

Cvičení 6

1. Najděte trajektorii pohybu, který vznikne složením dvou soudělných kolmých kmitů $x = r \cdot \sin t$ a $y = r \cdot \sin 3t$.

Řešení:

Postupujeme tak, že vyloučíme čas. Nejprve však provedeme škálovací transformaci: $X = x/r$, $Y = y/r$, Pak

$$X = \sin t, \quad Y = \sin 3t$$

$$\sin 3t = \sin(2t + t) = \sin 2t \cos t + \cos 2t \sin t = 2 \sin t \cos t \cos t + (\cos^2 t - \sin^2 t) \sin t = 2 \sin t \cos^2 t + \cos^2 t \sin t - \sin^3 t = 3 \sin t \cos^2 t - \sin^3 t$$

Po dosazení obdržíme:

$$Y = 3X(1 - X^2) - X^3 = 3X - 4X^3$$

kde jsme při úpravách použili $\cos^2 t = 1 - \sin^2 t = 1 - X^2$. Po zpětném přeškálování dostaneme rovnici kubické paraboly:

$$y = 3x - \frac{4}{r^2} x^3.$$

2. Mějme dva zdroje vlnění, jejichž úhlové frekvence se řídí vztahem: $\omega_1/\omega_2 = 9/8$. Určete v jakém poměru jsou úhlová modulační frekvence a úhlová frekvence vlny vzniklé interferencí obou vln.

Řešení:

Z charakteristiky obou vln plyne, že $\omega_1 = 9\omega_2/8$. Podle tohoto předpokladu jsou úhlové frekvence ω_1 , ω_2 skládaných stejnosměrných kmitů velmi blízké. V takovém případě lze výsledné kmity pokládat za kmity s úhlovou frekvencí $\omega = (\omega_1 + \omega_2)/2$. Je tedy $\omega = (\omega_1 + \omega_2)/2 = 17\omega_2/16$. Úhlová modulační frekvence je $\omega_m = (\omega_1 - \omega_2)/2 = \omega_2/16$. Poměr obou frekvencí je pak roven $\omega_m/\omega = 1/17$.

3. Mějme dvě stejné ladičky vydávající zvuk o frekvenci $f = 435$ Hz (komorní a). Jakou frekvenci mají rázy, které vnímá pozorovatel pohybující se stálou rychlostí $u = 34 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ ve směru od jedné ladičky ke druhé?

Řešení:

Pohybující se pozorovatel vnímá zvuk obou ladiček různě: frekvence f_1 vln přicházejících od ladičky, od níž se pozorovatel vzdaluje, je podle Dopplerova principu dána vztahem: $f_1 = f(c - u)/c$, zatímco frekvence vln f_2 přicházejících od ladičky, k níž se pozorovatel přibližuje, je naopak $f_2 = f(c + u)/c$. Výsledná frekvence rázů je $f_r = f_2 - f_1$ (připadají dva rázy na jednu periodu). Potom $f_r = f \cdot 2u/c$.

Použijeme-li pro rychlost zvuku hodnotu pro normální podmínky ($340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$), obdržíme pro hledanou frekvenci rázů hodnotu $0,87$ Hz.

Literatura ke kapitole 6

Blackstock, D.T.: Fundamentals of physical acoustics. John Wiley & Son, New York 2000, 542 s.

Brepta, R., Prokopec, M.: Šíření napětových vln a rázy v tělesech. Academia Praha 1972. 521 s.

Brepta, R., Půst, L., Turek, F.: Mechanické kmitání, Sobotáles, Praha 1994, 589 s.

Crawford, F.S., Jr.: Waves. Berkeley Physics Course, Vol. 3, McGraw-Hill College, New York, 1968, 600 s.

Friš, S.E., Timoreva, A.V.: Kurs fyziky I. Nakladatelství Československé akademie věd, Praha 1953, 376 s.

Havránek, A.: Viskoelastická. In: Základy fyzikálních měření, část IIb (Jaromír Brož a kol.), s. 357-376. SPN Praha, 1974.

Horák, Z., Krupka, F., Šindelář, V.: Technická fyzika. SNTL, Praha 1960. 1435 s., popřípadě další opakovaná a upravovaná vydání tohoto díla.

Kvasnica, J., Havránek, A., Lukáč, P., Sprušil, B.: Mechanika. Academia, Praha 1988, 476 s.

Nový, R.: Hluk a chvění. ČVUT Praha, 2009, 400 s.

Pain, H.J.: The Physics of Vibrations and Waves. John Wiley & Sons, Ltd., Chichester 2005, 556 s.

Skudrzyk, E.: Simple and Complex Vibrating Systems. The Pennsylvania State University Press, University Park 1969, 500 s.