

Magnetismus

Síla přitažlivosti či odporu, která působí na dálku.

Magnety

Magnetické pole existuje v okolí trvalých a dočasných magnetů:

- Trvalé neboli permanentní magnety - mají trvalé magnetické pole. Pro jeho vytvoření není zapotřebí vnějších vlivů. Jde o některé přirozeně se vyskytující sloučeniny v podobě kamenů. Trvalé magnety je možné i uměle vyrobit.
- Dočasný magnet je např. vodič, kterým prochází elektrický proud neboli elektromagnet.
- Příčinou magnetického pole v okolí vodiče je pohybující se elektrický náboj.

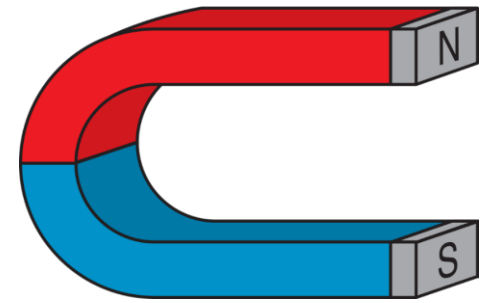
Dělení magnetického pole - viz Maxwellovy rovnice

Maxwellovy rovnice ukazují, jak jsou elektrická a magnetická pole propojena a jak se vzájemně ovlivňují a vztahují se jak ke stacionárnímu, tak i k nestacionárnímu poli:

1. Stacionární – pokud se magnet nebo vodič s proudem nepohybují, pole je tedy stacionární. Nemění se s časem.
2. Nestacionární – proměnné magnetické pole, mění se s časem

Stacionární magnetické pole

Magnetické pole

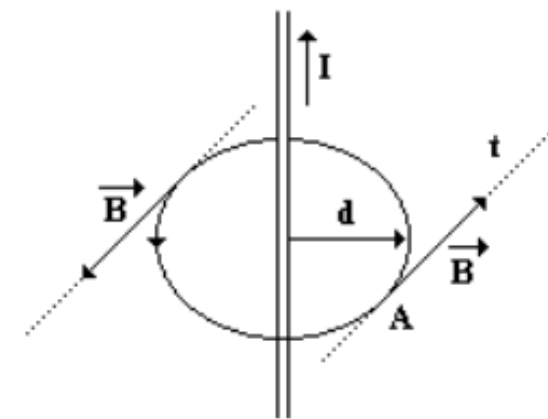
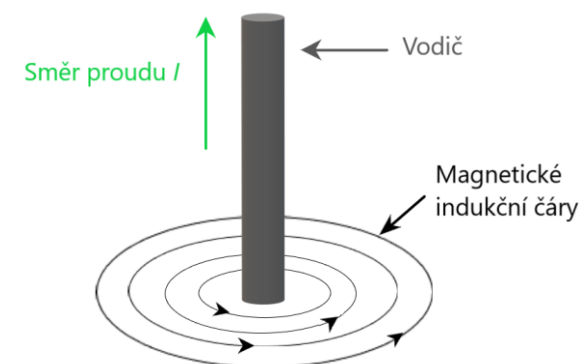
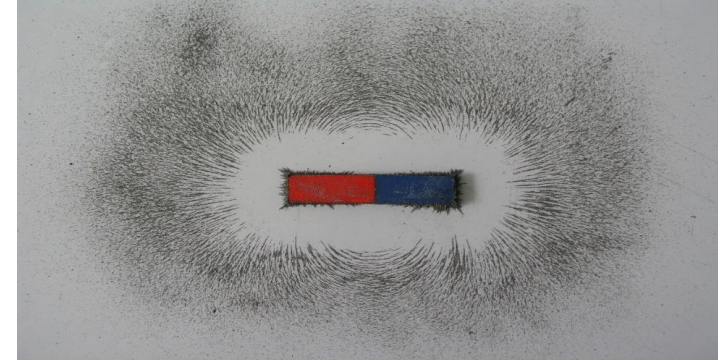


- vytvářeno pohybujícími se elektrickými náboji
- naopak magnetické pole uvádí do pohybu elektrické náboje.
- vždy dipólové → mají severní pól (N – North) a jižní pól (S – South)
 - Názvy pólů magnetů mají původ podle směrů, který ukazují, za předpokladu, že jsou volně otočné.
 - Severní pól míří k severu, jižní k jihu. Když byly objeveny magnetické póly Země, vyplývalo z přitahování opačných pólů zjištění, že na severu musí být jižní magnetický pól a na jihu severní magnetický pól.
- Magnety se k sobě přitahují, když jsou k sobě obráceny nesouhlasnými póly
- Magnety se odpuzují, jestliže jsou k sobě přivráceny souhlasnými póly
- Znázorněno magnetickými indukčními čarami

Použití: Kompas – přístroj sloužící k určení severního pólu. Tvoří ho střelka (což je magnetka, otáčející se kolem svislé osy), úhlová stupnice a směrová růžice.

Magnetické indukční čáry

- Magnetické indukční čáry znázorňují magnetické pole okolo magnetu.
- Vždy uzavřeny a vždy procházející magnetem
- Jejich hustota určuje sílu magnetického pole.
- Indukční čáry směřují od severního k jižnímu magnetickému pólu magnetu.
- Orientaci čar určujeme Ampérovým pravidlem pravé ruky
- Pro zobrazení indukčních čar se používá železný prach



Magnetická síla F_m (Ampérova)

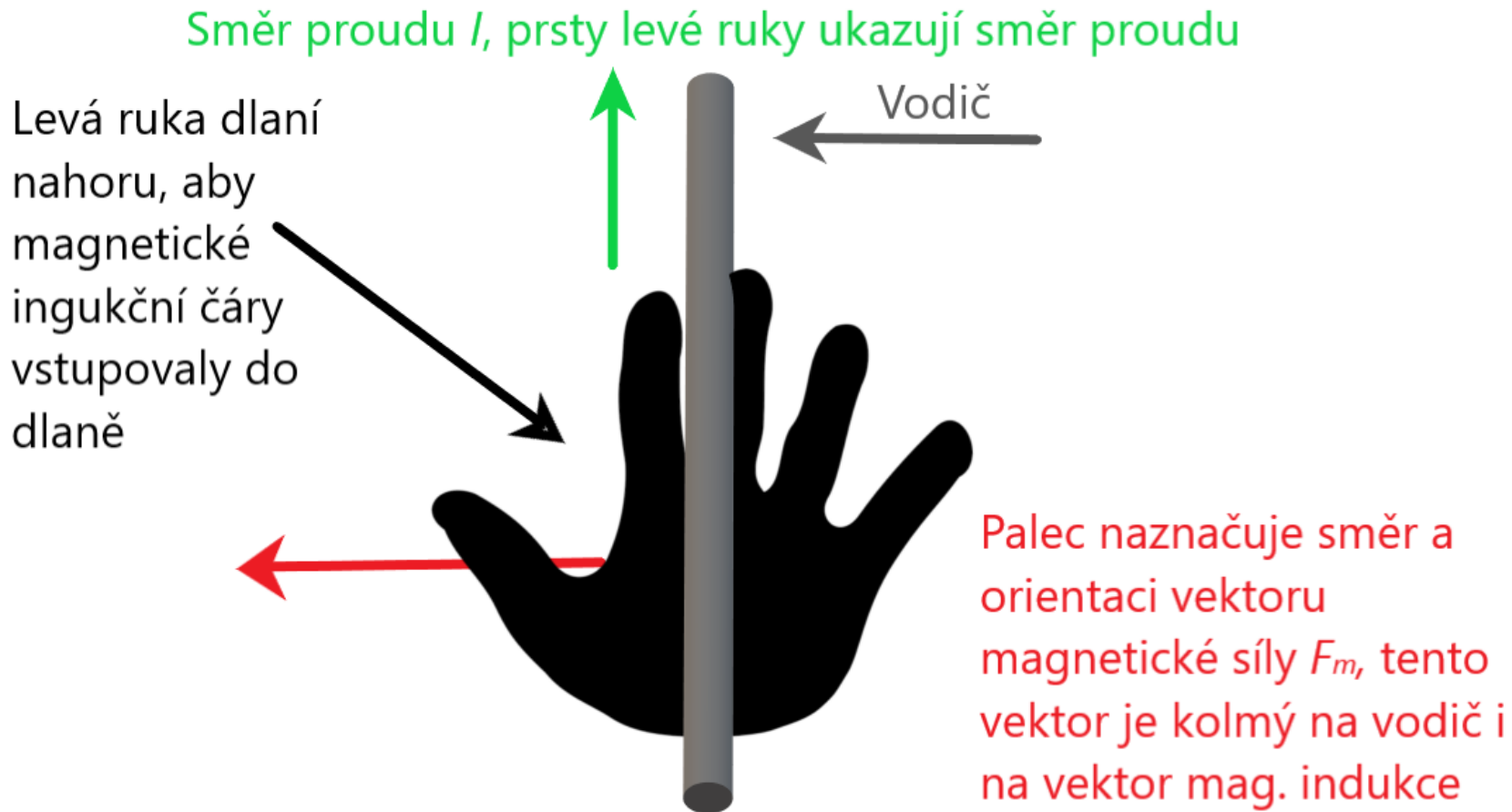
- Nachází-li se v magnetickém poli vodič, kterým protéká proud, působí na něj magnetická síla F_m

$$F_m = B \cdot I \cdot l \text{ nebo také } F_m = I \cdot B \cdot l$$

- Svírá-li vodič s proudem I o délce l se směrem vektoru \vec{B} (konstanta úměrnosti = magnetická indukce) úhel α , pak velikost magnetické síly bude:

$F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin \alpha$, kde směr síly F určíme Flemingovým pravidlem levé ruky.

Flemingovo pravidlo levé ruky



Magnetická indukce B

- Vektorová fyzikální veličina
- Charakterizuje magnetické pole a vyjadřuje silové účinky
- Jednotka Tesla = $\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{A}^{-1} = \text{N}\cdot\text{A}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$

$$\mathbf{B} = \frac{F}{I \cdot l \cdot \sin \alpha} \text{ (vyjádřeno z magnetické síly)}$$

F ... velikost magnetické síly

I ... proud procházející vodičem

l ... délka vodiče

α ... úhel, který svírá vektor B s vodičem

Další možnosti výpočtu magnetické indukce B

$$\vec{B} = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot a} = \mu \cdot \vec{H} \rightarrow \text{použití – přímý vodič s proudem } I \text{ ve vzdálenosti } a \text{ (} d \text{)}$$

$$H = \frac{I}{2\pi \cdot a} \dots \text{intenzita magnetického pole}$$

μ ... permeabilita prostředí – charakterizuje vlastnosti prostředí

$$\vec{B} = \mu \cdot \frac{I}{2r} \rightarrow \text{použití – střed kruhového závitu o poloměru } r$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \frac{N \cdot I}{l} \rightarrow \text{použití – vnitřek dlouhé válcové cívky s } N \text{ závitů o délce } l$$

- Magnetická indukce pole v okolí trvalých magnetů má velikost řádově 0,001-0,1 T.
- V mezeře mezi póly velkých elektromagnetů až několik jednotek T.
- Magnetická indukce pole Země je přibližně 10^{-5} T.

Pohyb částice s nábojem v magnetickém poli

- Pro magnetickou sílu F_m , působící na částici s el. nábojem Q , pohybující se v mag. poli rychlostí \vec{v} platí obecně:

$$\vec{F} = Q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

- Za předpokladu, že je vektor rychlosti \vec{v} kolmý na vektor \vec{B} , působí na částici magnetická síla o velikosti:

$$F = Q \cdot \vec{v} \cdot \vec{B}$$

- Svírá-li vektor rychlosti \vec{v} s vektorem \vec{B} úhel α , působí na částici magnetická síla o velikosti:

$$F = Q \cdot \vec{v} \cdot \vec{B} \cdot \sin \alpha$$

Náboj Q lze nahradit dle zadání i elementárním nábojem e .

- Vlétne – li částice s nábojem Q do homogenního magnetického pole kolmo k vektoru magnetické indukce B , bude na ní (na částici) kolmo na směr pohybu působit stálá F_m .
- Částice se bude v tomto magnetickém poli pohybovat po kružnici
→ Síla F_m bude tedy působit jako dostředivá síla F_d

$$F_m = Q \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Vlastnosti síly F_m : Je kolmá jak ke směru pohybu (vektoru rychlosti v), tak ke směru magnetické indukce B

Velikost této síly se nemění – je stálá (konstantní), protože v , B a Q jsou konstantní.

Protože síla je stále kolmá k pohybu, nevykonává práci, ale způsobí kruhový pohyb částice.

Lorentzova síla F_L

- Pohybuje – li se částice s nábojem Q v elektromagnetickém poli, působí na tuto částici elektrická síla F_e a magnetická síla F_m zároveň.
- Vektorový součet těchto sil je označován jako Lorentzova síla

$$\mathbf{F}_L = Q \cdot \vec{E} + Q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

Rovnoběžné vodiče s proudem

- Nachází – li se rovnoběžně vedle sebe dva velmi dlouhé tenké vodiče s proudem, působí na sebe navzájem magnetickou silou F_m , která je buď přitažlivá nebo odpuzivá:

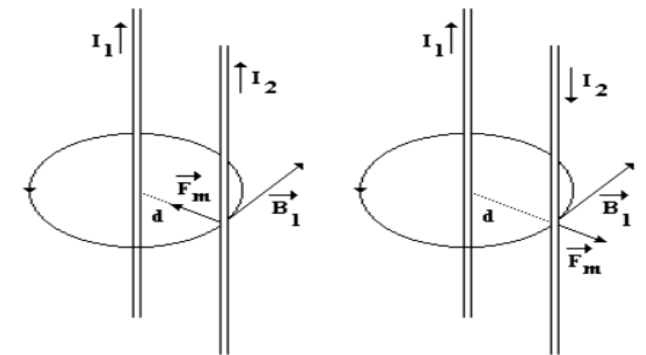
a) Proud protéká stejným směrem → vodiče se přitahují

<https://www.youtube.com/watch?v=KmlgTs3ExV8&t=17s>

b) Proud protéká opačným směrem → vodiče se odpuzují

<https://www.youtube.com/watch?v=oW155lbt9fA&t=19s>

$$F = \frac{\mu \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot l}{2\pi \cdot d}$$



Příklady

Příklad 1

Určete, jak velkou silou působí magnetické pole o magnetické indukci $B=20$ mT na vodič o délce 20 cm, kterým protéká proud 500 mA. Vodič přitom svírá s vektorem \vec{B} úhel 30° .

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin \alpha$$

$$F = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5 \cdot 0,2 \cdot \sin 30^\circ = 0,001 \text{ N} \rightarrow 1 \text{ mN (milinewton)}$$

Příklad 2

Dvěma přímými rovnoběžnými vodiči, které jsou od sebe vzdáleny 2 cm, prochází proudy $I_1=20$ A a $I_2=25$ A. Určete magnetickou sílu, která působí na část každého vodiče o délce 2,5 m za předpokladu, že mají proudy stejný směr.

$$F = \frac{\mu \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot l}{2\pi \cdot d}$$

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20 \cdot 25 \cdot 2,5}{2\pi \cdot 0,02} = 0,0125 \text{ N} \rightarrow 12,5 \text{ mN}$$

Příklad 3

Určete velikost magnetické síly působící na elektron, který vletne rychlostí o velikosti $4 \cdot 10^6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ do homogenního magnetického pole kolmo ke směru indukčních čar. Velikost magnetické indukce pole je $0,2 \text{ T}$, náboj elektronu je $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

$$\mathbf{F} = Q \cdot \vec{v} \cdot \vec{B} \rightarrow$$

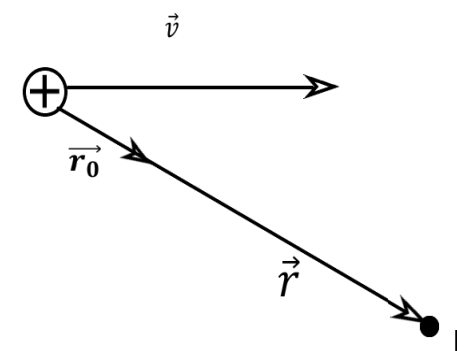
$$\mathbf{F} = e \cdot \vec{v} \cdot \vec{B}$$

$$F = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 0,2 = 1,28 \cdot 10^{-13} \text{ N}$$

Nestacionární magnetické pole

- Pole časově proměnné, vektor magnetické indukce \vec{B} se mění s časem.
- Vytváří jej:
 - a) Pohybující se magnet
 - b) Pohybující se vodič s proudem
 - c) Vodič s časově proměnným proudem
- Důsledkem existence tohoto pole je průchod el. proudu v nějakém sekundárním obvodu

Biotův – Savartův zákon



- Slouží k vyjádření velikosti intenzity magnetického pole H pokud nejde vyjádřit Ampérovým zákonem

Intenzita magnetického pole H , které je buzeno elektrickým proudem ve vodiči, je v daném bodě P dáno tímto zákonem

$$\vec{H} = \frac{Q \cdot (\vec{v} \times \vec{r}_0)}{4\pi \cdot r^2} = d\vec{H} = \frac{I \cdot d\vec{l} \times \vec{r}_0}{4\pi \cdot r^2}$$

- Intenzita magnetického pole H je vektorová veličina
- Jednotka $A \cdot m^{-1}$

$$H = \int_0^H d\vec{H} = \frac{I \cdot (dl \times \vec{r}_0)}{4\pi \cdot r^2} = \frac{I}{2\pi \cdot a}$$

$d\vec{H}$ = diferenciální příspěvek intenzity
délkového elementu dl
 \vec{r}_0 = je jednotkový vektor vektoru \vec{r}
 \vec{r} = je polohový vektor od náboje k bodu P
 dS = vektor diferenciální části plochy
 μ_0 = permeabilita vakua

- Lze vyjádřit i pro výpočet magnetické indukce B , tedy sílu magnetického pole vodiče s proudem.

Zjišťujeme velikost a směr mag. indukce, kterou vodič vytváří v určitém bodě (zde bod P).

Protože každý kus vodiče má jinou vzdálenost od bodu P , musíme vodič rozkouskovat a integrovat.

$$B = \frac{I \cdot \mu_0 \cdot d\vec{S} \times \vec{r}}{4\pi \cdot r^3}$$

Magnetický indukční tok Φ (fí)

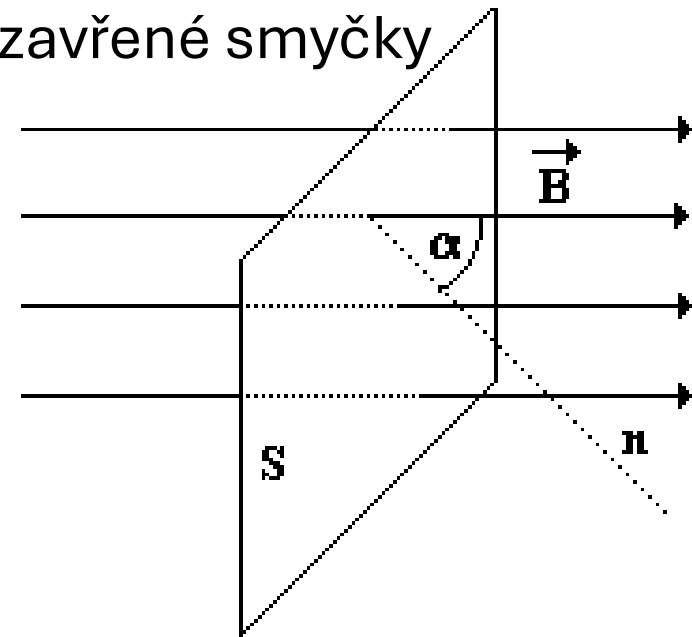
- Vyjadřuje počet indukčních čar procházejících plochou uzavřené smyčky
- Skalární veličina
- Jednotkou je weber – Wb
- V jednotkách SI – $\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1} = \text{T} \cdot \text{m}^2$

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \alpha$$

B ...magnetická indukce

dS ...vektor diferenciální části plochy

Pozor, zde je úhel α definován jako úhel mezi normálou plochy (přímka, kolmá k ploše) a magnetickou indukční čarou.



Intenzita magnetického pole H

- Vektorová veličina, popisující míru silových účinků magnetického pole
- Lze odvodit z B.-S. zákona nebo Ampérova zákona
- Jednotka $A.m^{-1}$

$$\mathbf{H} = \int_0^H d\vec{H} = \frac{I \cdot (d\mathbf{l} \times \vec{r}_0)}{4\pi \cdot r^2} = \frac{I}{2\pi \cdot a}$$

Magnetický moment m

- Vektorová veličina
- charakterizující všechny reálné objekty vytvářející magnetické pole (magnety, atomy, elektrony, apod)
- popisuje schopnost objektu (např. smyčky s proudem, atomu, elektronu) vytvářet magnetické pole,
- určuje, jak silně a v jakém směru bude tento objekt reagovat v cizím magnetickém poli.

$$m = I \cdot S$$

S...obsah plochy ohraničené smyčkou

Ampérův zákon

- Popisuje magnetické pole a jeho vztah k elektrickému proudu → že elektrický proud vytváří magnetické pole

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \cdot I_{\text{celk}} \quad I = H \cdot dl = H \cdot 2\pi \cdot a$$

\oint ...integrál přes křivku
 B ...magnetická indukce
 dl ...délkový element
 I_{celk} ...celkový proud
 μ_0 ...permeabilita vakua
 H ...intenzita magnetického pole

- Oběh vektoru magnetické indukce B podél uzavřené křivky je roven permeabilitě prostředí krát celkový elektrický proud, který touto smyčkou prochází.

$$H = \frac{I}{2\pi \cdot a}$$

- Důsledek pro přímý vodič – kolem dlouhého přímého vodiče s proudem I vzniká kruhové magnetické pole. Velikost B ve vzdálenosti r od vodiče je:

$$\mathbf{B} = \mu \cdot \mathbf{H}$$

Faradayův zákon elektromagnetické indukce

= Faradayův indukční zákon

- Změní – li se magnetický indukční tok ve vodiči za dobu Δt o $\Delta\Phi$, vzniká ve vodiči indukované elektromotorické napětí, jehož střední hodnota je:

$$U_i = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

- Jednotkou je $\text{Wb}\cdot\text{s}^{-1}=\text{V}$
- $\Delta\Phi$ je změna magnetického toku za Δt – tato doba je velmi malá

Vlastní indukce

- Indukované elektrické pole vzniká v uzavřeném vodiči i při změnách magnetického pole, které jsou vyvolané změnami proudu ve vlastním vodiči
→ jev zvaný vlastní indukce
- Prochází-li cívkou proud I , vznikne uvnitř závitů cívky magnetické pole
- Magnetický indukční tok plochou závitů je přímo úměrný proudu.

$$\Phi = L \cdot I$$

- Konstanta L charakterizující tuto vlastnost cívky se nazývá indukčnost.
- Jednotkou indukčnosti je Henry (H)
- Vodič má indukčnost 1 H, jestliže se v něm při změně proudu o 1 A za 1 s indukuje napětí o 1 V.
- V případě cívky se indukčnost L zvyšuje s počtem závitů.
- Jestliže se za dobu Δt změní proud v cívce ΔI , změní se indukční tok cívkou o $\Delta\Phi = L \cdot \Delta I$ a v cívce se indukuje napětí

$$|U_i| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Energie magnetického pole cívky

- Má-li v cívce o indukčnosti L vzniknout proud I , je třeba vykonat práci k překonání elektromotorického napětí indukovaného vlivem vlastní indukce.
- Současně vzniká magnetické pole cívky
- Jeho energie je rovna vykonané práci

$$E_m = \frac{1}{2} \Phi \cdot I = \frac{1}{2} L \cdot I^2$$

Platí pouze, pokud cívka NEMÁ feromagnetické jádro.

Moment síly působící na obdélníkovou smyčku v mag. poli

- Když vložíme proudovou smyčku do magnetického pole, začne na ni působit točivý moment, který má snahu smyčku otočit tak, aby rovina smyčky byla kolmá k magnetickým indukčním čarám (tedy aby plošný vektor S byl rovnoběžný s B)

$$M_o = \frac{2F \cdot a}{2} = \frac{2 \cdot B \cdot I \cdot l \cdot a}{2} = B \cdot I \cdot l \cdot a = n \cdot I \cdot B \cdot a^2$$

Nebo také vektorový zápis:

$$M_o = \vec{m} \times \vec{B}$$

- Smyčka se bude otáčet v poli (pokud jí to bude mechanicky umožněno),
- Tento jev je základem funkce elektromotoru nebo měřicích přístrojů (např. galvanometru),
- Systém se ustálí, když je magnetický moment rovnoběžný s B

Střídavé napětí a střídavý proud

Úvod

- O střídavém napětí nebo proudu mluvíme, jestliže se v čase mění jeho okamžité hodnoty.
- Střídavé napětí nabývá střídavě kladné a záporné hodnoty
- Střídavý proud mění pravidelně svůj směr
- Okamžité hodnoty napětí označujeme u
- Okamžité hodnoty proudu označujeme i

Střídavé napětí

- Střídavé napětí je definováno jako proměnné napětí s harmonickým průběhem (je popsáno funkcí sinus)

Tzn. mění se harmonicky s časem t a platí:

$$u(t) = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

Kde:

$u(t)$ = harmonická funkce času

U_0 = maximální hodnota napětí (amplituda napětí)

$(\omega \cdot t + \varphi_0)$ = fáze (fázový úhel)

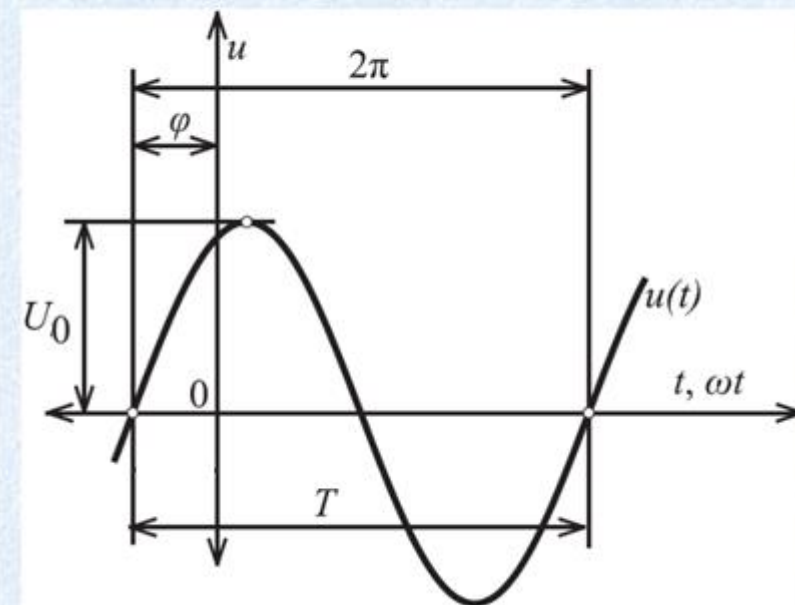
φ_0 = počáteční fázový úhel (počáteční fáze) - dává informaci o startovací pozici tělesa v čase $t=0$.

$\omega = 2\pi f$ úhlová frekvence

Střední hodnota napětí:

$$\bar{U} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u \cdot dt$$

Harmonický průběh



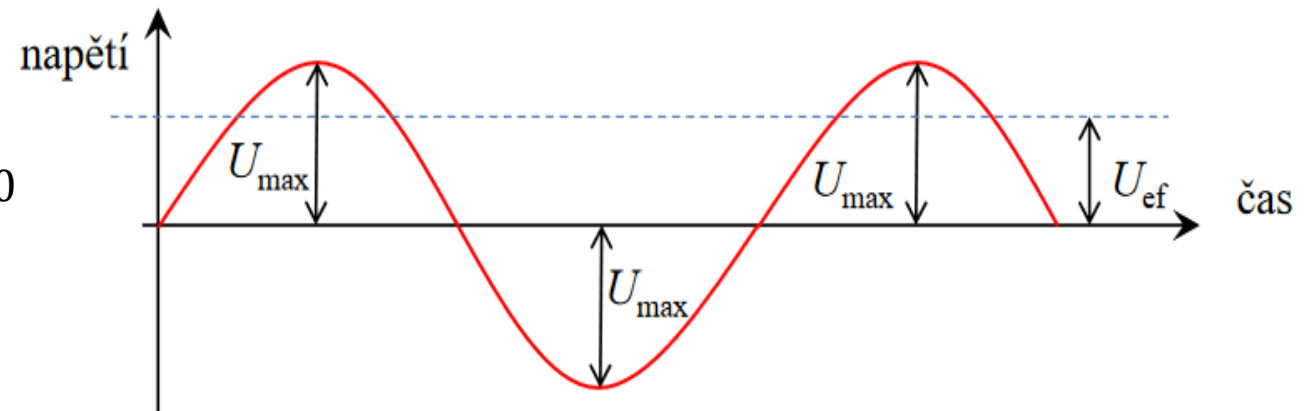
Efektivní hodnota napětí

- Měřicí přístroje pro střídavé napětí a proud nenaměří vždy maximální hodnotu (amplitudu), ale nižší
- hodnota odpovídající stejnosměrnému napětí, pro které má elektrický proud v obvodu s rezistorem stejný výkon jako střídavý proud.
- Tato efektivní hodnota je definována pomocí druhé mocniny:

$$U_{ef}^2 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u^2 \cdot dt$$

- Pro harmonický průběh platí:

$$U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot U_0$$



Měřicí přístroje na měření veličin střídavého proudu (voltmetry a ampérmetry) jsou cejchovány v efektivních hodnotách. Napětí sítě (což je efektivní napětí sítě) je 230 V. Z toho vyplývá, že amplituda napětí sítě (maximální hodnota) je $U_0 = 230 \cdot \sqrt{2}$

Střídavý proud

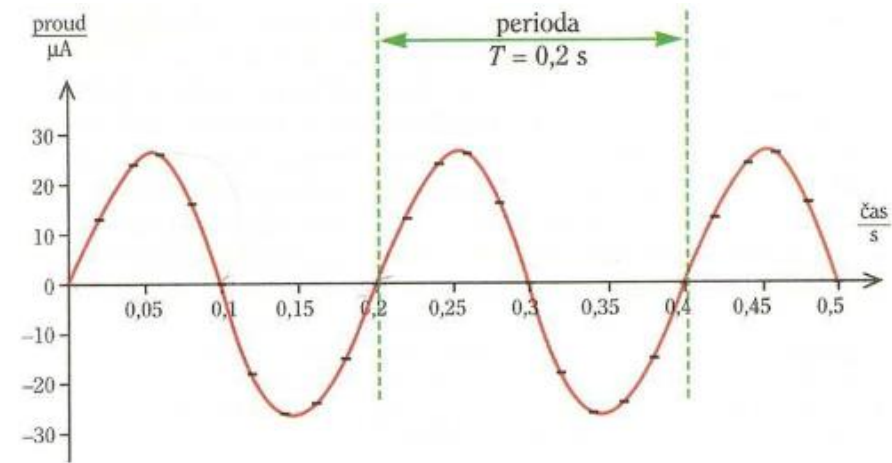
- Střídavý proud definujeme jako proměnný proud s harmonickým průběhem
- Mění se tedy harmonicky s časem t a platí
$$i(t) = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

$I_0 =$ maximální hodnota proudu (amplituda proudu)

$(\omega \cdot t + \varphi_0) =$ fáze (fázový úhel)

$\varphi_0 =$ počáteční fázový úhel - dává informaci o startovací pozici tělesa v čase $t=0$.

$\omega = 2\pi f$ úhlová frekvence



POZOR! V tomto grafu je perioda $T=0,2$ s
Frekvence střídavého proudu naší sítě je $f=50$ Hz, takže $T=1/50$ s = 0,02 s. **POZOR!**

Efektivní hodnota proudu

- Hodnota, odpovídající stejnosměrnému proudu, který má v obvodu s rezistorem stejný výkon jako střídavý proud = Efektivní hodnota střídavého proudu je hodnota proudu stejnosměrného, který v daném obvodu vykoná za stejný čas stejnou práci jako proud střídavý.

$$I_{ef}^2 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2 \cdot dt$$

- Pro harmonický průběh platí:

$$I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot I_0$$

Výkon

- Okamžitý výkon je součin okamžitých hodnot pro napětí a proud

$$p = u \cdot i = R \cdot i^2 = R \cdot I_0^2 \cdot \sin^2 \cdot \omega \cdot t$$

- Průměrný výkon během jedné periody T je:

$$\tilde{P} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u \cdot i \cdot dt$$

Pro harmonický průběh platí:

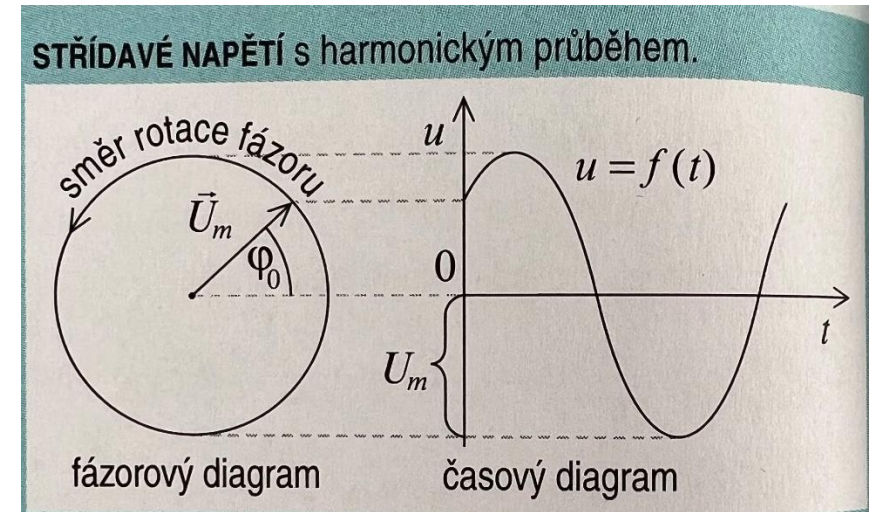
$$\tilde{P} = \frac{U_0 \cdot I_0}{2} \cdot \cos \varphi = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$\cos \varphi =$ tzv. účinník, který určuje účinnost přenosu energie ze zdroje do spotřebiče

$\varphi =$ je fázový posun střídavého napětí a proudu.

Grafické zobrazení veličin

- Ke grafickému znázornění veličin využíváme časový diagram, zobrazující závislost napětí a proudu na čase anebo fázorový diagram
 - Fázor je symbolické vyjádření veličiny střídavého proudu nebo napětí rotujícím vektorem. Délka vektoru se rovná amplitudě veličiny.
 - Do jednoho fázorového diagramu kreslíme pouze ty fázory veličin, které mají stejný kmitočet
 - Skládáme a rozkládáme stejně jako vektory
- Zobrazení: https://www.walter-fendt.de/html5/phcz/accircuits_cz.htm



U_m je vektor označovaný jako fázor.

Příklady

Příklad 1

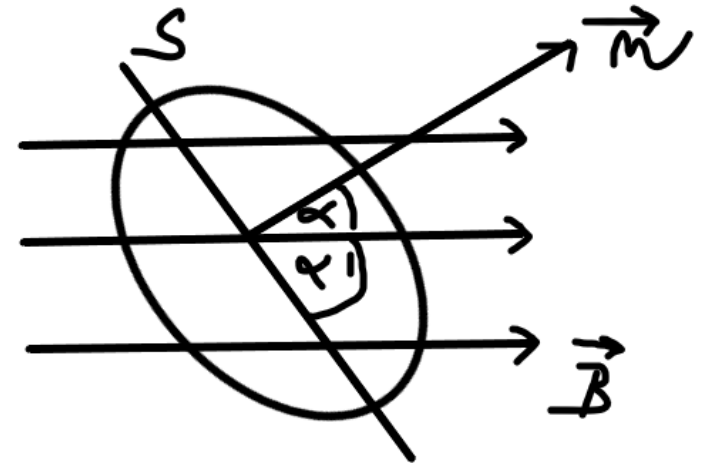
Vypočítejte magnetický indukční tok obdélníkového závitu s rozměry $a=4$ cm a $b=5$ cm v magnetickém poli s indukcí $B=1,1$ T, pokud rovina závitu svírá se směrem indukce úhel $\alpha' = 30^\circ$.

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \alpha$$

$$\alpha = 90 - 30 = 60^\circ \text{ alfa je doplněk } \alpha' \text{ do } 90^\circ$$

$$S = 4 \cdot 5 = 20 \text{ cm}^2 = 20 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\Phi = 1,1 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \cdot \cos 60 = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$



Příklad 2

V cívce se rovnoměrnou změnou proudu o 2 A za 0,25 s indukovalo napětí 20 V. Určete indukčnost cívky.

$$|U_i| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$L = \frac{|U_i| \cdot \Delta t}{\Delta I} = \frac{20 \cdot 0,25}{2} = 2,5 \text{ H}$$

Příklad 3

Jaký proud musí procházet cívkou o indukčnosti 0,5 H, aby energie jejího magnetického pole byla 100 J?

$$E_m = \frac{1}{2} \Phi \cdot I = \frac{1}{2} L \cdot I^2$$

$$I = \sqrt{\frac{2 \cdot E_m}{L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100}{0,5}} = 20 \text{ A}$$

Příklad 4

Určete údaje voltmetru a ampérmetru v obvodu, jestliže amplituda střídavého napětí je 141 V a amplituda proudu je 2,8 A. Jaký je odpor R rezistoru zapojeného v střídavém obvodu?

Měřicí přístroje ukazují efektivní hodnoty napětí a proudu. Platí tedy:

$$U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = \frac{141}{\sqrt{2}} = 99,7 \text{ V}$$

$$I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{2,8}{\sqrt{2}} = 1,98 \text{ A}$$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{99,7}{1,98} \doteq 50 \text{ } \Omega$$

