \cdot \varepsilon}$$

$$E = \frac{m \cdot g}{a^2 \cdot \varepsilon} = \frac{0,19,81}{(2 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 0,25} = 1 \cdot 10^6 = 1 \text{ MPa}$$



Příklady

Termika a termodynamika



Příklad 6

Vyjádřete teploty:

- a) $120\text{ }^{\circ}\text{C}$; $1150\text{ }^{\circ}\text{C}$; $-132,25\text{ }^{\circ}\text{C}$ v kelvinech
- b) 330 K ; 1237 K ; $32,23\text{ K}$ ve $^{\circ}\text{C}$.

Vyjádřené teploty:

- a) $393,15\text{ K}$; $1423,15\text{ K}$; $140,9\text{ K}$
- b) 57°C ; 964°C ; $-240,92^{\circ}\text{C}$



Příklad 7

Jaké množství tepla dodá 85 litrů horké vody o teplotě 44 °C vaně a okolí, jestliže zteplá na 55 °C?

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta t$$

$$Q = c \cdot m \cdot (t_2 - t_1)$$

$$Q = 4180 \cdot 85 \cdot (55 - 44)$$

$$Q = 3,9 \text{ MJ}$$



Příklad 8

Určete hmotnost vařící vody, kterou je třeba přilít do vody o hmotnosti 5 kg a teplotě 9°C, aby výsledná teplota byla 30°C. Předpokládáme, že tepelná výměna nastala mezi teplejší a studenější vodou.

Teplo, které odevzdá vařící voda, se rovná teplu, které přijme studenější voda, platí proto kalorimetrická rovnice.

$$\begin{aligned}Q_2 &= Q_1 \\m_2 \cdot c(t_2 - t) &= m_1 \cdot c(t - t_1) \\m_2 &= \frac{t - t_1}{t_2 - t} \cdot m_1\end{aligned}$$

$$m_2 = \frac{30 - 9}{100 - 30} \cdot 5 = 1,5 \text{ kg}$$



Příklad 9

Jakou tepelnou kapacitu má železné závaží o hmotnosti 5 kg? Měrná tepelná kapacita železa je $452 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

Pro tepelnou kapacitu C tělesa o hmotnosti m a měrné tepelné kapacitě c platí:

$$C = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{c.m.\Delta t}{\Delta t} = c.m$$

$$C = c.m = 452.5 = 2,26.10^3 \text{ J.K}^{-1} \\ = 2,26 \text{ kJ.K}^{-1}$$



Příklad 10

Měděný váleček o hmotnosti 0,5 kg je zahřátý na 150 °C a vhozen do vody o hmotnosti 1 kg a teplotě 20 °C. Jaká bude výsledná teplota směsi, pokud neuvažujeme ztráty tepla?

Hmotnost válečku:	$m_{Cu}=0,5\text{kg}$
Měrná tepelná kapacita:	$c_{Cu}=385 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
Hmotnost vody:	$m_{Voda}=1 \text{ kg}$
Měrná tepelná kapacita:	$c_{Voda}=4180 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
Teplota válečku:	$t_1=150^\circ\text{C}$
Teplota vody:	$t_2=20^\circ\text{C}$
Výsledná teplota:	$t=?$

Tepelná rovnováha: Měď chladne – teplo odevzdává; Voda se ohřívá – teplo přijímá

$$Q_{Cu} = Q_{Voda}$$

$$m_{Cu}c_{Cu} \cdot \Delta t = m_{Voda} \cdot c_{Voda} \Delta t$$

$$m_{Cu}c_{Cu}(t_1 - t) = m_{Voda}c_{Voda}(t - t_2)$$

$$0,5 \cdot 385 \cdot (150 - t) = 1 \cdot 4180 \cdot (t - 20)$$

$$192,5 \cdot (150 - t) = 4180 \cdot (t - 20)$$

$$28875 - 192,5t = 4180t - 83600$$

$$112475 = 4372,5t$$

$$t = 25,7^\circ\text{C}$$



Příklad 11

Ideální plyn (molární hmotnost $28 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$) o hmotnosti $0,1 \text{ kg}$ se ohřeje z 300 K na 400 K .
Molární tepelná kapacita při konstantním objemu: $C_V = 20 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

1. Převod molární hmotnosti do $\text{kg}\cdot\text{mol}^{-1}$:

Plyn má molární hmotnost $M_m = 28 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1} = 0,028 \text{ kg}\cdot\text{mol}^{-1}$

2. Výpočet látkového množství (počet molů):

$$n = \frac{m}{M_m}$$
$$n = \frac{0,1}{0,028} = 3,57 \text{ mol}$$

3. Výpočet změny teploty:

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 400 - 300 = 100 \text{ K}$$

4. Výpočet změny vnitřní energie:

$$\Delta U = n \cdot C_V \cdot \Delta T$$
$$\Delta U = 3,57 \cdot 20 \cdot 100$$
$$\Delta U = 7143 \text{ J}$$



Příklad 12

Zjistěte kolik molekul obsahuje 1 cm³ libovolného plynu za normálních podmínek. Normální podmínky značí atmosférický tlak a 0 °C.

$V=1 \text{ cm}^3=10^{-6}\text{m}^3$; $p=101,3\cdot 10^3 \text{ Pa}$; $T=273,15 \text{ K}$; $k = 1,38\cdot 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$ Boltzmannova konstanta

$$p \cdot V = N \cdot k \cdot T$$
$$N = \frac{p \cdot V}{k \cdot T}$$
$$N = \frac{101,3 \cdot 10^3 \cdot 10^{-6}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273,15} = 2,69 \cdot 10^{19}$$

Jeden cm³ libovolného plynu za normálních podmínek obsahuje $N_L = 2,7 \cdot 10^{19}$ molekul. Je to Loschmidtovo číslo.



Příklad 13

V nádobě s vnitřním objemem $8,3 \text{ m}^3$ je vodík H_2 s hmotností 200 g a teplotou 27°C . Určete jeho tlak.

Objem nádoby: $V = 8,3 \text{ m}^3$

Hmotnost vodíku: $m = 200 \text{ g} = 0,2 \text{ kg}$

Teplota: $t = 27^\circ\text{C} \rightarrow T = (27 + 273,15)\text{K} = 300,15 \text{ K}$

Molární hmotnost vodíku: $M_m = 2.1.10^{-3}\text{kg}\cdot\text{mol}^{-1}$

Plynová konstanta: $R_m = 8,314 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$

$$p \cdot V = \frac{m}{M_m} \cdot R \cdot T$$

$$p = \frac{m \cdot R \cdot T}{V \cdot M_m}$$

$$p = \frac{0,2 \cdot 8,314 \cdot 300,15}{8,3 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}$$

$$p = 30065,63 \text{ Pa}$$



Příklad 14

Určete hmotnost chloru Cl_2 o objemu 3 litry při tlaku 98,6 MPa a při teplotě 22 °C?

Molární hmotnost chloru: $M_m = 2.35,453 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$

Plynová konstanta: $R_m = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$p \cdot V = \frac{m}{M_m} \cdot R \cdot T$$

$$m = \frac{p \cdot V \cdot M_m}{R \cdot T}$$

$$m = \frac{98,6 \cdot 10^6 \cdot 0,003 \cdot (2.35,453 \cdot 10^{-3})}{8,314 \cdot 295,15}$$

$$m = 8,55 \text{ kg}$$



Příklad 15

Při normálním tlaku 101 325 Pa a teplotě 0 °C je objem vzduchu 8 l. Určete jeho objem při teplotě 20 °C a tlaku 100 000 Pa.

Počáteční stav (1):

Tlak $p_1=101325$ Pa

Teplota $t_1=0^\circ\text{C} \rightarrow T_1=273,15$ K

Objem $V_1=8$ l

Konečný stav (2):

Tlak $p_2=100000$ Pa

Teplota $t_2=20^\circ\text{C} \rightarrow T_2=293,15$ K

Hledáme: $V_2=?$

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$$V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_2}{T_1 \cdot p_2}$$

$$V_2 = \frac{101325 \cdot 8 \cdot 293,15}{273,15 \cdot 100000} = 8,7 \text{ litru}$$

Vzduch se rozpíná a zvětší svůj objem.



Příklad 16

Ocelová tyč má tepelnou kapacitu $C=1,5 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$. Jak se změní její teplota, pokud přijme teplo $Q_1=25 \cdot 10^3 \text{ J}$ a pokud předá teplo $Q_2=0,45 \cdot 10^6 \text{ J}$.

$$C = \frac{Q}{\Delta t}$$
$$\Delta t_1 = \frac{Q_1}{C} = \frac{25 \cdot 10^3}{1,5 \cdot 10^3} = 16,67 \text{ K}$$

$$\Delta t_2 = \frac{Q_2}{C} = \frac{0,45 \cdot 10^6}{1,5 \cdot 10^3} = 300 \text{ K}$$



Příklad 17

1000 J tepelné energie proudí do soustavy. Ve stejné době je soustavou vykonána práce 400 J. Jaká je změna vnitřní energie soustavy ΔU ?

$$\Delta U = Q - W$$

$$\Delta U = 1000 - 400$$

$$\Delta U = 600 \text{ J}$$



Příklad 18

Auto o hmotnosti 2 t pohybující se po vodorovné silnici rychlostí $36 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ náhle zabrzdí. Vypočítejte, jak se změní po zastavení vnitřní energie auta a silnice.

Pohybující se auto má kinetickou energii $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$, která se po zastavení změní ve vnitřní energii.

Hledaný přírůstek energie je poté definován jako:

$$\Delta U = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} 2000 \cdot 10^2 = 10^5 \text{ J}$$

