

1. Úvod

Fyzika je základem všech technických oborů. K velkému ocenění významu fyziky došlo v r. 2005, když tento rok byl vyhlášen Valným shromážděním OSN jako Světový rok fyziky. Nepochybně se tak nestalo náhodou, ale stalo se tak proto, že na odpovědných místech si plně uvědomují význam vědy pro lidstvo a její nezastupitelné místo v rozvoji civilizace. Dokladem toho byl už rok 2000, který byl vyhlášen Světovým rokem matematiky.

Fyzika jako základní přírodní věda si podobné ocenění jistě zasloužila. Vždyť představuje úvahy s nejvyšším stupněm abstrakce a zasahuje do mnoha oborů (techniky, chemie, biologie, medicíny a pod.), prostřednictvím technických vymožeností usnadňuje život každému z nás a v lékařských aplikacích zachraňuje mnohým lidem i zdraví.

Symbolicky byl zvolen právě rok 2005, neboť v tomto roce uplynulo 100 let od některých významných fyzikálních objevů, zejména od prací **Alberta Einsteina** v oborech teorie relativity, kvantové mechaniky a statistické fyziky, například objev fotonu spadá do všech těchto oborů. Přelom 19. a 20. století byl velmi bohatý na převratné objevy nejen ve fyzice a od r.1901 se udělují Nobelovy ceny.

Vyhlášením Světového roku fyziky je v globálním měřítku zdůrazněn význam přírodních věd v historickém vývoji. Byla to příležitost k přiblížení vědy širším vrstvám a k posílení pozice přírodovědců v jejich dlouholetém boji s okultisty a šarlatány těšícími se u laické veřejnosti tradičně vyšší popularitě. Veřejnost má často raději záhady a tajemno s nimi spojené a po seriózním vědeckém vysvětlení ani netouží. Málo kdo je totiž ochoten věnovat čas a úsilí k zvládnutí alespoň základů přírodních věd, aby mohl objektivně chápat show předváděnou šarlatány. Velmi nás mrzí, že neznalost přírodních věd a zejména matematiky se stala trendem dnešní doby, bývá používána jako nástroj ke zvýšení popularity či prestiže a dokonce většinou úspěšně. Mezery například v gramatice, jazykové výbavě či historii by asi málokdo přiznával tak ochotně. To je ale nebezpečné právě tím, že osoby chlubící se touto neznalostí jsou pro mnoho lidí vzorem, zejména pro mladou generaci a proto je úkolem zejména pracovníků univerzit i ostatních škol, akademie věd a vědeckých společností bojovat proti tomuto trendu.

Fyzikální veličiny a jednotky

Fyzika je vědní obor, který se zabývá obecnými přírodními zákonitostmi, název „fyzika“ pochází z řeckého slova „fysis-příroda“. Popis všech vyšetřovaných zákonitostí je založen na vyšetřování vzájemného vztahu mezi fyzikálními veličinami. Při kvantitativním popisu těchto zákonitostí musíme každé fyzikální veličině přiřadit příslušnou jednotku. Fyzikální veličinu označujeme určitým symbolem (například pro hmotnost používáme symbol m , pro délku symbol l). Jednotku libovolné veličiny X pak označujeme $[X]$; tedy například $[m] = \text{kg}$ čteme takto: jednotka hmotnosti je kilogram. Pak měrná veličina X je dána součinem tzv. číselné hodnoty veličiny $\{X\}$ a příslušné jednotky této veličiny

$$X = \{X\} \cdot [X].$$

Soustava všech fyzikálních veličin je založena na jistém počtu základních fyzikálních veličin, které byly přijaty konvencí a jsou nezávislé na ostatních fyzikálních veličinách. Všechny tyto ostatní fyzikální veličiny se nazývají veličiny odvozené. Můžeme je odvodit ze základních veličin na základě definičních vztahů nebo fyzikálních zákonů, které vyjadřují vztahy mezi nimi. V tab.1.1 jsou uvedeny vybrané fyzikální veličiny.

Mezinárodní soustava SI je soustava jednotek, která byla přijata v roce 1960 na XI. Generální konferenci pro váhy a míry v Paříži. Soustava SI dělí jednotky do následujících skupin

- a) Jednotky základní – je definováno 7 základních jednotek pro 7 základních fyzikálních veličin. Jsou to: metr (m) pro délku, kilogram (kg) pro hmotnost, sekunda (s) pro čas, ampér (A) pro elektrický proud, kelvin (K) pro termodynamickou teplotu, mol (mol) pro látkové množství a kandela (cd) pro svítivost. Definice základních jednotek jsou uvedeny i v normě ČSN 01 1300.
- b) Jednotky odvozené jsou jednotky odvozené ze základních jednotek SI na základě definičních vztahů příslušné fyzikální veličiny, nebo fyzikálního zákona. Některé odvozené jednotky mají názvy po významných osobnostech (newton, pascal, joule, watt, coulomb, ohm, atd.). Např. jednotka pro elektrický náboj $C = A \cdot s$ (coulomb rovná se ampér krát sekunda). Rozměrem jednotky rozumíme její vyjádření v základních jednotkách. Rozměrem coulombu je tedy ampér krát sekunda.
- c) Jednotky doplňkové – soustava SI má dvě doplňkové jednotky, a to radián (rad) pro rovinný úhel a steradián (sr) pro prostorový úhel. S těmito jednotkami se pracuje jako s bezrozměrnými jednotkami odvozenými. Doplňkové jednotky se podle uvážení mohou či nemusí ve výrazech uvádět (např. jednotku úhlové rychlosti můžeme psát jako $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$, nebo jen s^{-1}).

Násobné a dílčí jednotky SI se tvoří pomocí předpon přidávaných k názvu jednotky. Tyto předpony zvětšují či zmenšují rozsah jednotky. Vždy se jedná o dekadické násobky nebo díly, které základní nebo odvozenou jednotku soustavy SI zvětšují či zmenšují po násobcích $10^{\pm 3}$. Přehled nejčastěji užívaných předpon SI spolu s jejich významem a symboly je v tab.1.2.

Vedlejší jednotky nepatří do soustavy SI, jsou uvedeny v normě ČSN 01 1300 z roku 1987, která je dovoluje trvale používat. Je to například minuta, hodina, den, hektar, tuna, elektronvolt. V soustavě jednotek SI jsou všechny odvozené jednotky vyjádřené pomocí jednotek základních tak, že číselný součinitel mezi základními jednotkami se rovná jedné (např. $1C = 1A \cdot 1s$).

V některých vztazích se vyskytují fyzikální konstanty, které jsou stanoveny s určitou (dnes už dosti vysokou) přesností. Některé důležité fyzikální konstanty jsou uvedeny v tab.1.3.

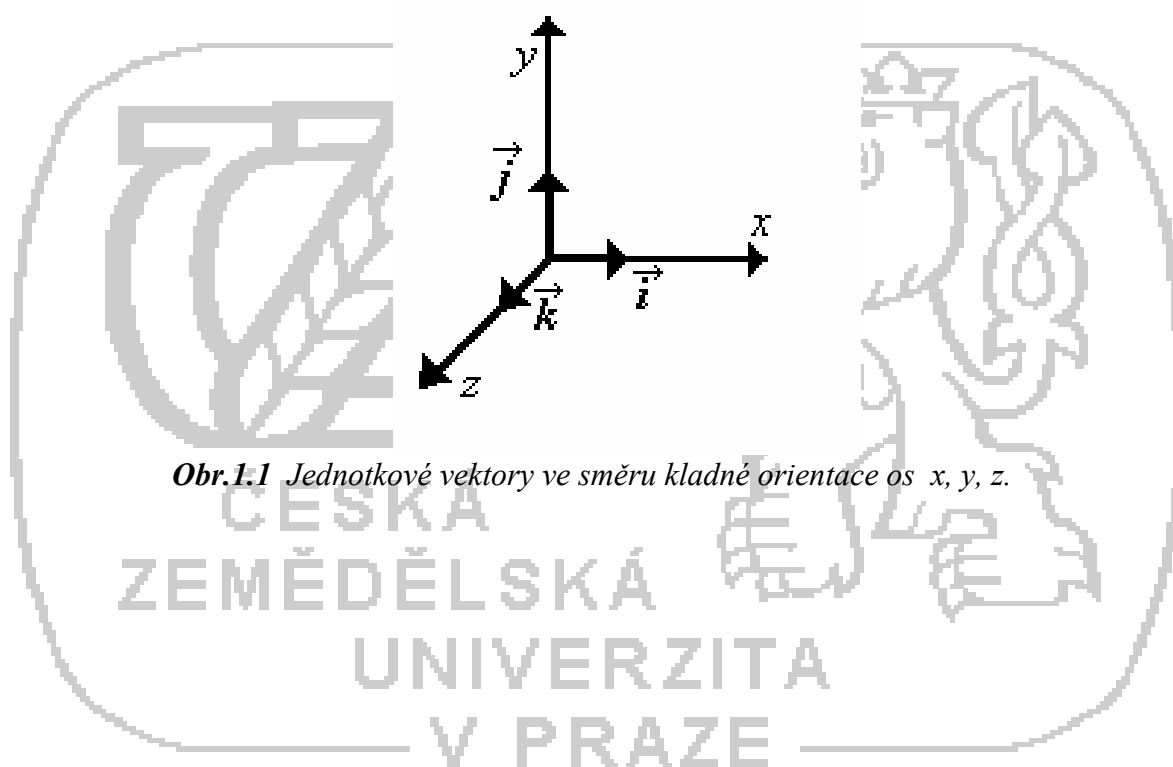
Fyzikální veličiny skalární a vektorové, vektorové operace

Ve fyzice pracujeme s veličinami, které mohou být skalární, vektorové nebo tenzorové. Skalární veličina má pouze velikost a je vyjádřena číslem s příslušnou jednotkou. Vektorová veličina má velikost a orientovaný směr a v kartézském ortonormálním systému o n dimenzích je vyjádřena uspořádanou n -ticí složek s příslušnou jednotkou a může být znázorněna orientovanou úsečkou. Tenzorová veličina je vyjádřena složkami matice ($n \times n$) s příslušnou jednotkou. Ve fyzikálních rovnicích se jednotky na levé straně musí vždy rovnat jednotkám na pravé straně a na obou stranách rovnice musí být buď skalár, nebo vektor, nebo tenzor.

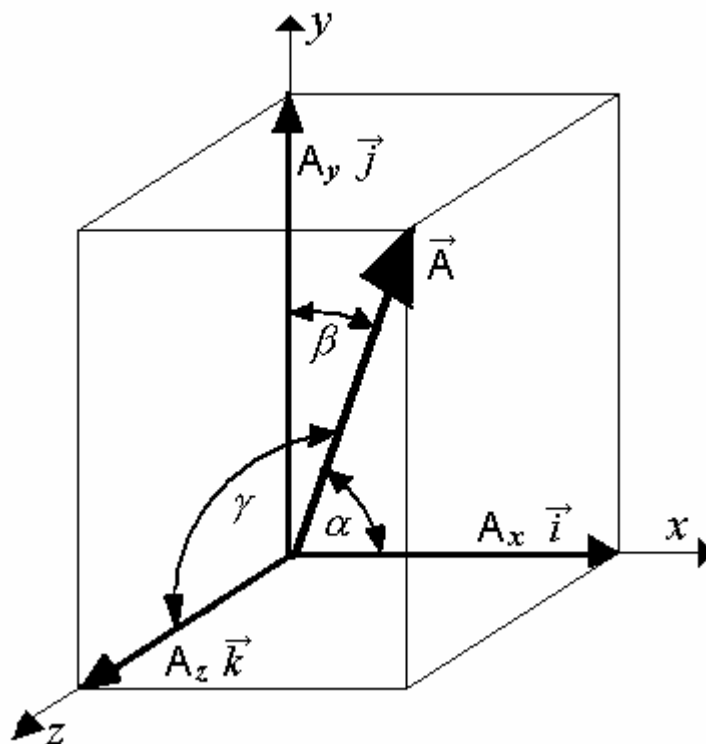
Příkladem skalárních veličin může být čas, hmotnost, práce, výkon, teplo, teplota, účinnost, potenciál pole. Příkladem vektorových veličin může být rychlost, zrychlení, hybnost, síla, moment síly, intenzita pole. Směr vektoru \vec{a} , který je znázorněn orientovanou úsečkou \vec{AB} , je dán směrem polopřímky AB . Směr vektoru \vec{v} sobě zahrnuje i orientaci vektoru, kterou při grafickém znázornění vektoru orientovanou úsečkou vyznačujeme šipkou. Délka orientované úsečky ve zvoleném měřítku odpovídá číselné hodnotě této veličiny. V grafické symbolice nad symbol veličiny umístíme šipku, v některé literatuře se označují vektorové veličiny tučnými symboly, např. (vektor \mathbf{a} , nebo \vec{a}).

Opačné vektory \vec{A} , $-\vec{A}$ jsou vektory, které mají stejnou velikost, ale jejich směr je opačný.

Uvažujme kartézský systém souřadnic o třech dimenzích a vektorové pole, kde vektory $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jsou jednotkovými vektory ve směru kladné orientace os x, y, z (viz obr.1.1). Potom libovolný vektor \vec{A} můžeme vyjádřit jako $\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}$, kde A_x, A_y, A_z jsou složky vektoru $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$ (viz obr.1.2). Opačný vektor $-\vec{A}$ získáme vynásobením všech složek vektoru \vec{A} číslem -1. Velikost vektoru \vec{A} odpovídá délce orientované úsečky a je definována vztahem $|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$. Platí $A_x = A \cdot \cos \alpha$, $A_y = A \cdot \cos \beta$, $A_z = A \cdot \cos \gamma$, kde úhly α, β a γ jsou úhly, které svírá vektor \vec{A} s osami souřadnic x, y, z .



Obr.1.1 Jednotkové vektory ve směru kladné orientace os x, y, z .

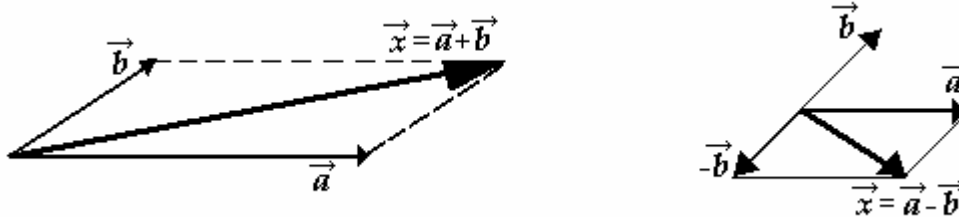


Obr.1.2 Složky vektoru \vec{A} .

Součet libovolných dvou vektorů \vec{A} , \vec{B} je definován vztahem

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x)\vec{i} + (A_y + B_y)\vec{j} + (A_z + B_z)\vec{k},$$

rozdíl vektorů můžeme vyjádřit podle téhož vzorce jako přičtení opačného vektoru, který má všechny složky vynásobeny číslem (-1) . Součet vektorů je komutativní, platí $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$.



Obr.1.3 Součet a rozdíl vektorů.

Skalární součin vektorů \vec{A} , \vec{B} značený $\vec{A} \cdot \vec{B}$ je definován $\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \alpha$, kde α je úhel, který spolu oba vektory svírají. Výsledkem je skalár. Platí pro něho $\vec{A} \cdot \vec{B} = \sum_i A_i B_i$,

kde A_i, B_i jsou i -té složky vektorů \vec{A}, \vec{B} . Skalární součin je komutativní, platí $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$. Skalární součin má nulovou hodnotu v případě kolmých vektorů a maximální hodnotu v případě rovnoběžných vektorů.

Vektorový součin vektorů \vec{A}, \vec{B} značený $\vec{A} \times \vec{B}$ je definován jako determinant matice

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}.$$

Pokud determinant rozvineme podle prvního řádku, můžeme vztah

upravit do tvaru $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{i}(A_y B_z - A_z B_y) + \vec{j}(A_z B_x - A_x B_z) + \vec{k}(A_x B_y - A_y B_x)$. Výsledkem je vektor. Vektorový součin není komutativní, záměnou pořadí činitelů změním výsledný vektor na opačný. Vektorový součin je kolmý na oba činitele a tvoří s nimi pravotočivý systém (můžeme použít pravou ruku jako mimotechnickou pomůcku, palec ve směru prvního činitele, ukazováček ve směru druhého činitele, prostředníček ukazuje směr vektorového součinu). Pro velikost vektorového součinu platí $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$, kde α je úhel, který spolu oba činitele tvoří. Velikost vektorového součinu má nulovou hodnotu v případě rovnoběžných vektorů a maximální hodnotu v případě kolmých vektorů.

V kartézském systému souřadnic jsou působením vektorového operátoru nabla $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$ definovány následující diferenciální operátory:

a) GRADIENT - $\text{grad } \varphi = \vec{\nabla} \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k}$, kde $\varphi = \varphi(x, y, z)$ je skalární veličina. Gradient je zobrazení, které každému bodu ve skalární poli přiřazuje vektor. Směr vektoru máří ve směru největšího růstu hodnot ve skalární poli.

b) DIVERGENCE - $\text{div } \vec{A} = \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$. Divergence je zobrazení, které každému vektoru $\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$ ve vektorovém poli přiřazuje skalár.

c) ROTACE - $\text{rot } \vec{A} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{i} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right)$, kde $(\text{rot } \vec{A})_x = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right)$; $(\text{rot } \vec{A})_y = \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right)$; $(\text{rot } \vec{A})_z = \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right)$ jsou složky vektorového součinu $\vec{\nabla} \times \vec{A}$. Rotace je zobrazení, které každému vektoru $\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$ ve vektorovém poli přiřazuje vektor.

Operátor vytvořený skalárním součinem dvou operátorů nabla $\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} = \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ se nazývá Laplaceův operátor s označením Δ .

Tab.1.1 Jednotky SI a rozměry vybraných fyzikálních veličin

Veličina		Jednotka		Rozměr
název	značka	název	značka	
kmitočet, frekvence	ν	hertz	Hz	s^{-1}
délka, vlnová délka	l, λ	metr	m	m
vlnočet	σ	reciproký metr	m^{-1}	m^{-1}
hustota, měrná hmotnost	ρ, s	kilogram na krychlový metr	$kg \cdot m^{-3}$	$kg \cdot m^{-3}$
plošná hustota	ρ_A	kilogram na čtverečný metr	$kg \cdot m^{-2}$	$kg \cdot m^{-2}$
síla	F	newton	N	$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
tíha	G	newton	N	$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
impuls síly, hybnost	I, p	newton sekunda	N. s	$m \cdot kg \cdot s^{-1}$
moment síly	M	newton metr	N. m	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
tlak	p	pascal	Pa	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
modul pružnosti v tahu	E	pascal	Pa	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
modul pružnosti ve smyku	G	pascal	Pa	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
práce	A, W	joule	J	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
energie	W, E	joule	J	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
výkon	P	watt	W	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$
intenzita zvuku	I	watt na čtverečný metr	$W \cdot m^{-2}$	$kg \cdot s^{-3}$
teplota	t, T	kelvin	K	K
teplo (množství tepla)	Q	joule	J	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
tepelná kapacita	K	joule na kelvin	$J \cdot K^{-1}$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$
měrná tepelná kapacita	c	joule na kilogram a kelvin	$J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}$	$m^2 \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$
elektrický proud	I	ampér	A	A
elektrický náboj	Q, q	coulomb	C	A.s
napětí	U	volt	V	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
elektrický potenciál	Φ, V	volt	V	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
intenzita el. pole	E	volt na metr	$V \cdot m^{-1}$	$m \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
elektrická indukce	D	coulomb na čtverečný metr	$C \cdot m^{-2}$	$A \cdot s \cdot m^{-2}$
el. indukční tok	ψ	coulomb	C	A . s
el kapacita	C	farad	F	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$
el. odpor	R	ohm	Ω	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$
el. vodivost	G	siemens	S	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^3 \cdot A^2$
rezistivita	ρ	ohm metr	$\Omega \cdot m$	$m^3 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$
magnetická indukce	B	tesla	T	$kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
mg. indukční tok	Φ	weber	Wb	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
indukčnost	L	henry	H	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$
aktivita	A	becquerel	Bq	s^{-1}
přeměnová konstanta	λ	(jedna) za sekundu	s^{-1}	s^{-1}
čas, poločas přeměny	$t, T_{1/2}$	sekunda	s	s
lineární součinitel zeslabení	μ	reciproký metr	m^{-1}	m^{-1}
polotloušťka	$d_{1/2}$	metr	m	m
dávka	D	gray	Gy	$m^2 \cdot s^{-2}$
dávkový příkon	\dot{D}	gray za sekundu	$Gy \cdot s^{-1}$	$m^2 \cdot s^{-3}$
dávkový ekvivalent	H	sievert	Sv	$m^2 \cdot s^{-2}$

Tab.1.2 Předpony pro tvorbu násobných a dílčích jednotek. Předpony označené hvězdičkou nepatří do soustavy SI.

Předpona		Poměr k výchozí jednotce	Předpona		Poměr k výchozí jednotce
název	značka		název	značka	
exa	E	10^{18}	deci *	d	10^{-1}
peta	P	10^{15}	centi *	c	10^{-2}
tera	T	10^{12}	mili	m	10^{-3}
giga	G	10^9	mikro	μ	10^{-6}
mega	M	10^6	nano	n	10^{-9}
kilo	k	10^3	piko	p	10^{-12}
hekto *	h	10^2	femto	f	10^{-15}
deka *	da	10^1	atto	a	10^{-18}

Tab.1.3 Důležité fyzikální konstanty. Číslo v závorce udává velikost chyby posledních dvou cifer.

Název	Značka	Hodnota
normální tíhové zrychlení	g_n	$9,80665 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
gravitační konstanta	k	$6,67259(85) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
molární plynová konstanta	R	$8,314510(85) \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
Boltzmannova konstanta	k	$1,380658(12) \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
Avogadrova konstanta	N_A	$6,0221367(36) \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
elektrická konstanta	ϵ_0	$8,854187817 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$
magnetická konstanta	μ_0	$4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$
rychlost světla	c	$2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Faradayova konstanta	F	$9,6485309(29) \cdot 10^4 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$
elementární náboj	e	$1,60217733(49) \cdot 10^{-19} \text{ C}$
měrný náboj elektronu	$\frac{e}{m_e}$	$1,7588047(49) \cdot 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$
atomová hmotnostní jednotka	u	$1,6605402(10) \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
klidová hmotnost elektronu	m_e	$9,1093897(54) \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
klidová hmotnost protonu	m_p	$1,6726485(86) \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
klidová hmotnost neutronu	m_n	$1,6749543(86) \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Rydbergova konstanta	R_∞	$1,0973731534(13) \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$
Stefanova-Boltzmannova konstanta	σ	$5,67051(19) \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$
Wienova konstanta	b	$2,89780(40) \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$
Planckova konstanta	h	$6,6260755(40) \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
molární objem ideálního plynu za normálních podmínek	v_m	$22,41383(70) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$
hmotnost Slunce	M_S	$1,9891 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
hmotnost Země	m_Z	$5,976 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
poloměr Země	r_Z	$6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$

2. Kinematika hmotného bodu

Mechanika

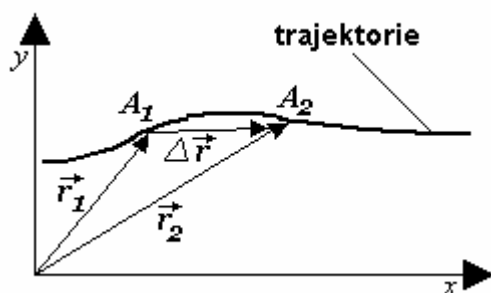
Mechanika je část fyziky, která se zabývá vyšetřováním mechanických pohybů těles. Pro zjednodušení úvah často používáme jako aproximaci místo skutečných těles pojem "hmotný bod". Skutečné těleso tak nahradíme bodem o hmotnosti rovnající se hmotnosti tělesa. To znamená, že zanedbáváme rozměra tělesa. To můžeme udělat v případě, že rozměry tělesa jsou malé v porovnání s dráhou, po které se pohybují a neuvažujeme rotaci tělesa. Mechaniku můžeme obecně rozdělit na statiku, kinematiku a dynamiku. Statika se zabývá tělesy ve statické rovnováze, kinematika pohyb pouze popisuje a dynamika zkoumá příčiny pohybu.

Klasická mechanika se zabývá pohyby hmotných bodů a těles, jejichž rychlosti jsou malé ve srovnání s rychlostí světla ve vakuu. Klasická mechanika je založena na Newtonových pohybových zákonech (newtonská mechanika). Relativistická mechanika se zabývá pohyby o rychlostech blízkých se rychlosti světla ve vakuu a vychází z Einsteinovy speciální teorie relativity.

Kinematika hmotného bodu

Kinematika popisuje různé druhy pohybu těles a hmotných bodů, aniž by se zabývala příčinami vyšetřovaného pohybu, tj. silami. Těleso je hmotný objekt, který se v prostoru pohybuje. Hmotný bod nemá žádné rozměry, jeho poloha v prostoru je tedy v každém okamžiku jednoznačně určena třemi souřadnicemi souřadnicového systému. Hmotný bod má tedy tři stupně volnosti - tři souřadnice, ve kterých se může pohybovat. Jako vztažnou soustavu nejčastěji volíme kartézskou soustavu tří vzájemně kolmých os x , y , z , kterou spojujeme s vhodně zvoleným místem na povrchu Země. Můžeme však volit i jinou vztažnou soustavu, například souřadnice sférické či cylindrické. Naopak skutečné těleso může navíc ještě rotovat kolem tří os, má tedy šest stupňů volnosti.

Polohový vektor \vec{r} daného hmotného bodu A je vektor, jehož počáteční bod je v počátku zvolené vztažné soustavy a koncový bod je v místě A , ve kterém se hmotný bod nachází, jak ukazuje obr.2.1. Trajektorie hmotného bodu je množina bodů, kterými hmotný bod při svém pohybu prochází. Tvar trajektorie závisí též na volbě vztažného systému. Dráha s hmotného bodu je délka úseku trajektorie, kterou hmotný bod urazí za čas t .



Obr.2.1 Polohový vektor a trajektorie hmotného bodu

Druhy pohybu můžeme dělit například podle tvaru trajektorie na pohyby přímočaré, křivočaré, kruhové a pod. či podle závislosti rychlosti na čase na pohyby rovnoměrné, nerovnoměrné, zrychlené, zpomalené, rovnoměrně zrychlené a pod. Přímočarý pohyb hmotného bodu je takový pohyb, jehož trajektorie ve zvolené vztažné soustavě je přímka. Křivočarý pohyb hmotného bodu je pohyb, jehož trajektorie ve zvolené vztažné soustavě je

křivka (rovinná či prostorová). Rychlost (okamžitá rychlost) \vec{v} je vektorová veličina mající v libovolném bodě směr tečny k trajektorii. Rychlost je definována jako podíl změny polohového vektoru $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ a času $\Delta t = t_2 - t_1$, za který k této změně polohy došlo (za podmínky, že platí $\Delta t \rightarrow 0$), neboli

$$\vec{v} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} . \quad (2.1)$$

Uvážíme-li, že $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$ je derivací dráhy podle času, je tedy okamžitá rychlost

touto derivací. Průměrná rychlost \bar{v} je skalární veličina udávající poměr celkové dráhy a celkového času, za který hmotný bod dráhu urazil, neboli

$$\bar{v} = \frac{s}{t} . \quad (2.2)$$

Podle definice je jednotkou rychlosti v soustavě SI $[v] = \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Zrychlení (okamžité zrychlení) \vec{a} je vektorová veličina udávající poměr změny rychlosti $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ hmotného bodu a času $\Delta t = t_2 - t_1$, za který k této změně rychlosti došlo (za předpokladu, že $\Delta t \rightarrow 0$), neboli

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} . \quad (2.3)$$

Uvážíme-li opět, že $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \vec{a}$, je zrychlení derivací rychlosti podle času. Průměrné

zrychlení \bar{a} je skalární veličina udávající poměr změny rychlosti Δv a času Δt , za který k této změně došlo, neboli

$$a_p = \frac{\Delta v}{\Delta t} . \quad (2.4)$$

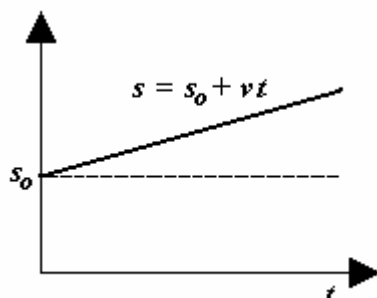
Podle definice je jednotkou zrychlení v soustavě SI je $[a] = \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Kinematika přímočarého pohybu hmotného bodu

Pohyb rovnoměrný přímočarý je pohyb, při kterém se hmotný bod pohybuje po přímce rychlostí \vec{v} o stálé velikosti i směru, tedy velikost zrychlení pohybu $a = 0$, neboť derivací konstanty je nula. V tomto případě není nutné uvažovat vektorový charakter veličin popisujících pohyb (polohový vektor, rychlost, zrychlení), protože všechny tyto veličiny mají směr přímky, po které se hmotný bod pohybuje (pohyb probíhá v jediné dimenzi). Závislost dráhy s na čase t je dána vztahem

$$s = s_0 + vt , \quad (2.5)$$

kde s_0 je vzdálenost od zvoleného počátku, kterou měl hmotný bod v čase $t = 0$ (tzv. okrajová či počáteční podmínka). Závislost $s = f(t)$ (dráha jako funkce času) je vyjádřena přímkou, jejíž směrnice odpovídá velikosti rychlosti v . V případě, že v čase $t = 0$ je $s_0 = 0$, prochází tato přímka počátkem, v případě $s_0 \neq 0$ je to přímka rovnoběžná s grafem funkce $s = v \cdot t$, která na vertikální ose vytíná úsek s_0 , jak ukazuje obr.2.2.



Obr.2.2 Dráha jako funkce času u pohybu rovnoměrného

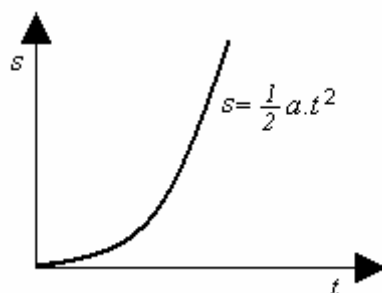
Přímočarý pohyb rovnoměrně zrychlený je takový pohyb, kde se hmotný bod pohybuje po přímce s konstantním zrychlením a . V tomto případě opět není nutné uvažovat vektorový charakter veličin, kterými pohyb popisujeme, neboť pohyb probíhá v jediné dimenzi. Jestliže počáteční rychlost hmotného bodu je v_0 a počáteční poloha částice s_0 , pak závislost dráhy s na čase t je dána vztahem

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2, \quad (2.6)$$

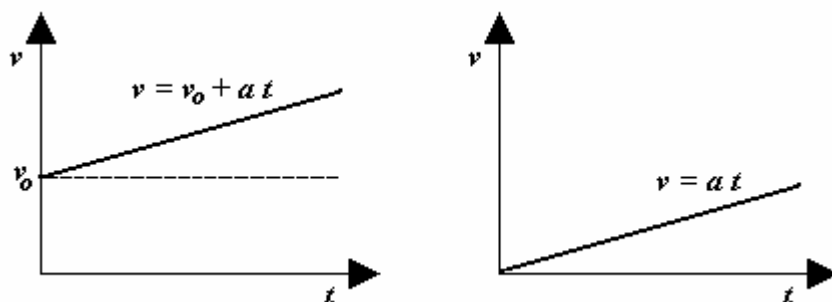
tedy grafem funkce $s = f(t)$ pro počáteční podmínky $s_0 = 0$, $v_0 = 0$ je parabola, která má vrchol v počátku souřadného systému, jak ukazuje obr.2.3. Pro odlišné počáteční podmínky je podle předchozí rovnice k této parabole přičtena přímka o směrnici v_0 , která na ose s vytíná úsek s_0 . Závislost rychlosti v hmotného bodu na čase t je pak jako derivace funkce (2.6) dána výrazem

$$v = v_0 + a t, \quad (2.7)$$

tedy grafem funkce $v = f(t)$ je přímka, jejíž směrnice odpovídá zrychlení a , která na svislé ose vytíná úsek v_0 jak ukazuje obr.2.4. Pokud funkci (2.7) znovu derivujeme podle času, dostaneme vztah pro zrychlení $a = a$, neboť zrychlení a je konstantní.



Obr.2.3 Dráha jako funkce času u pohybu rovnoměrně zrychleného



Obr.2.4 Rychlost jako funkce času u pohybu rovnoměrně zrychleného

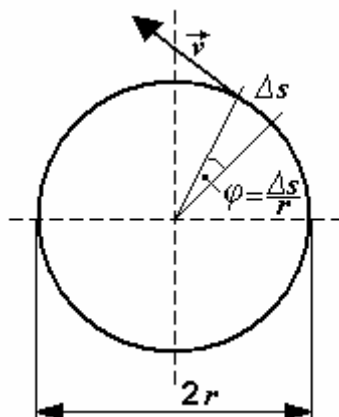
Přímočarý nerovnoměrný pohyb je obecnou funkcí dráhy na čase $s = f(t)$. Pokud ji můžeme matematicky vyjádřit, můžeme její první derivací stanovit závislost rychlosti na čase a můžeme druhou derivací stanovit závislost zrychlení na čase. Opakem derivování je integrace, tedy obecně můžeme stanovit například dráhu jako integrál rychlosti podle času

$$s(t) = \int_{\Delta t} v dt + \text{konst.} \quad (2.8)$$

V případě integrace je však třeba dávat pozor na integrační konstantu. Tuto konstantu můžeme stanovit z počátečních podmínek.

Kinematika pohybu hmotného bodu po kružnici

Kruhový pohyb je zvláštním případem křivočarého pohybu, kdy trajektorii pohybu je kružnice, jak ukazuje obr.2.5. V případě popisu pohybu hmotného bodu po kružnici je vhodné zavést některé další veličiny.



Obr.2.5 Trajektorie kruhového pohybu

Úhlová rychlost ω hmotného bodu je dána podílem úhlu $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$, který opíše polohový vektor hmotného bodu s počátkem ve středu kružnice a odpovídajícího času $\Delta t = t_2 - t_1$ (za předpokladu, že $\Delta t \rightarrow 0$). Analogicky k dráhové rychlosti je okamžitá úhlová rychlost derivací opsaného úhlu podle času

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} . \quad (2.9)$$

Směr vektoru úhlové rychlosti je kolmý k rovině, ve které leží trajektorie a zachovává pravotočivý systém. (Jako mimotechnickou pomůcku lze použít pravidlo pravé ruky - prsty ve směru pohybu a palec ukazuje směr vektoru.) Jednotkou úhlové rychlosti v soustavě SI je $[\omega] = \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Protože jednotka “radián” je bezrozměrná, nemusíme ji uvádět a můžeme též psát $[\omega] = \text{s}^{-1}$. Analogicky můžeme definovat i úhlové zrychlení ε jako derivaci úhlové rychlosti podle času, jehož jednotkou je $[\varepsilon] = \text{s}^{-2}$.

Obvodová rychlost \vec{v} hmotného bodu pohybujícího se po kružnici je vektor mající směr tečny ke kružnici a velikost

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} , \quad (2.10)$$

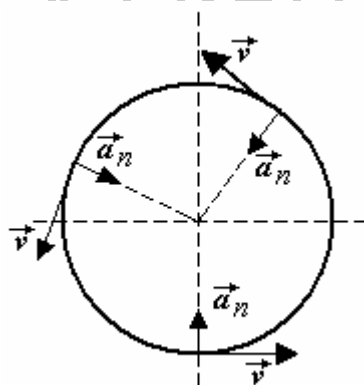
kde Δs je oblouk kružnice, kterou hmotný bod opíše za velice krátkou dobu Δt ($\Delta t \rightarrow 0$). Pro libovolnou polohu hmotného bodu na kružnici má vektor obvodové rychlosti vždy směr tečny ke kružnici a orientaci má podle směru vektoru úhlové rychlosti. Platí

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} . \quad (2.11)$$

Dostředivé (normálové) zrychlení \vec{a}_d (\vec{a}_n) působící na hmotný bod pohybující se po kružnici o poloměru r je vektor směřující vždy do středu kružnice (je kolmý k vektoru obvodové rychlosti), jak ukazuje obr.2.6. Pro velikost dostředivého (normálového) zrychlení snadno odvodíme vztah

$$a_d = a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r . \quad (2.12)$$

Jednotkou dostředivého zrychlení v soustavě SI je $[a_d] = \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.



Obr.2.6 Dostředivé zrychlení a obvodová rychlost u rovnoměrného kruhového pohybu

Rovnoměrný pohyb hmotného bodu po kružnici je takový pohyb, při kterém je velikost rychlosti hmotného bodu pohybující se po kružnici v libovolném bodě stálá: $v = \text{konst}$. Pro takový pohyb můžeme zavést další veličiny.

Perioda T rovnoměrného pohybu hmotného bodu po kružnici je doba, za kterou hmotný bod opíše kružnici jedenkrát (doba po které se pohyb znovu opakuje). Jednotkou periody je $[T] = s$.

Frekvence f rovnoměrného pohybu hmotného bodu po kružnici je definována jako převrácená hodnota oběžné doby

$$f = \frac{1}{T}. \quad (2.13)$$

Frekvence představuje počet period za jednotku času. Jednotkou frekvence v soustavě SI je $[f] = s^{-1}$. Uvážíme-li, že dráha po obvodu kružnice je $s = 2\pi r$, pro rovnoměrný pohyb po kružnici můžeme snadno odvodit následující vztahy

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f, \quad (2.14)$$

$$v = \omega r = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi f r. \quad (2.15)$$

Periodický pohyb hmotného bodu je takový pohyb, jehož průběh se pravidelně opakuje po jisté době zvané perioda T . Frekvence takového pohybu je dána vztahem (2.13).

Kinematika harmonického pohybu hmotného bodu

Harmonický pohyb hmotného bodu je příkladem takového periodického pohybu hmotného bodu. Jedná se o kmitavý pohyb po přímce, u něhož závislost polohy na čase můžeme popsat pomocí funkcí sinus nebo cosinus. Tyto funkce jsou vůči sobě jen fázově posunuté, záleží tedy na stanovení počátečních podmínek. Harmonickým pohybem může být například kmitavý pohyb hmotného bodu na pružině nebo boční průmět rovnoměrného kruhového pohybu. Uvažujme průmět kruhového pohybu, kdy střed kružnice trajektorie je současně počátkem kartézského systému souřadnic x, y , na svislou osu y , jak ukazuje obr.2.7. Obecně platí pro závislost výchylky na čase

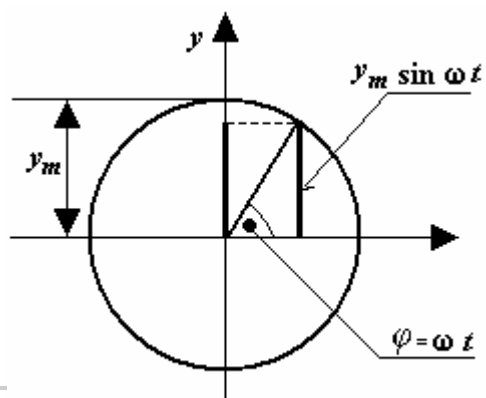
$$y(t) = y_m \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (2.16)$$

kde y_m je maximální výchylka neboli amplituda a φ_0 je počáteční fáze harmonického pohybu v čase $t = 0$. Funkcí výchylky v závislosti na čase $y = f(t)$ je tedy sinusoida (případně s fázovým posunutím podle počátečních podmínek). Uvědomte si, že $\varphi = \omega t$ je úhel otočení, jednotkou úhlu je zde radián, tedy není možné dosazovat úhel φ ve stupních! Závislost okamžité rychlosti resp. okamžitého zrychlení harmonického pohybu na čase získáme první resp. druhou derivací rovnice (2.16)

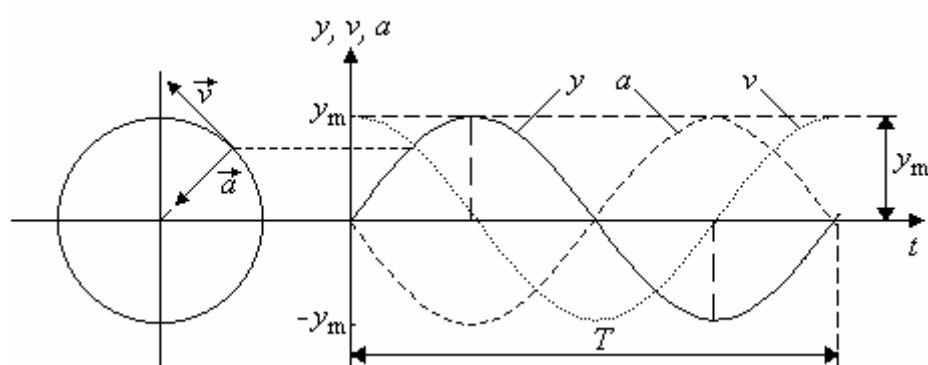
$$v(t) = y_m \omega \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (2.17)$$

$$a(t) = -y_m \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (2.18)$$

Tyto rovnice jsou graficky znázorněny na obr.2.8.



Obr.2.7 Průmět kruhového pohybu na osu y



Obr.2.8 Závislost výchylky, rychlosti a zrychlení na čase pro harmonický pohyb

3. Dynamika hmotného bodu

Dynamika je část mechaniky, která vyšetřuje pohyb hmotného bodu či tělesa tak, že zkoumá jeho příčiny – síly. Síla může mít účinek:

- a) statický – při kterém se deformuje těleso, na které síla působí, ale zůstává přitom v klidu (např. tah, tlak, zkrut a pod.)
- b) dynamický – při kterém síla způsobuje změnu pohybového stavu tělesa (změna polohy, rychlosti a zrychlení).

Základem dynamiky jsou tři Newtonovy pohybové zákony.

Newtonovy pohybové zákony

1. Newtonův pohybový zákon (zákon setrvačnosti) říká, že každé těleso (hmotný bod) setrvává ve stavu klidu nebo pohybu rovnoměrném přímočarém tak dlouho, dokud není vnějšími silami přinuceno tento stav změnit.

Přitom klid je ten stav, ve kterém se poloha tělesa (hmotného bodu) vzhledem ke zvolené vztažné soustavě nemění. Setrvačnost je vlastnost tělesa (hmotného bodu) setrávat v klidu nebo pohybu rovnoměrném přímočarém tak dlouho, dokud na něj nepůsobí vnější síla nebo dokud se výslednice všech vnějších sil na něj působících rovná nule. Všechny soustavy, vzhledem ke kterým je těleso (hmotný bod) v klidu nebo se pohybuje rovnoměrně přímočaře, nazýváme pak inerciální (setrvačné) vztažné soustavy.

2. Newtonův pohybový zákon (zákon síly) říká, že časová změna hybnosti hmotného bodu (tělesa) se rovná výsledné působící vnější síle a má s ní stejný směr. Hybnost \vec{p} je vektorová veličina, definovaná jako součin hmotnosti m hmotného bodu (tělesa) a jeho okamžité rychlosti \vec{v} , tedy

$$\vec{p} = m \vec{v} . \quad (3.1)$$

Jednotkou hybnosti v soustavě SI je $[p] = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. 2. Newtonův pohybový zákon můžeme tedy zapsat ve tvaru

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \approx \frac{\Delta(m\vec{v})}{\Delta t} , \quad (3.2)$$

což pro $m = \text{konst.}$ dává vztah pro sílu

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \vec{a} . \quad (3.3)$$

Zrychlení hmotného bodu má vždy stejný směr jako výsledná působící síla. Tento pohybový zákon platí jen v inerciálních soustavách. V Newtonově klasické mechanice předpokládáme, že hmotnost těles nezávisí na jejich rychlosti vzhledem ke zvolené inerciální soustavě souřadnic. Tento předpoklad je možné učinit tehdy, jestliže rychlost pohybu hmotného bodu (tělesa) je malá v porovnání s rychlostí světla ve vakuu, tj. $3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Pro tělesa pohybující se vysokými rychlostmi platí přesnější relativistická mechanika. Většinou řešíme problémy, kdy $m = \text{konst.}$ Ale existují i případy, kdy hmotnost není konstantní - např. pohyb rakety.

Setrvačná síla \vec{F}_s je síla působící v neinerciální vztažné soustavě na hmotný bod (těleso) o hmotnosti m . Je dána vztahem

$$\vec{F}_s = -m \vec{a} , \quad (3.4)$$

kde \vec{a} je zrychlení neinerciální vztažné soustavy vzhledem ke zvolené inerciální vztažné soustavě. Jako příklad lze uvést kupé ve vlaku, který se rozjíždí se zrychlením \vec{a} . Na všechny předměty uvnitř kupé působí setrvačná síla $\vec{F}_s = -m \vec{a}$, zatímco když jede vlak rovnoměrně přímočaře, platí v kupé stejné zákony jako v domku vedle trati.

Jednotkou síly v soustavě SI je newton $[F] = \text{N} = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$. Příkladem síly může být např. síla dostředivá. Otáčíme-li kuličkou o hmotnosti m upevněnou na provázku o zanedbatelné hmotnosti, pak na kuličku působí síla dostředivá (směrem do středu otáčení) o velikosti

$$F_d = m \frac{v^2}{r} , \quad (3.5)$$

kde v je obvodová rychlost kuličky a r je poloměr otáčení (délka provázku). Dostředivá síla je tedy podle 2. Newtonova zákona rovna součinu hmotnosti tělesa a jeho dostředivého zrychlení, má tedy v libovolném okamžiku směr do středu otáčení (viz obr.2.6). Pro rovnoměrný pohyb kruhový můžeme dostředivou sílu také vyjádřit pomocí frekvence f , periody T a úhlové rychlosti ω

$$F_d = m r \omega^2 = m r \frac{4\pi^2}{T^2} = m r 4\pi^2 f^2 . \quad (3.6)$$

Někdy je vhodné rozložit sílu do složek rovnoběžných s osami souřadnými zvoleného souřadného systému a řešit nezávisle velikost složek zrychlení, rychlosti a polohového vektoru. Výslednou rychlost a výsledné zrychlení pak určíme podle pravidel vektorového součtu. Příkladem takového pohybu je pohyb tělesa po nakloněné rovině. Zde volíme osu x rovnoběžnou s povrchem nakloněné roviny a osu y na ni kolmou. Jestliže neuvažujeme síly tření, pak na těleso působí pouze síla tíhová, kterou rozložíme na složky do námi zvolených os x a y . Platí

$$F_x = m g \sin \alpha , \quad (3.7)$$

$$F_y = m g \cos \alpha . \quad (3.8)$$

Složka síly ve směru osy x má konstantní velikost, tedy velikost zrychlení je také konstantní $a = g \sin \alpha$, a tak pro tento pohyb můžeme psát veškeré známé vztahy popisující přímočarý pohyb rovnoměrně zrychlený, tedy

$$v = v_x = v_0 + g t \sin \alpha \quad (3.9)$$

a z toho vyplývá po integraci

$$x = s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \sin \alpha . \quad (3.10)$$

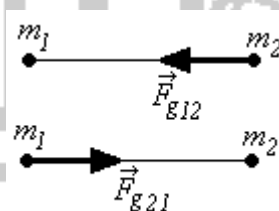
Ve směru osy y je výsledná síla rovna nule (podle principu akce a reakce se vyrovná tlaková síla podložky a tělesa) a těleso se v tomto směru nepohybuje.

3. Newtonův pohybový zákon (princip akce a reakce) říká, že vzájemné síly mezi dvěma tělesy (hmotnými body) mají vždy stejnou velikost a opačný směr (viz obr. 3.1). Nezáleží na tom, zda jedno či obě tělesa jsou v klidu nebo se pohybují. Tělesa na sebe mohou působit buď v přímém kontaktu tlakovou nebo tahovou silou, nebo na sebe mohou působit na dálku např. silou elektrickou nebo gravitační. Zákon lze formulovat i tak, že každá akce vyvolává reakci o stejné velikosti, ale opačného směru. Typickým příkladem může být reaktivní motor, kdy proud plynu unikající z trysky způsobuje pohyb rakety či letadla opačným směrem. Ve většině vyšetřovaných případů bývá hmotnost konstantní, ale typickým příkladem proměnné hmotnosti je právě pohyb rakety. Raketa spaluje palivo, její hmotnost klesá a při konstantním tahu motorů roste zrychlení. Podobně vozy formule 1 dosahují horší časy na jedno kolo po dotankování palivy.

Ze zákona síly lze odvodit vztah

$$F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow m \Delta v = F \Delta t, \quad (3.11)$$

kde $m \Delta v$ je změna hybnosti a $F \Delta t$ je impuls síly. Tyto veličiny se sobě rovnají a z rovnice (3.11) je vidět, že i malá síla působící dlouhou dobu může udělit tělesu velkou hybnost či rychlost a naopak i velká síla působící krátkou dobu může udělit jen malou hybnost či rychlost.



Obr. 3.1 Znázornění vzájemného působení hmotných bodů (zákon akce a reakce)

Newtonův gravitační zákon

Kromě zmíněných tří pohybových zákonů odvodil Newton ještě gravitační zákon, který říká, že libovolné dva hmotné body o hmotnostech m_1 a m_2 jsou vzájemně přitahovány gravitační silou F_g o velikosti přímo úměrné součtu jejich hmotností a nepřímo úměrné druhé mocnině jejich vzdálenosti r . Platí tedy

$$F_g = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (3.12)$$

kde $\kappa = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ je gravitační konstanta. Gravitační síla má vždy směr spojnice těchto dvou hmotných bodů a vztah (3.12) můžeme psát i ve vektorovém tvaru

$$\vec{F}_g = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r}^{\circ}, \quad (3.13)$$

kde \vec{r}° je jednotkový vektor ve směru působící síly. Zde jsme označili sílu, kterou hmotný bod m_1 přitahuje hmotný m_2 bod jako \vec{F}_{g12} . Symbol \vec{F}_{g21} označuje sílu, kterou m_2 přitahuje hmotný bod m_1 . Platí podle zákona akce a reakce

$$\vec{F}_{g12} = -\vec{F}_{g21} . \quad (3.14)$$

Vzhledem k ohromným vzdálenostem mezi všemi nebeskými tělesy můžeme tato nebeská tělesa považovat za hmotné body a Newtonův gravitační zákon používat ve výše uvedeném tvaru. Jelikož gravitační konstanta má velmi malou hodnotu, je gravitační interakce nejslabší interakcí. Newton hodnotu gravitační konstanty jen přibližně odhadl. Změřit ji s přijatelnou přesností byl dlouho velký problém a podařilo se to až o 100 let později H. Cavendishovi (1713-1810) na tzv. gravitačních vahách.

Gravitační pole

Gravitační pole je silové pole gravitačních sil. Na libovolné těleso o hmotnosti m působí gravitační pole silou \vec{F}_g přímo úměrnou hmotnosti tělesa m

$$\vec{F}_g = \vec{K} m , \quad (3.15)$$

kde \vec{K} je intenzita gravitačního pole definovaná jako veličina číselně rovná síle \vec{F}_g , kterou toto pole v daném místě působí na těleso jednotkové hmotnosti

$$\vec{K} = \frac{\vec{F}_g}{m} . \quad (3.16)$$

Gravitační síla \vec{G} je síla, kterou Země přitahuje libovolné těleso o hmotnosti m . (Podle principu akce a reakce stejnou silou přitahuje i toto těleso Zemi.) Platí $\vec{G} = m \cdot \vec{g}$, kde \vec{g} je gravitační zrychlení. Porovnáním vztahu (3.15) s výrazem pro gravitační sílu je zřejmé, že platí

$$m \vec{g} = \vec{K} m \Rightarrow \vec{K} = \vec{g} . \quad (3.17)$$

Jednotkou intenzity gravitačního pole v soustavě SI je $[K] = [g] = \text{N} \cdot \text{kg}^{-1} = \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Podle Newtonova gravitačního zákona (3.12) je zřejmé, že v případě gravitačního pole Země platí pro velikost intenzity gravitačního pole

$$K = g = \kappa \frac{M_{\text{Země}}}{r_{\text{Země}}^2} . \quad (3.18)$$

Z této rovnice můžeme na základě známého gravitačního zrychlení na povrchu Země a známého poloměru Země stanovit i hmotnost Země. Rovněž je vidět, že s rostoucí vzdáleností od Země klesá intenzita gravitačního pole.

Tíhové pole

Homogenní gravitační pole je idealizované gravitační pole, jehož intenzita má v každém bodě stejnou velikost i směr. Například v blízkosti zemského povrchu můžeme předpokládat homogenní gravitační pole, pokud jsou rozměry uvažovaného prostoru a výška nad povrchem Země mnohem menší než poloměr Země. Potom můžeme předpokládat

$$\vec{g} = \text{konst.} \quad (3.19)$$

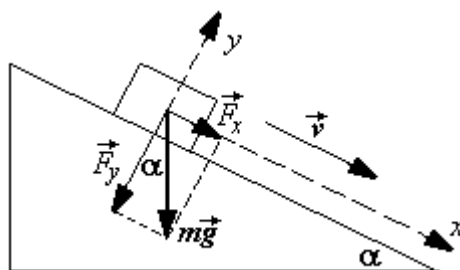
Jelikož Země rotuje, je neinerciálním systémem. Tíha (tíhová síla) \vec{F}_G je výslednicí vektorového součtu gravitační síly \vec{F}_g a odstředivé síly, která vzniká vlivem otáčení Země kolem vlastní osy. Odstředivá síla má směr kolmý k ose rotace a podle teorie rovnoměrného kruhového pohybu je největší na rovníku a nulová na pólech. Tíhové zrychlení \vec{g} je zrychlení udělované tělesům v důsledku tíhové síly působící na hmotný bod o hmotnosti m v daném místě na povrchu Země

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_G}{m} \quad (3.20)$$

Velikost tíhového zrychlení závisí jak na zeměpisné šířce, tak i na nadmořské výšce daného místa. Největší velikost má na pólech (cca $9,83 \text{ m.s}^{-2}$), nejmenší velikost má na rovníku (cca $9,78 \text{ m.s}^{-2}$). Proto je definováno tzv. normální tíhové zrychlení $g_n = 9,806 65 \text{ m.s}^{-2}$, což je mezinárodně dohodnutá standardní veličina odpovídající přibližně velikosti tíhového zrychlení na 45° sš. při hladině moře. Při vyšetřování pohybů těles v blízkosti povrchu Země většinou pokládáme tíhové zrychlení za konstantní o velikosti rovné zaokrouhlené hodnotě $9,81 \text{ m.s}^{-2}$ (resp. 10 m.s^{-2}).

Pohyb těles v homogenním tíhovém poli

Pohyb po nakloněné rovině je znázorněn na obr. 3.2. Tíhová síla $m\vec{g}$ je rozložena na dvě složky. Složka $\vec{F}_x = m\vec{g} \sin \alpha$ působí rovnoběžně s nakloněnou rovinou ve směru spádnice a způsobuje pohyb ve směru osy x . Složka \vec{F}_y působí kolmo k nakloněné rovině a podle zákona akce a reakce je kompenzována reakcí podložky. Zanedbáme-li síly tření a odporu prostředí, těleso se bude pohybovat se zrychlením $\vec{a} = \vec{g} \sin \alpha$ ve směru osy x .



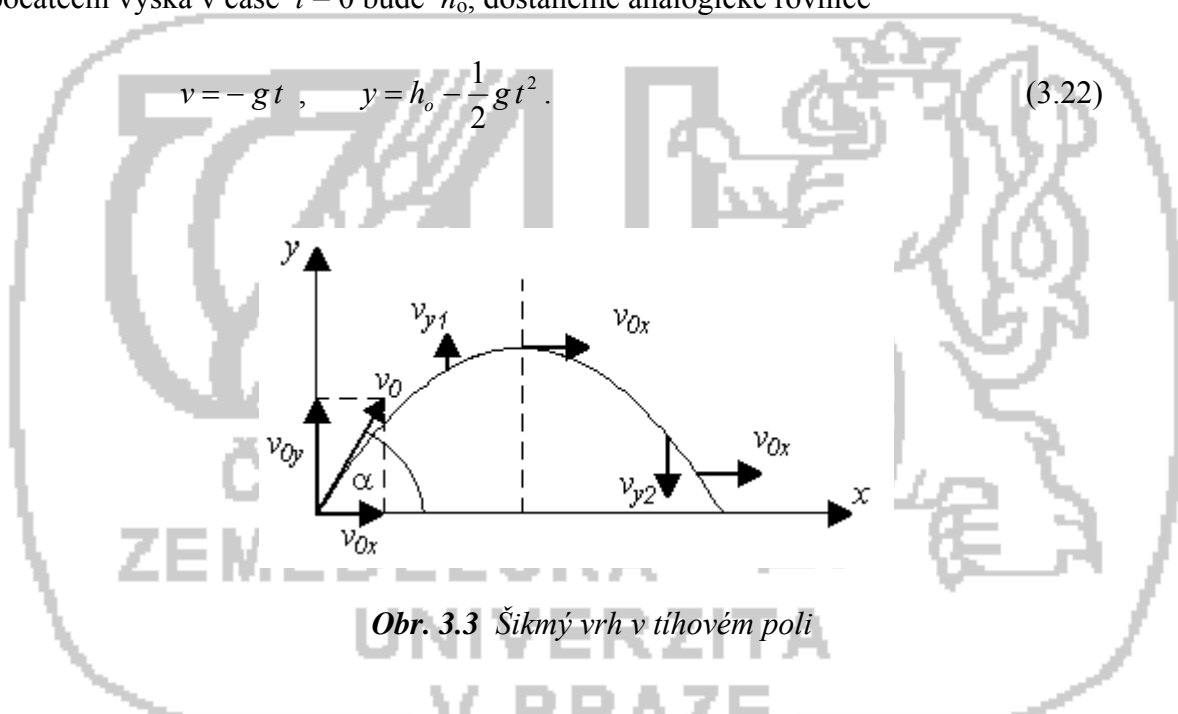
Obr. 3.2 Pohyb po nakloněné rovině

Volný pád hmotného bodu (tělesa) je pohyb hmotného bodu v homogenním tíhovém poli ve vakuu, s počáteční rychlostí vzhledem k povrchu Země $v_0 = 0$. Reálné děje v atmosféře se mohou velmi lišit od idealizovaných případů pro vakuum. Volný pád je tedy příkladem pohybu, kdy síla působící na hmotný bod má konstantní velikost i směr. Pak bude mít stálou velikost a směr i zrychlení tohoto pohybu, které je totožné se zrychlením tíhovým. Jestliže zvolíme jako počátek soustavy souřadnic polohu hmotného bodu ve výchozím místě a osu y orientujeme dolů, pak okamžitá rychlost hmotného bodu v a jeho okamžitá poloha y jsou dány následujícími vztahy odpovídajícími vztahům pro rovnoměrně zrychlený přímočarý pohyb hmotného bodu, kde velikost zrychlení $a = g$

$$v = gt, \quad y = \frac{1}{2}gt^2. \quad (3.21)$$

Jestliže zvolíme počátek souřadné soustavy na povrchu Země, osu orientujeme nahoru a počáteční výška v čase $t = 0$ bude h_0 , dostaneme analogické rovnice

$$v = -gt, \quad y = h_0 - \frac{1}{2}gt^2. \quad (3.22)$$



Obr. 3.3 Šikmý vrh v tíhovém poli

Šikmý vrh hmotného bodu (tělesa) vzhůru pod úhlem α je pohyb v homogenním tíhovém poli s nenulovou počáteční rychlostí v_0 vzhledem k povrchu Země. Jedná se o složený pohyb, který si musíme rozložit do souřadnic x, y a vyšetřovat jej v každé ose zvlášť, jak ukazuje obr. 3.3. Složka pohybu ve vodorovné směru x odpovídá rovnoměrnému přímočarému pohybu s rychlostí $v_x = v_0 \cos \alpha$. Složka pohybu ve svislém směru y odpovídá rovnoměrnému přímočarému pohybu s rychlostí $v_y = v_0 \sin \alpha$ složenému s volným pádem. Závislost souřadnic na čase můžeme tedy matematicky vyjádřit funkcemi

$$x(t) = x_0 + v_0 t \cos \alpha, \quad y(t) = y_0 + v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2, \quad (3.23)$$

kde souřadnice bodu $[x_0, y_0]$ odpovídají místu vrhu. To jsou parametrické rovnice paraboly, parametrem je čas t . Trajektorií tedy bude parabola s vrcholem v nejvyšším bodě letu. Závislost složek rychlosti na čase získáme derivací funkcí (3.23) podle času

$$v_x = v_0 \cos \alpha, \quad v_y = v_0 \sin \alpha - g t, \quad (3.24)$$

Z rovnic (3.23) a (3.24) už můžeme vypočítat všechny parametry vrhu. Například výška vystoupení odpovídá extrému funkce $y(t)$, tedy $v_y = 0$. Souřadnice místa dopadu odpovídá stavu, kdy $x = 0 \wedge x \neq x_0$. Svislý vrh vzhůru či vodorovný vrh jsou speciální případy vrhu a platí pro ně stejné rovnice. V případě svislého vrhu vzhůru $\alpha = 90^\circ$, v případě vodorovného vrhu $\alpha = 0^\circ$.

Nehomogenní gravitační pole. Družice Země

Nehomogenní gravitační pole má v různých místech prostoru různou intenzitu, která závisí na vzdálenosti od zdroje pole. Jestliže popisujeme pohyb planet v gravitačním poli Slunce nebo pohyb Měsíce a umělých družic kolem Země, musíme uvažovat nehomogenní radiální gravitační pole, ve kterém intenzita pole klesá podle Newtonova gravitačního zákona se druhou mocninou vzdálenosti. Na libovolné těleso o hmotnosti m pohybující se v poli tzv. centrálního tělesa o hmotnosti M ve vzdálenosti r působí gravitační přitažlivá síla o velikosti F_g popsaná Newtonovým gravitačním zákonem. Tato přitažlivá síla je ale pro pohybující se těleso zároveň silou dostředivou F_d , která způsobuje zakřivení trajektorie tělesa pohybujícího se rychlostí v . Platí tedy $F_g = F_d$

$F_g = \kappa \frac{M m}{r^2} = K m$, $F_d = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow \kappa \frac{M m}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$, tedy například pro rychlost v tělesa (družice) pohybujícího se v poli centrálního tělesa o hmotnosti M ve vzdálenosti r po kruhové dráze dostáváme $v = \sqrt{\kappa \frac{M}{r}} = \sqrt{K r} = \sqrt{g r}$. Zde jsme vyjádřili rychlost v pomocí velikosti intenzity K gravitačního pole v místě r (tj. pomocí velikosti gravitačního zrychlení g). Za předpokladu, že se jedná o pohyb kruhový (v prvním přiblížení to můžeme předpokládat), platí $v = r \omega = \frac{2\pi}{T}$, tedy například ze známé vzdálenosti r družice od středu Země můžeme stanovit periodu T jejího pohybu.

Pohyb planet – Keplerovy zákony

Obíhání planet je způsobeno gravitačními silami působícími mezi všemi tělesy a závisí na jejich hmotnostech a vzdálenostech podle Newtonova gravitačního zákona. S ohledem na vzdálenosti a rozměry planet je považujeme za hmotné body. Kepler formuloval tři zákony, kterými pohyb planet popsal.

1. Keplerův zákon říká, že planety se pohybují kolem Slunce po elipsách, v jejichž společném ohnisku je Slunce.

Tyto elipsy mají v případě planet velice malou excentricitu (dráhy se příliš neliší od kruhových), ale například u komet bývá excentricita velká.

2. Keplerův zákon říká, že plochy opsané za stejnou dobu průvodičem Slunce-planeta jsou stejné.

To je důsledek zákona zachování energie. Pohyb planet není rovnoměrný, ale jeho rychlost se mění. V perihéliu (Slunci nejbliže), je rychlost planety větší než v aféliu (od

Slunce nejdále). Je-li blíže, má menší potenciální energii. Aby celková energie byla zachována, musí mít větší kinetickou energii tedy větší rychlost.

3. Keplerův zákon říká, že poměr druhých mocnin oběžných dob T_1 a T_2 libovolných dvou planet je stejný jako poměr třetích mocnin jejich hlavních poloos a_1 a a_2 , tedy

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} . \quad (3.25)$$

Keplerovy zákony pochopitelně platí nejen pro planety, ale i pro všechny satelity - umělé družice, měsíce, apod.

Dynamika harmonických kmitů tělesa na pružině

Těleso na pružině kmitá harmonickým pohybem a jeho výchylku y v závislosti na čase t můžeme vyjádřit rovnicí

$$y = A \sin(\omega t + \varphi) , \quad (3.26)$$

kde y je okamžitá výchylka, A amplituda, ω úhlová frekvence, φ fázový posun, $(\omega t + \varphi)$ fáze. Celý pohyb se opakuje po časové periodě T , pro kterou platí $T = 2\pi/\omega = 1/f$.

Je-li v pružině tuhosti k vyvolána vnější silou deformace malé délky y , působí pružina proti tomuto deformujícímu působení silou o velikosti F , která je přímo úměrná délce deformace y a má opačný směr. Platí

$$F = -k y , \quad (3.27)$$

kde tuhost pružiny k je pro danou pružinu konstanta, udává se v jednotkách $[k] = \text{N.m}^{-1}$. Kmitá-li těleso o hmotnosti m na pružině pod vlivem takové elastické síly, pak kmitá harmonicky a pohybovou rovnicí můžeme při zanedbání ztrát energie upravit do tvaru

$$F = ma = -k y \quad \Rightarrow \quad \ddot{y} + \frac{k}{m} y = 0 , \quad (3.28)$$

což je rovnice pro netlumený oscilátor. V reálném případě by rovnice obsahovala ještě člen s první derivací $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$, který by určoval tlumení neboli ztráty energie. Označíme-li ještě

$\omega^2 = \frac{k}{m}$ nebo $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, dostaneme pro periodu pohybu vztah

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} . \quad (3.29)$$

Někdy se hovoří o kyvu, což je polovina kmitu. Doba kmitu tělesa zavěšeného na pružině bude tedy přímo úměrná \sqrt{m} a nepřímo úměrná \sqrt{k} .

Smykové tření

Součinitel vlečného tření je konstanta úměrnosti mezi silou tření T , což je síla, působící proti směru pohybu tělesa a složkou síly N , přitlačující těleso kolmo k podložce. Platí tedy

$$T = fN, \quad (3.30)$$

kde f je součinitel smykového tření. Jeho velikost závisí především na jakosti stýkajících se povrchů, trochu i na rychlosti pohybu. Je-li relativní rychlost rovna nule, uvažujeme o součiniteli za klidu f_k , jinak uvažujeme o součiniteli za pohybu f_p a platí $f_k > f_p$.

K měření součinitele smykového tření se používá tzv. drsnoměr. Vodorovný drsnoměr je vodorovná smyková plocha po níž můžeme posunovat vzorky a tažnou sílu měříme siloměrem. Součinitel za klidu f_k stanovíme z naměřené síly, při které se dal vzorek do pohybu. Pohybuje-li se vzorek rovnoměrně přímočaře, je tažná síla rovna třecí síle a odtud stanovíme součinitel za pohybu f_p .

Sklonný drsnoměr je smyková plocha s měnitelným úhlem vůči vodorovné rovině. Pokud nastavíme její sklon α tak, aby se vzorek právě začal pohybovat, platí

$$f_k = T/N = G \sin \alpha / G \cos \alpha = \operatorname{tg} \alpha. \quad (3.31)$$



4. Práce, výkon, energie

Mechanická energie

Práce W je skalární veličina vyjadřující dráhový účinek síly působící na hmotný bod. Při působení konstantní síly je dána vztahem

$$W = F s \cos \alpha , \quad (4.1)$$

kde α je úhle, který svírá vektor síly \vec{F} s trajektorií pohybu a s je dráha pohybu. Jestliže i dráhu pojmem jako vektor \vec{s} , můžeme napsat obecnější vztah

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} . \quad (4.2)$$

Uvážíme-li, že konstantní síla $\vec{F} = m\vec{a}$ způsobí rovnoměrně zrychlený pohyb hmotného bodu se zrychlením \vec{a} odvodíme, že kinetická energie E_k hmotného bodu o hmotnosti m pohybujícího se rychlostí v je dána výrazem

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 . \quad (4.3)$$

Přírůstek kinetické energie hmotného bodu $\Delta E_k = E_{k_2} - E_{k_1}$ se rovná práci W vykonané výslednicí sil působících na hmotný bod, která působí změnu rychlosti hmotného bodu z rychlosti v_1 na rychlost v_2 . Platí

$$\Delta E_k = E_{k_2} - E_{k_1} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = W . \quad (4.4)$$

Kinetická energie závisí na volbě vztažné soustavy!

Potenciální energie E_p hmotného bodu se rovná práci vykonané silou při přemístění hmotného bodu z daného místa s nulovou potenciální energií. (Záleží na tom, kde ono místo s nulovou potenciální energií definujeme) Tíhová potenciální energie hmotného bodu je potenciální energie hmotného bodu v tíhovém poli. Jestliže považujeme tíhové pole za homogenní, pak tíhová síla vykoná při přemístění hmotného bodu práci W , která se rovná změně potenciální energie ΔE_p hmotného bodu. Podle (4.2) platí

$$\Delta E_p = E_{p_2} - E_{p_1} = m g h_2 - m g h_1 , \quad (4.5)$$

kde v tomto případě zrychlení $a = g$ je tíhové zrychlení. Tíhové zrychlení je vektorovým součtem gravitačního a odstředivého zrychlení a tudíž závisí na poloze daného místa na Zemi (viz kap.3, největší velikost má na pólech, nejmenší velikost má na rovníku). Proto je definováno normální tíhové zrychlení zemského pole $g_0 = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ a to přibližně odpovídá tíhovému zrychlení na 45° severní šířky při hladině moře. Jestliže zvolíme nulovou hladinu potenciální energie ve výšce $h_1 = 0$, pak

$$E_p = m g h . \quad (4.6)$$

Mechanická energie E hmotného bodu se rovná součtu její kinetické a potenciální energie, platí tedy

$$E = E_p + E_k \quad (4.7)$$

Dosadíme-li ze vztahů (4.3) a (4.6) do vztahu (4.7), pro hmotný bod v homogenním tíhovém poli Země platí

$$E = \frac{1}{2} m v^2 + m g h \quad (4.8)$$

Zákon zachování mechanické energie

Zákon zachování mechanické energie říká, že mechanická energie izolovaného hmotného bodu je stálá. Tento zákon platí za předpokladu, že na hmotný bod působí pouze konzervativní síly, nepůsobí tzv. disipativní síly (např. třecí síly). Jestliže vyjádříme mechanickou energii tělesa v tíhovém poli, pak porovnáním stavu částice v místech označených indexy 1 a 2 můžeme vyjádřit ve tvaru

$$E_k + E_p = konst. \Rightarrow E_{k_1} + E_{p_1} = E_{k_2} + E_{p_2} \quad (4.9)$$

Například při volném pádu ve vakuu hmotný bod snižuje potenciální energii a zvyšuje kinetickou energii, ale jejich součet zůstává konstantní. Tedy zákon zachování energie můžeme vyjádřit ve tvaru

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + m g h_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 + m g h_2 = konst. \quad (4.10)$$

Jednotkou práce (energie) v soustavě SI je joule: $[W] = [E] = J = N \cdot m$.

Výkon

Výkon P je veličina charakterizující rychlost konání práce. Je definován jako

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} \quad (4.11)$$

kde ΔW je práce vykonaná za časový úsek Δt . Výkon můžeme také vyjádřit pomocí rychlosti, $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, $\Delta W = F \Delta s$, tedy

$$P = F \cdot v \quad (4.12)$$

Jednotkou výkonu (příkonu) v soustavě SI je watt: $[P] = W = J \cdot s^{-1}$.

Účinnost

Vlivem nevyhnutelných ztrát způsobených různými odpory je výkon každého zařízení vždy menší než příkon. Tyto ztráty charakterizujeme veličinou zvanou účinnost. Účinnost η

je podíl výkonu a příkonu, nebo také podíl práce W vykonané za určitý čas a energie E dodané v tomtéž časovém úseku

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{W}{E} \quad (4.13)$$

Vždy platí, že účinnost $\eta \leq 1$. Účinnost je bezrozměrná veličina, je to poměrné číslo. Po vynásobení tohoto čísla 100 dostaneme tento údaj v %, vyjádření účinnosti v procentech se často používá.



5. Mechanika tuhého tělesa

Mechanika soustavy hmotných bodů

Soustava hmotných bodů je skupina hmotných bodů, které vyšetřujeme jako celek. Zákon zachování hybnosti říká, že v případě, kdy výsledná vnější síla působící na soustavu hmotných bodů je nulová (tzv. izolovaná soustava), je celková hybnost všech hmotných bodů konstantní. Jestliže se změní hybnost některého z hmotných bodů, pak se nutně musí změnit hybnosti dalších hmotných bodů tak, aby výsledná hybnost byla stálá co do směru i velikosti. Pro n hmotných bodů můžeme zákon zachování hybnosti zapsat jako

$$\vec{p} = \vec{p}^* \quad ; \quad \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i^* \quad , \quad (5.1)$$

kde srovnáváme hybnost soustavy \vec{p} hmotných bodů před jejich změnou a po změně \vec{p}^* (vyvolané např. jejich vzájemnou srážkou), kde veličiny označujeme hvězdičkou.

Těleso je objekt konečných rozměrů; prostorově omezená část pevné látky, kapaliny nebo plynu. Tuhé těleso je těleso, které není možné deformovat, tedy vzájemné polohy všech částic se nemění. Těžiště tuhého tělesa (soustavy hmotných bodů) je bod, kterým prochází výslednice všech tíhových sil působících na hmotné body, ze kterých se těleso skládá. Poloha těžiště nezávisí na poloze tuhého tělesa vzhledem k povrchu Země a nemusí být uvnitř tělesa. Těžiště symetrického tělesa o konstantní hustotě je ve středu symetrie (koule, válec a pod.). Souřadnice x_T, y_T, z_T těžiště tělesa, které sestává z n hmotných bodů o hmotnostech m_1, m_2, \dots, m_n , jsou dány vztahy

$$x_T = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n x_i m_i \quad ; \quad y_T = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n y_i m_i \quad ; \quad z_T = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n z_i m_i \quad , \quad (5.2)$$

kde $m = \sum_{i=1}^n m_i$ je hmotnost tělesa. Pohyb tuhého tělesa lze rozložit na pohyb posuvný (translační) a otáčivý (rotační).

Posuvný (translační) pohyb tuhého tělesa je takový pohyb tuhého tělesa vzhledem ke zvolené vztažné soustavě, při kterém všechny hmotné body tělesa opisují trajektorii stejného tvaru a všechny tyto hmotné body mají stejné rychlosti i stejné zrychlení (co do směru i velikosti). Z toho vyplývá, že posuvný pohyb tělesa je možné popsat pohybem jeho libovolného hmotného bodu. A tak pro něj platí veškeré vztahy popisující pohyb hmotného bodu.

Otáčivý (rotační) pohyb tuhého tělesa vzhledem k nehybné ose je takový pohyb tuhého tělesa, při kterém body této osy jsou trvale v klidu a ostatní body opisují kružnice, jejichž středy leží na ose otáčení a jejichž roviny jsou k této ose kolmé. Pro rovnoměrný otáčivý pohyb je úhlová rychlost všech hmotných bodů, ze kterých se těleso skládá, stejná, tj. $\omega = \omega_i = konst.$ Velikost obvodové rychlosti v_i libovolného i -tého hmotného bodu tuhého tělesa závisí ovšem na jeho vzdálenosti r_i od osy otáčení a je dána vztahem

$$v_i = r_i \omega \quad . \quad (5.3)$$

Okamžitá úhlová rychlost $\vec{\omega}$ rotujícího tělesa je rovna derivaci úhlu otočení $\vec{\varphi}$ podle času

$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$, kde úhlové zrychlení $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$. Pro obvodovou rychlost bodu platí

$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$, kde \vec{r} je polohový vektor bodu s počátkem na ose rotace.

Dynamika otáčivého pohybu

Moment setrvačnosti J tuhého tělesa vzhledem k ose otáčení je veličina charakterizující rozložení hmotnosti tělesa vzhledem k této ose a je dán výrazem

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2, \quad (5.4)$$

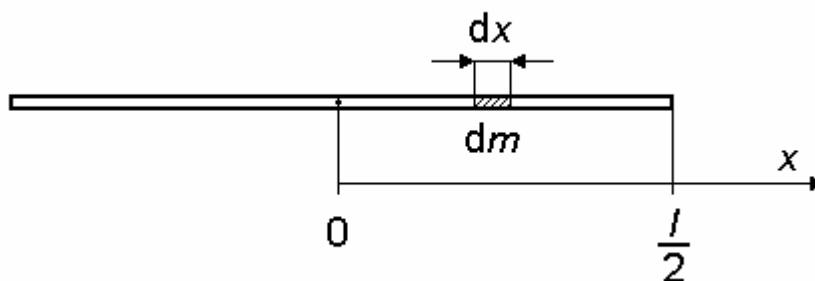
kde m_i je hmotnost i -tého hmotného bodu tělesa a r_i je jeho vzdálenost od osy otáčení. Pro spojitě prostředí přejdeme od sumy k integrálu a můžeme psát

$$J = \int_m r^2 dm, \quad (5.5)$$

kde r je vzdálenost elementu hmotnosti dm od osy rotace. Jednotkou momentu setrvačnosti v soustavě SI je $[J] = \text{kg} \cdot \text{m}^2$. Pro pravidelná tělesa lze moment setrvačnosti vypočítat podle vztahu (5.5).

Například pro tenkou tyčku délky l a hmotnosti m rotující kolem svého středu je výpočet následující. Vyjdeme z obecného vztahu $J = \int r^2 dm$. Podle obr. 5.1 integrujeme přes všechny nekonečně malé úseky tyče o hmotnosti $dm = \frac{m}{l} dx$, které mají délku dx .

$$J = \int_m x^2 dm = 2 \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{m}{l} x^2 dx = 2 \frac{m}{l} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^{\frac{l}{2}} = \frac{ml^2}{12}.$$

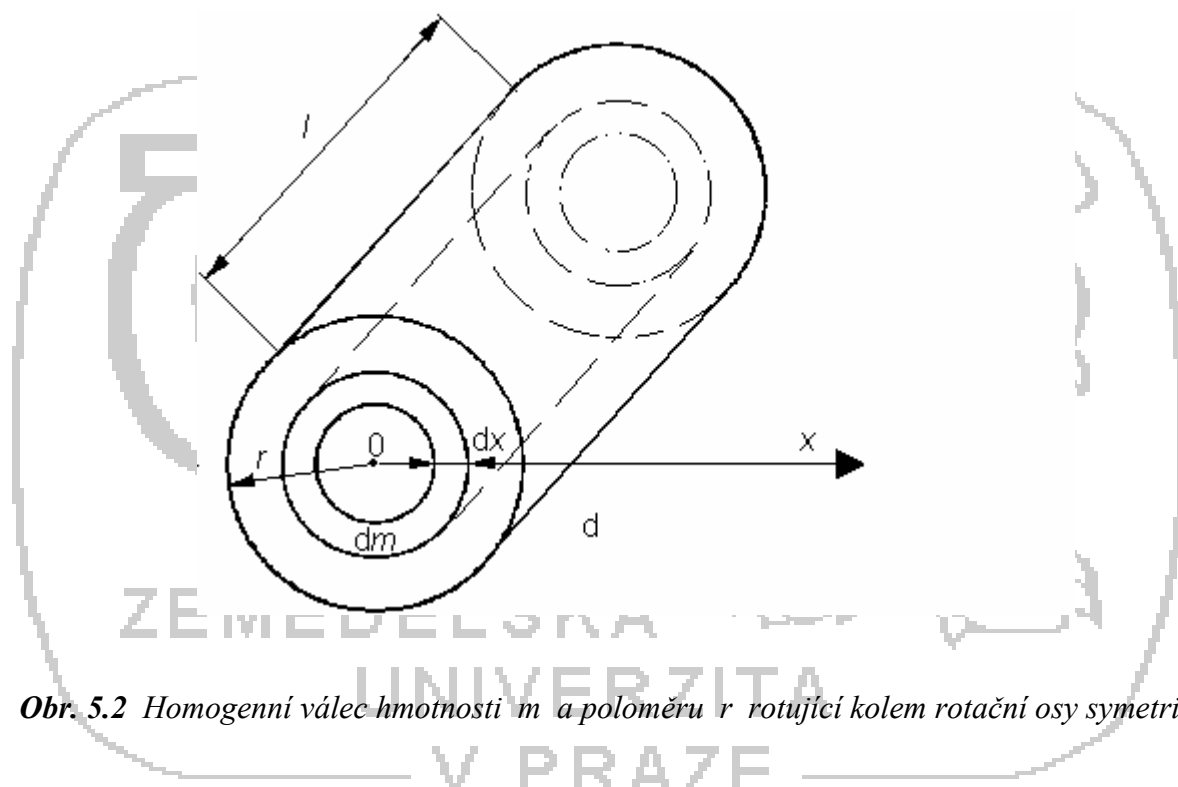


Obr. 5.1 Tenká tyčka hmotnosti m a délky l rotující kolem svého středu

Pro homogenní válec hmotnosti m a poloměru r vzhledem k jeho rotační ose je výpočet následující. Podle obr. 5.2 budeme integrovat přes všechny nekonečně tenké válcové plochy s tloušťkou dx o objemu $dV = 2\pi x l dx$ o hmotnosti dm , tedy přes všechna x od 0 do r . Přitom budeme předpokládat, že válec je homogenní s hustotou ρ .

$$J = \int_m x^2 dm = \int_V x^2 \rho dV = \int_0^r x^2 \frac{m}{\pi r^2 l} 2\pi x l dx =$$

$$= \int_0^r \frac{2m}{r^2} x^3 dx = \frac{2m}{r^2} \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^r = \frac{mr^2}{2} .$$



Obr. 5.2 Homogenní válec hmotnosti m a poloměru r rotující kolem rotační osy symetrie

Kinetická energie E_k rotačního pohybu tuhého tělesa kolem pevné osy má tvar

$$W_k = \frac{1}{2} J \omega^2 . \quad (5.6)$$

Vztah (5.6) můžeme odvodit tak, že ve vztahu (5.4) vynásobíme obě strany rovnice výrazem $\frac{1}{2} \omega^2$, tak sečteme kinetické energie všech hmotných bodů, ze kterých se tuhé těleso skládá (úhlová rychlost všech hmotných bodů je stejná, dráhová rychlost nikoliv). Všimněte si, že vztah (5.6) pro rotační pohyb je analogický se vztahem (4.3) pro translační pohyb.

Celková kinetická energie E tuhého tělesa konajícího obecný pohyb (těleso se zároveň posouvá i otáčí) bude dána vztahem

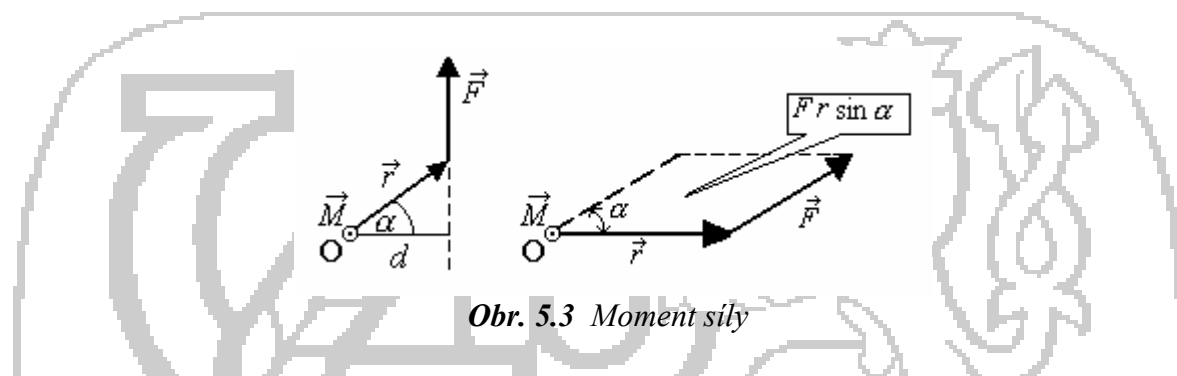
$$E = \frac{1}{2} m v_T^2 + \frac{1}{2} J \omega^2 , \quad (5.7)$$

kde v_T je rychlost těžiště tělesa a ω je úhlová rychlost otáčení tělesa.

Moment síly \vec{M} vzhledem k bodu O je definován

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}, \quad (5.8)$$

kde \vec{r} je polohový vektor působíště síly vzhledem k bodu na ose rotace. Moment síly je mírou otáčivého účinku síly na těleso. Moment síly vzhledem k bodu je vektor o velikosti rovné ploše rovnoběžníka vytvořeného vektory \vec{r} a \vec{F} , kde \vec{r} je polohový vektor působíště síly vedený z bodu O . Pro velikost momentu síly tedy platí $M = r F \sin \alpha$ (viz obr 5.3). Směr vektoru momentu síly je dán definicí vektorového součinu, na obr. 5.3 vektor momentu síly míří kolmo ven z nákresny. Jako mimotechnickou pomůckou lze použít pravidlo pravé ruky: jestliže prsty pravé ruky zahneme do směru otáčení, pak natažený palec ukazuje směr momentu síly.



Obr. 5.3 Moment síly

Dvojice sil je soustava dvou rovnoběžných sil o stejné velikosti a vzájemně opačného směru $\vec{F}, -\vec{F}$. Moment dvojice sil \vec{M} je vektor o velikosti $M = F d$, kde d je vzdálenost vektorových přímkou obou sil (rameno dvojice sil). Jednotkou momentu síly (momentu dvojice sil) v soustavě SI je $[M] = \text{N} \cdot \text{m}$.

Rovnovážná poloha tuhého tělesa je ta poloha, ve které je těleso ve zvolené vztažené soustavě v klidu. Podmínkou rovnovážné polohy je :

- rovnováha vnějších sil působících na tuhé těleso, která nastává tehdy, jestliže výslednice všech vnějších sil působících na těleso je nulová (síly sčítáme vektorově!), tedy $\sum \vec{F}_i = \vec{0}$.
- rovnováha momentů vnějších sil působících na těleso vzhledem k těžišti, která nastává tehdy, kdy je výsledný moment působící na těleso rovný nule (momenty je ovšem nutné sčítat vektorově!), tedy $\sum \vec{M}_i = \vec{0}$.

Pohybová rovnice rotačního pohybu tuhého tělesa má tvar

$$\vec{M} = J \vec{\varepsilon}. \quad (5.9)$$

Opět si všimněte, že vztah (5.9) pro rotační pohyb je analogický se vztahem (3.3) pro translační pohyb.

Harmonické kmity fyzického a matematického kyvadla

Fyzické kyvadlo (obr. 5.4) je těleso hmotnosti m otáčivé kolem vodorovné osy neprocházející jeho těžištěm. Vzdálenost těžiště od osy otáčení je a . Při vychýlení kyvadla z rovnovážné polohy o úhel φ vzniká moment síly \vec{M} vzhledem k ose. Základní pohybová

rovnice pro rotační pohyb má tvar $\vec{M} = J \vec{\varepsilon}$, kde $\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ je úhlové zrychlení. Uvědomíme-

li si, jaký zde vzniká rozklad sil či pravidla vektorového součinu (nakreslete si obrázek s grafickým rozkladem sil), platí $M = -mga \sin\alpha$, můžeme pohybovou rovnici upravit do tvaru

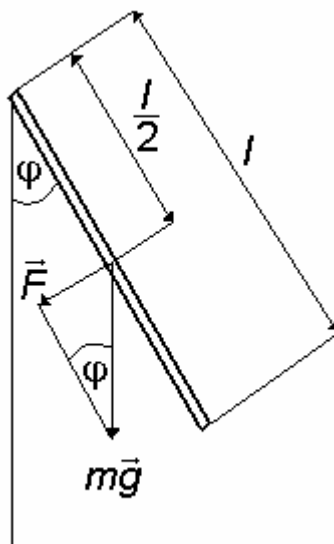
$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mga}{J} \sin\varphi = 0. \quad (5.10)$$

Takovou rovnici bychom ale obecně nemohli vyřešit, proto budeme uvažovat pouze malý rozkmit kyvadla $\varphi \leq 5^\circ$. Potom můžeme aproximovat $\sin\varphi \approx \varphi$ a pohybovou rovnici dále zjednodušit na tvar

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mga}{J} \varphi = 0, \quad (5.11)$$

což je opět rovnice pro harmonický oscilátor. Označíme-li ještě $\omega^2 = \frac{mga}{J}$, nebo $\omega = \sqrt{\frac{mga}{J}}$, dostaneme pro periodu vztah

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mga}}. \quad (5.12)$$



Obr. 5.4 Fyzické kyvadlo

Někdy se také hovoří o kyvech, což jsou poloviny kmitů. Stanovit moment setrvačnosti fyzického kyvadla však bývá problematické. Obvykle se nejedná o pravidelné těleso. Tento problém však odpadá u matematického kyvadla, což je určité zjednodušení problému na

hmotný bod hmotnosti m , který je zavěšen na nehmotném vlákně délky l . Pokud se kyvadlo podobá tomuto zjednodušenému uspořádání, můžeme do uvedených vztahů dosadit $J = ml^2$ a $a = l$, čímž se vztah pro periodu matematického kyvadla zjednoduší na tvar

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} . \quad (5.13)$$

Tento vztah nezávisí na hmotnosti zavěšeného hmotného bodu.



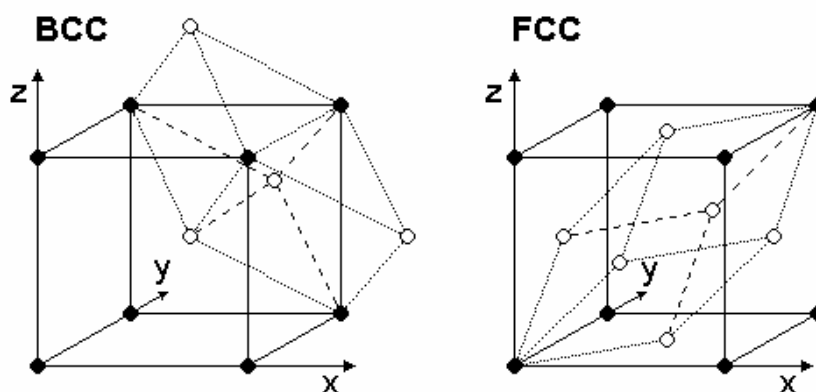
6. Mechanika kontinua

Skupenství, struktura a složení látek

Model tělesa jako prostředí spojitě vyplněného látkou nazýváme kontinuem. Látky přitom mohou být pevné, kapalné i plynné. Atomy či molekuly v kapalinách a plynech jsou poměrně volné a mohou se vzájemně pohybovat. Vzájemné působení sousedních atomů či molekul je poměrně slabé, ovlivňují se hlavně prostřednictvím vzájemných srážek.

Pevné látky můžeme rozdělit na neuspořádané - amorfni (např. skla, organické pryskyřice apod.) a uspořádané, k nimž patří látky krystalické. Pevná látka má vždy snahu zaujmout krystalický stav. Amorfni stav může vzniknout například prudkým ochlazením taveniny, kdy neuspořádaný stav kapaliny "zamrzne" do pevné látky. Poté za pokojové teploty bývají relaxační časy přechodu do krystalického stavu dlouhé, neboť atomy musí překonat určité potenciálové bariéry, aby se dostaly z nesprávných poloh do správných poloh v krystalické mřížce. Za vyšší teploty může k rekrystalizaci dojít mnohem rychleji. Krystalická mřížka je pravidelné periodické uspořádání bodů v prostoru. Jejich základním dělením je rozdělení na sedm krystalografických soustav. Elementární buňka je nejmenší základní geometrické uspořádání bodů, které se v mřížce pravidelně periodicky opakuje. V každé soustavě máme jednu prostou elementární buňku, v některých soustavách máme i buňky centrované. Prostorově centrovaná buňka má kromě vrcholů buňky uzlový bod i uprostřed buňky, plošně centrovaná buňka má uzlové body i uprostřed stěn, bazálně centrovaná buňka má uzlový bod i uprostřed horní a dolní podstavy. Existuje 14 Bravaisových mřížek charakterizovaných 14 Bravaisovými elementárními buňkami, z nichž 7 je primitivních (uzlové body jsou pouze ve vrcholech buňky) a 7 je neprimitivních. Umístíme-li do každého uzlového bodu strukturní jednotku (bázi), vzniká krystalová struktura. Přestože krystalografických soustav je sedm, drtivá většina nerostů krystalizuje v soustavě kubické.

Je rovněž důležité uvědomit si, kolik atomů připadá na jednu elementární buňku. Uvědomíme-li si, do kolika buněk patří každý uzlový bod, vyjde nám například pro kubickou mřížku prostou 1 atom na elementární buňku. U kubické plošně centrované mřížky připadají 4 atomy na elementární buňku, u kubické prostorově centrované mřížky připadají dva atomy na elementární buňku. Obr.6.1 schematicky znázorňuje elementární buňku kubickou prostorově centrovanou (BCC) a elementární buňku kubickou plošně centrovanou (FCC).



Obr.6.1 Elementární buňka v mřížce BCC a FCC

Vazebné síly drží krystaly pohromadě. Soudržnost a chemické vazby jsou důsledkem přitažlivých elektrostatických sil mezi zápornými náboji elektronů a kladnými náboji jader. Mezi nimi se ustaví rovnovážný stav. Gravitační síly jsou zanedbatelné.

Pružnost pevných těles

Pružná (elastická) deformace pevných těles je taková změna rozměrů, tvaru a objemu těles, která je vyvolána účinky vnějších sil a která vymizí, jakmile tyto síly přestanou působit. Těleso se opět vrátí do svého původního tvaru. Napětí (mechanické napětí) σ je definováno jako velikost síly F působící na plochu S deformovaného tělesa dělené touto plochou. Platí tedy

$$\sigma = \frac{F}{S} . \quad (6.1)$$

V případě, kdy síla F je kolmá na plochu S , se jedná o napětí normálové σ_n a sílu nazýváme silou tlakovou (působí směrem do tělesa) nebo silou tahovou (působí v opačném směru). Jestliže síla působí rovnoběžně se zvolenou plochou S , pak se jedná o tečné napětí σ_t a sílu nazýváme silou tečnou. Tahová či tlaková síla působí prodloužení či zkrácení tělesa, tečná síla působí deformaci ve smyku, případně tečná silová dvojice působí torzní deformaci (zkrut).

Hookeův zákon pro tah (resp. tlak) říká, že normálové napětí σ_n je přímo úměrné relativnímu prodloužení ε (platí pouze do určitého maximálního napětí). Relativní prodloužení (zkrácení) ε je poměr změny délky Δl tělesa vyvolané tahovou (tlakovou) silou F a původní délky l_0 tělesa v nezátíženém stavu ($\Delta l = l - l_0$). Můžeme napsat

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0} . \quad (6.2)$$

Relativní prodloužení je bezrozměrná veličina, neboli $[\varepsilon] = 1$. Hookeův zákon nyní můžeme napsat ve tvaru

$$\sigma_n = E \varepsilon , \quad (6.3)$$

kde konstanta úměrnosti E se nazývá Youngův modul pružnosti v tahu (tlaku). Jednotkou napětí (i modulu pružnosti) v soustavě SI je pascal, $[\sigma] = \text{Pa} = \text{N} \cdot \text{m}^{-2}$.

Mez pružnosti je takové napětí, do kterého je deformace materiálu pružná a do kterého platí Hookeův zákon pro tah (tlak). Po překonání této meze se už těleso nevrátí do původního tvaru. Mez pevnosti je napětí, při kterém se materiál přetrhne.

7. Mechanika tekutin

Tekutinami nazýváme souhrnně plyny i kapaliny. Kapaliny jsou látky, které mají prakticky stejný objem (malou objemovou stlačitelnost) a proměnný tvar, který kopíruje tvar nádoby, ve které se nacházejí. Za ideální kapalinu považujeme kapalinu dokonale nestlačitelnou bez vnitřního tření. Může přenášet pouze normálové, nikoli tečné síly. Reálná kapalina je kapalina s vnitřním třením (vizkozitou). Vizkozita charakterizuje vnitřní tření uvnitř reálné kapaliny (viz níže). Plyny jsou látky, u kterých můžeme snadno měnit tvar i objem. Plyn zaujímá vždy celý prostor nádoby, ve které je uzavřen. Za ideální plyn považujeme plyn dokonale stlačitelný, bez vnitřního tření, jehož atomy či molekuly mají zanedbatelný objem a vzájemně na sebe nepůsobí silami na dálku, ovlivňují se pouze prostřednictvím srážek. Reálné kapaliny a plyny se od ideálních vždy trochu liší.

Hydrostatika

Tlak p v tekutině je vyvolán normálovou tlakovou silou F působící kolmo na plochu S v tekutině. Je dán vztahem

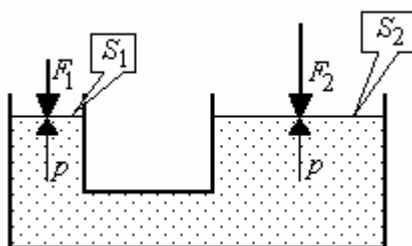
$$p = \frac{F}{S} . \quad (7.1)$$

Jednotkou tlaku v soustavě SI je pascal, $[p] = \text{Pa} = \text{N} \cdot \text{m}^{-2}$.

Pascalův zákon říká, že tlak v kapalinách způsobený vnější silou působící na povrch kapaliny je ve všech místech kapaliny stejný a nezávisí na směru. Pascalův zákon umožňuje získat násobek vyvozené síly na tzv. hydraulickém lisu (viz obr. 7.1). Zde platí

$$p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} ; \quad F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1} ,$$

kde S_1 , S_2 jsou plochy pístů na které působí síly F_1 a F_2 .



Obr. 7.1 Schéma hydraulického lisu

Hydrostatický tlak p_h je tlak vznikající v kapalině (tekutině) v klidu vlivem působení tíhové síly jednotlivých elementů kapaliny. Závisí na výšce sloupce kapaliny h a na hustotě kapaliny ρ . Pokud uvážíme definici tlaku (7.1) a rovněž skutečnost, že na vodorovnou plošku S působí tíhovou silou všechna kapalina (tekutina), která je nad ní v objemu $V = hS$ a

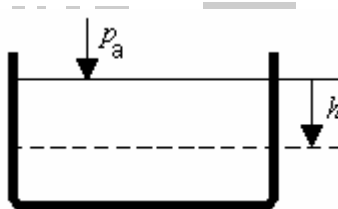
že hustota ρ homogenní (stejnorodé) látky o hmotnosti m a objemu V je definována jako $\rho = \frac{m}{V}$, odvodíme pro hydrostatický tlak vztah

$$p_h = \rho g h . \quad (7.2)$$

Pro kapalinu v otevřené nádobě je tlak v kterémkoli místě vzdáleném o h od povrchu kapaliny

$$p = p_a + \rho g h , \quad (7.3)$$

kde p_a je atmosférický tlak (obr. 7.2). Ze vztahu (7.3) je patrné, že hydrostatický tlak nezávisí na množství kapaliny ani na tvaru nádoby, závisí jen na výšce sloupce kapaliny. I poměrně malé množství kapaliny v úzké dlouhé trubici může způsobit velký hydrostatický tlak. Přetlak je rozdíl tlaku v nádobě a tlaku atmosférického. Normální atmosférický tlak je $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.



Obr. 7.2 Atmosférický tlak na povrch kapaliny

Na těleso ponořené do kapaliny (tekutiny) působí vztlaková síla směrem vzhůru. Archimédův zákon říká, že těleso ponořené do kapaliny (tekutiny) je nadlehčováno silou, která se rovná tíze kapaliny tělesem vytlačené, tedy

$$F_v = V \rho g , \quad (7.4)$$

kde F_v je vztlaková síla, ρ je hustota tekutiny a V je objem tělesa. Je-li hustota tělesa větší než hustota kapaliny (tekutiny), je tíhová síla větší než vztlaková a těleso klesne ke dnu. V opačném případě je vztlaková síla větší než tíhová a těleso plove. V tom případě vztlaková síla působí jen na ponořenou část tělesa a ustaví se rovnováha sil. Těleso je ponořeno takovou svou částí, že velikost vztlakové síly působící na ponořenou část je stejná jako velikost tíhové síly působící na celé těleso.

Archimédův zákon lze odvodit tak, že uvažujeme například krychli o hraně a ponořenou tak, že horní podstava je rovnoběžná s hladinou a je ponořena v hloubce h . Na horní podstavu působí tlak $p_1 = \rho h g$, na dolní podstavu působí vyšší tlak $p_2 = \rho(h+a)g$. Tlaky na boční stěny se kompenzují. Vypočítáme-li nyní výslednici sil působících na těleso, dostaneme právě vztah (7.4) a vztlaková síla má opačný směr než tíhová síla.

Povrch kapalin má oproti vnitřním částem kapalin poněkud odlišné vlastnosti. Tenká pružná vrstva na povrchu kapalin o tloušťce asi 10^{-6} mm se snaží upravit tvar kapalin tak, aby jejich povrch měl co nejmenší plošný obsah. Jestliže na kapalinu nepůsobí žádné vnější síly, zaujímá vlivem působení povrchové vrstvy kulový tvar, neboť tehdy je povrch nejmenší.

Povrchové napětí σ je definováno jako podíl práce ΔW potřebné ke zvětšení plochy povrchu kapaliny o ΔS a této plochy (zvětšení povrchu nastane například při vytahování prstence z kapaliny nebo při vyfukování mýdlové bubliny)

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta S} . \quad (7.5)$$

Uvažujeme-li sílu ΔF působící v rovině tečné k povrchu kapaliny na délku Δl myšleného řezu povrchu kapaliny dělenou touto délkou Δl , můžeme povrchové napětí rovněž definovat jako

$$\sigma = \frac{\Delta F}{\Delta l} . \quad (7.6)$$

Jednotkou povrchového napětí je $[\sigma] = \text{J} \cdot \text{m}^{-2} = \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$. Pozor! Uvažujeme-li tenkou blánu například mýdlovou bublinu, nesmíme zapomenout, že má dva povrchy na přední i zadní straně blány.

Hydrodynamika

Proudění kapalin je uspořádaný pohyb částic kapaliny (tekutiny). Vyšetřujeme ho vzhledem k soustavě souřadnic spojené s potrubím. Charakterizujeme ho myšlenými čarami neboli proudnicemi. To jsou křivky, jejichž tečny mají v libovolném místě směr rychlosti proudění kapaliny. Proudnice u tzv. ustáleného (stacionárního) proudění znázorňují trajektorie, po kterých se částice kapaliny pohybují.

Laminární proudění kapaliny (tekutiny) je proudění, při kterém proudnice netvoří víry. Rychlost kapaliny (tekutiny) závisí na poloze částic kapaliny (tekutiny) vzhledem k ose trubice. U stěn je rychlost nulová vlivem tření, maximální je ve středu trubice.

Turbulentní proudění kapaliny (tekutiny) je takové proudění, při kterém se tvoří víry, dochází k promíchávání kapaliny (tekutiny), rychlost částic kapaliny (tekutiny) se nepravidelně mění.

Rovnice kontinuity vyjadřuje zákon zachování hmotnosti v proudící ideální tekutině. Co přiteče, to musí i odtéci. Pokud se omezíme na nejjednodušší případ proudění tekutiny vodorovným potrubím, objemový průtok tekutiny Q_v (objem tekutiny, který proteče průřezem trubice za jednotku času) je ve všech průřezech trubice konstantní, tedy platí

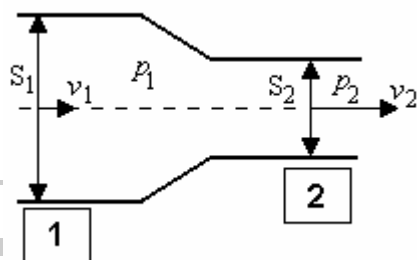
$$Q_v = \frac{S \Delta l}{\Delta t} = S v = \text{konst.} \quad (7.7)$$

Při porovnání rychlosti v_1 v místě o průřezu S_1 a rychlosti v_2 v místě o průřezu S_2 musí platit $v_1 S_1 = v_2 S_2$, aby byl splněn vztah (7.7).

Bernoulliho rovnice vyjadřuje zákon zachování mechanické energie pro stacionární nevířivé proudění ideální kapaliny. Součet potenciální a kinetické energie objemové jednotky proudící tekutiny je konstantní. V případě, že uvažujeme vodorovné potrubí, můžeme Bernoulliho rovnici zapsat ve tvaru

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{konst.} , \quad (7.8)$$

kde ρ je hustota kapaliny a p je tlak v kapalině v místě, ve kterém se kapalina pohybuje rychlostí v . Při porovnání veličin v místě 1 a 2 (obr. 7.3) pak platí $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$. Z Bernoulliho rovnice vyplývá, že v místě, kde $v_2 > v_1$ tedy v zúžené části trubice je tlak menší $p_2 < p_1$. Z Bernoulliho rovnice můžeme například stanovit rychlost v kapaliny vytékající z otvoru, který je od povrchu kapaliny v hloubce h . Předpokládáme-li, že výška hladiny h se nemění, potom $v = \sqrt{2gh}$.

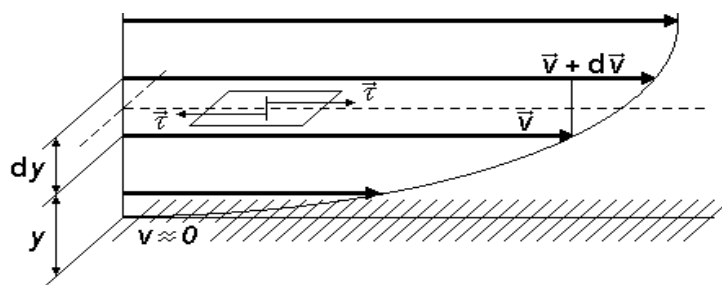


Obr. 7.3 Proudění tekutiny vodorovným potrubím

Při laminárním proudění reálné tekutiny vzniká v důsledku mezimolekulárních sil ve stykové ploše dvou vrstev pohybujících se různou rychlostí v tečné napětí τ , jímž se snaží rychlejší vrstva urychlovat vrstvu pomalejší a ta naopak zpomalovat vrstvu rychlejší. Podle Newtona je toto tečné napětí přímo úměrné gradientu rychlosti dv/dy tj. přírůstku rychlosti dv mezi dvěma přiléhajícími vrstvami dělenému vzdáleností vrstev dy . Platí

$$\tau = \eta \frac{dv}{dy}, \quad (7.9)$$

kde je konstanta úměrnosti η se nazývá dynamická viskozita. Jednotkou dynamické viskozity je $[\eta] = \text{Pa}\cdot\text{s}$. Grafické znázornění rozdělení rychlostí v příčném řezu proudící tekutinou určuje rychlostní profil (viz obr. 7.4). Směrnice tečny v každém bodě tohoto profilu udává gradient rychlosti, který je úměrný velikosti tečného napětí τ . Tekutiny, pro které platí přímá úměrnost ve vztahu (7.4) se nazývají newtonovské, ostatní se nazývají nenewtonovské.



Obr.7.4 Rychlostní profil v proudící tekutině.

8. Molekulová fyzika a termodynamika

Kinetická teorie látek

- Všechna tělesa se skládají z částic – molekul, atomů nebo iontů.
- Částice, ze kterých se skládá těleso, se neustále a neuspořádaně pohybují (tepelný pohyb).
- Částice, ze kterých se skládá těleso, na sebe navzájem působí přitažlivými a odpuzivými silami.

Fyzikální veličiny popisující soustavu částic

Atomová hmotnostní konstanta m_u je definována jako $\frac{1}{12}$ klidové hmotnosti nuklidu uhlíku $^{12}_6\text{C}$: $m_u = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg.

Relativní atomová hmotnost je $A_r = \frac{m_a}{m_u}$, kde m_a je klidová hmotnost atomu.

Relativní molekulová hmotnost je $M_r = \frac{m_m}{m_u}$, kde m_m je klidová hmotnost molekuly.

Avogadrova konstanta N_A udává počet atomů ve 12 gramech nuklidu uhlíku $^{12}_6\text{C}$:
 $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ mol $^{-1}$.

Látkové množství n soustavy částic je definováno $n = \frac{N}{N_A}$, kde N je počet částic soustavy.

Látkové množství $n = 1$ mol tedy obsahuje stejný počet částic, který udává Avogadrova konstanta.

Molární hmotnost je definována $M_m = \frac{m}{n}$, kde m je hmotnost tělesa. Platí:

$$M_m = M_r \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} \text{ resp. } M_m = A_r \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

Molární objem je definován $V_m = \frac{V}{n}$, kde V je objem tělesa.

Vnitřní energie soustavy

Vnitřní energie soustavy U je dána součtem $U = U_k + U_p$, kde U_k je kinetická energie neuspořádaného pohybu částic, které tvoří soustavu, U_p je potenciální energie částic, která vyplývá z jejich vzájemného silového působení

Změna vnitřní energie tepelnou výměnou, teplo

Tepelná výměna je děj, který nastává, když se dvě tělesa dotýkají. Potom neuspořádaně se pohybující částice jednoho tělesa narážejí na neuspořádaně se pohybující částice druhého tělesa a předávají nebo přijímají vnitřní energii. Mírou změny vnitřní energie je veličina *teplo* Q . Jednotkou tepla je *joule* (J).

Soustava přijala / odevzdala teplo, jestliže se její vnitřní energie zvětšila / zmenšila tepelnou výměnou. Je tedy $\Delta U = Q$.

Změna vnitřní energie konáním práce

Posunuje-li vnější síla F píst válce, ve kterém je uzavřen plyn, dochází k jeho stlačování. Tím se zvyšuje vnitřní energie plynu U . Zároveň síla F posouváním pístu koná práci. Posune-li síla F píst o diferenciál dráhy (dráha, jejíž velikost se limitně blíží nule) ds , vykoná

práci: $dW = Fds$. O stejnou hodnotu vzroste vnitřní energie soustavy plynu, tj. $dU = dW$. Při posunutí pístu silou F o dráhu s je vykonaná práce rovna celkové změně vnitřní energie: $W = \int F \cdot ds = \Delta U$.

První věta termodynamická

První věta termodynamická: Teplo Q dodané soustavě se projeví zvýšením vnitřní energie soustavy o ΔU a prací W , kterou soustava vykoná: $Q = \Delta U + W$.

Pro elementární výměnu energie v soustavě platí $dQ = dU + dW$

(dQ a dW značí neúplné diferenciály – hodnota integrálů $\int dQ = Q$ a $\int dW = W$ závisí na integrační cestě a $\int_1^2 dU = U_2 - U_1 = \Delta U$).

Uvažujeme-li jako soustavu plyn, pak práce vykonaná rozpínajícím se plynem je $W = \int_{\Delta V} p dV$. První věta termodynamická pak nabývá tvaru: $\Delta Q = \Delta U + \int_{\Delta V} p dV$.

Teplota

Pokud jsou uvedena dvě tělesa do vzájemného dotyku, mohou nastat dvě možnosti:

a) Mezi tělesy neproběhne tepelná výměna a vnitřní energie každého z nich zůstává stejná. V tomto případě říkáme, že obě tělesa jsou ve vzájemné tepelné rovnováze a oběma jim přiřazujeme stejnou teplotu.

b) Mezi tělesy probíhá tepelná výměna tak dlouho, dokud se nedostanou do vzájemné tepelné rovnováhy. Pokud například do teplého nápoje vložíme kousek ledu, nápoj se ochladí a led roztaje. Celá soustava se po určité době bude nacházet ve stavu tepelné rovnováhy – bude mít stejnou teplotu.

Těleso, jehož vnitřní energie se během tepelné výměny zmenšila, mělo na počátku děje vyšší teplotu, než těleso, jehož vnitřní energie se během tepelné výměny zvětšila. To znamená, že těleso, které teplo odevzdává, má vyšší teplotu než těleso, které teplo přijímá. Po ukončení tepelné výměny mají obě tělesa stejnou teplotu.

Měření teploty využívá poznatků o tepelné rovnováze. Do vzájemného dotyku je uvedeno těleso, jehož teplota je měřena, a těleso srovnávací – teploměr. Po vytvoření tepelné rovnováhy je teplota tělesa rovna teplotě teploměru.

Při měření teploty je využíván fakt, že se změnou teploty se mění i některé další fyzikální veličiny, které popisují stav tělesa – např. objem, tlak, elektrický odpor aj. Nejběžněji se při měření teploty setkáváme s využitím teplotní objemové roztažnosti kapalin (viz dále). Pokud např. teplota roste, zvětšuje se objem kapaliny (např. lihu, rtuti) uvnitř teploměru a na stupnici teploměru se zvyšuje hodnota teploty.

Teplotní stupnice

Celsiova teplotní stupnice se používá pro měření Celsiovy teploty t . Je určena dvěma základními stavy:

1. rovnovážným stavem vody a ledu za tzv. normálního tlaku $p_n = 1,013\,25 \cdot 10^5$ Pa. Tomuto stavu je přiřazena teplota $t_0 = 0$ °C.

2. rovnovážným stavem vody a její syté páry za normálního tlaku $p_n = 1,013\,25 \cdot 10^5$ Pa. Tomuto stavu je přiřazena teplota $t_{100} = 100$ °C.

Mezi oběma uvedenými teplotami je stupnice rozdělena na 100 stejných dílků. Jeden dílek odpovídá 1 °C.

Termodynamická teplotní stupnice se používá pro měření termodynamické teploty T . V současnosti je to základní teplotní stupnice. Je určena pouze jedním základním stavem: rovnovážným stavem ledu, vody a syté vodní páry. Tento stav je nazván trojným bodem vody a je mu přiřazena teplota $T_r = 273,16$ K (kelvinu).

Převodní vztah mezi Celsiovou teplotou t a termodynamickou teplotou T je určen následovně: $t = (T - 273,15) \text{ }^\circ\text{C}$.

Teplotní roztažnost

Teplotní roztažnost je zvětšení rozměrů a tedy také objemů těles při zvýšení jejich teploty. Je-li V_1 objem tělesa při teplotě t_1 , potom při teplotě t_2 je objem tělesa V_2 dán lineárním vztahem: $V_2 = V_1 (1 + \beta \Delta t)$, kde $\Delta t = t_2 - t_1$ a β je součinitel teplotní objemové roztažnosti. (Při výpočtech zpravidla předpokládáme, že při běžných teplotách tento součinitel nezávisí na teplotě.) Z uvedeného vztahu lze zapsat změnu objemu tělesa jako $\Delta V = V_2 - V_1 = V_1 \beta \Delta t$.

Pokud u nějakého pevného tělesa je jeden jeho rozměr mnohonásobně vyšší než ostatní dva (např. délka tyče oproti její šířce a tloušťce), uvažujeme teplotní změnu velikosti pouze u tohoto jednoho rozměru. Potom nehovoříme o teplotní objemové roztažnosti, nýbrž o teplotní délkové roztažnosti. Vztahy pro změnu délky s teplotou jsou analogické vztahům pro změnu objemu s teplotou: $l_2 = l_1 (1 + \alpha \Delta t)$, kde $\Delta t = t_2 - t_1$ a α je součinitel teplotní délkové roztažnosti. Pro většinu pevných látek je $\alpha \approx (10^{-5} \text{ až } 10^{-6}) \text{ K}^{-1}$. Změna délky je $\Delta l = l_2 - l_1 = l_1 \alpha \Delta t$.

Pro izotropní tělesa z pevné látky je $\beta \approx 3\alpha$.

Kalorimetrie

Teplu Q potřebné k tomu, aby látka hmotnosti m zvýšila svou teplotu o Δt je: $Q = m c \Delta t$, kde c je měrná tepelná kapacita dané látky. Tato látková konstanta je tedy definována: $c = \frac{Q}{m \Delta t}$. Například pro ocel je měrná tepelná kapacita $c_o = 450 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, pro vodu při pokojové teplotě $c_v = 4180 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

Tepelná kapacita K tělesa (např. kalorimetru – viz další odstavec) je $K = \frac{Q}{\Delta t} = m c$.

Pro experimentální určení tepla Q , tepelné kapacity K nebo měrné tepelné kapacity c se používá kalorimetr. Kalorimetr je tepelně izolovaná soustava – to znamená soustava, která si nevyměňuje teplo se svým okolím. (Horký čaj tam nevychladne, ledová zmrzlina tam neroztaje – v běžné praxi termoska.)

Měření tepla za pomoci kalorimetru obvykle probíhá tak, že v kalorimetru o tepelné kapacitě K je kapalina o hmotnosti m_1 , měrné tepelné kapacitě c_1 a teplotě t_1 . Dovnitř vložíme těleso hmotnosti m_2 , měrné tepelné kapacity c_2 a teploty t_2 , přičemž $t_2 > t_1$. Mezi kapalinou, kalorimetrem a vloženým tělesem proběhne tepelná výměna. Po vytvoření tepelné rovnováhy má soustava výslednou teplotu t , přičemž $t_2 > t > t_1$. Přitom platí tzv. kalorimetrická rovnice (zákon zachování tepelné energie pro tepelně izolovanou soustavu).

Kalorimetrická rovnice říká, že v izolované soustavě musí být součet tepel přijatých tělesy roven součtu tepel vydaných ostatními tělesy soustavy. Teplejší těleso předává tepelnou energii studenějšímu a studenější těleso přijímá tepelnou energii od teplejšího. Je tedy:

$$m_1 c_1 (t - t_1) + K (t - t_1) = m_2 c_2 (t_2 - t) \leftrightarrow (m_1 c_1 + K) (t - t_1) = m_2 c_2 (t_2 - t), \text{ kde}$$

$m_1 c_1 (t - t_1)$ je teplo přijaté kapalinou,

$K (t - t_1)$ je teplo přijaté kalorimetrem a

$m_2 c_2 (t_2 - t)$ je teplo odevzdané tělesem.

Přeměna skupenství látky hmotnosti m vyžaduje dodání resp. odebrání tepla $Q = m l$, kde l je měrné skupenské teplo dané skupenské přeměny (tání – tuhnutí, vypařování – kondenzace). Pokud například do kalorimetru o tepelné kapacitě K , kde je nalita voda o hmotnosti m_2 , měrné tepelné kapacitě c_2 ($= 4180 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$) a teplotě t_2 , vložíme kus ledu hmotnosti m_1 , měrné tepelné kapacity c_1 ($= 2100 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$) a teploty t_1 , (přičemž $t_2 > t_1$ a t_1 dosahuje záporných hodnot), kalorimetrická rovnice nabude tvaru:

$$m_2 c_2 (t_2 - t) + K (t_2 - t) = m_1 c_1 (0 - t_1) + m l_t + m_1 c_2 (t - 0), \text{ kde}$$

l_t je měrné skupenské teplo tání ledu (teplo které je potřeba dodat 1 kg ledu o teplotě $0 \text{ }^\circ\text{C}$, aby se změnil na 1 kg vody téže teploty).

Analogicky jako v předchozím případě se postupuje, mění-li se pára na kapalinu a opačně.

Přenos tepla

Přenos tepla z oblastí s vyšší teplotou do oblastí s nižší teplotou může být uskutečněn třemi způsoby: vedením tepla, prouděním nebo tepelným zářením.

a) Vedení tepla se uplatňuje především u látek pevného skupenství. Např. pokud vložíme kovovou lžičku nad plamen svíčky, za chvíli nás pálí do prstů i ta část lžičky, která není přímo nad plamenem. Mezi jednotlivými částmi lžičky probíhá tepelná výměna, ale lžička jako celek přitom zůstává v klidu. V tomto případě spočívá podstata tepelné výměny v tom, že částice zahříváné části tělesa mají vyšší vnitřní energii, rychleji se pohybují, narážejí do okolních částic a tím jim předávají část své vnitřní energie, tj. tepla.

b) Proudění vzniká při zahřívání kapaliny nebo plynu zdola. Chladnější kapalina nebo plyn má větší hustotu, klesá dolů a tím vytlačuje vzhůru teplejší kapalinu nebo plyn. Proudící tekutina tímto způsobem přenáší teplo z teplejší oblasti do oblasti chladnější.

c) Tepelné záření tělesa je vyzařování určitého spektra elektromagnetického záření. Při vysílání tepelného záření se vnitřní energie tělesa zmenšuje o energii vyslaného tepelného záření. Při dopadu tepelného záření na druhé těleso se část záření odráží, část tělesem prochází a zbytek záření je tělesem pohlcen. Právě o tuto pohlcenou část tepelného záření se zvyšuje vnitřní energie tělesa.

Ideální plyn

Ideální plyn je zjednodušený model plynu reálného splňující tři následující předpoklady.

a) Rozměry molekul ideálního plynu jsou zanedbatelně malé ve srovnání s jejich vzájemnými vzdálenostmi.

b) Molekuly ideálního plynu na sebe navzájem nepůsobí přitažlivými silami.

c) Vzájemné srážky molekul ideálního plynu a jejich srážky se stěnami nádoby, v níž se nacházejí, jsou dokonalé pružné.

Zjednodušeně lze ideální plyn charakterizovat jako těleso nestálého tvaru, dokonale stlačitelné a bez vnitřního tření. Za běžných podmínek (tj. dostatečně nízkého tlaku a vysoké teploty) můžeme každý reálný plyn považovat za téměř ideální.

Vzájemné srážky molekul způsobují, že se stále mění směr a velikost jejich rychlostí. Soustava plynu jako celek je charakterizována následně definovanými rychlostmi:

$$\text{střední kvadratická} \quad v_k = \sqrt{\frac{3R_m T}{M_m}}, \text{ kde } R_m \text{ je molární plynová konstanta (viz dále),}$$

$$\text{nejpravděpodobnější} \quad v_p = \sqrt{\frac{2R_m T}{M_m}} = \sqrt{\frac{2}{3}} v_k,$$

průměrná
$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8R_m T}{\pi M_m}} = \sqrt{\frac{8}{3\pi}} v_k.$$

Molekula ideálního plynu má v důsledku neuspořádaného posuvného pohybu střední kinetickou energii, která je přímo úměrná termodynamické teplotě plynu. Střední kinetická energie molekuly jedno (dvou, tří a více) atomové je $u = \frac{1}{2} m_0 v_k^2 = \frac{1}{2} s k T$, kde s je počet stupňů volnosti ($s = 3$ pro jednoatomové molekuly, $s = 5$ pro dvouatomové molekuly, $s = 6$ pro troj- a víceatomové molekuly) a $k = \frac{R_m}{N_A}$ je Boltzmannova konstanta.

Celková vnitřní energie soustavy s N molekulami je $U = N u = N \frac{1}{2} s k T = \frac{1}{2} s n R_m T$, kde n je látkové množství plynu.

Stavová rovnice ideálního plynu

Plyn je charakterizován třemi stavovými veličinami – teplotou T , tlakem p a objemem V . Vztah mezi těmito veličinami vyjadřuje rovnice stavová ideálního plynu $pV = nR_m T$. Pokud množství plynu zůstává konstantní, plyne z toho, že pro dva různé stavy plynu platí $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = konst.$

Nachází-li se plyn v tzv. normálních podmínkách, tj. normálním tlaku $p_n = 1,01325 \cdot 10^5$ Pa a normální teplotě $T_n = 273,15$ K, potom 1 mol plynu zaujme objem $V_{mn} = 22,414 \cdot 10^{-3}$ m³ – tzv. normální molární objem. Po číselném dosazení normálních podmínek nabývá stavová rovnice pro 1 mol ideálního plynu tvaru: $\frac{p_n V_{mn}}{T_n} = \frac{p_1 V_{m1}}{T_1} = \frac{p_2 V_{m2}}{T_2} = R_m = 8,314$ J.mol⁻¹.K⁻¹,

kde R_m je molární plynová konstanta. Pro látkové množství n molů je stavová rovnice $\frac{p_n V_n}{T_n} = \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = n R_m$.

Poznámka: Reálné plyny jsou popsány tzv. rovnicí Van der Waalsovou, která se poněkud liší od uvedené stavové rovnice pro ideální plyn.

Stavové změny v plynech

Obecně platí, že se změnou hodnoty některé stavové veličiny, se mění hodnoty obou dvou veličin ostatních. V některých případech však může dojít k tomu, že se při určitém ději v plynu změní pouze dvě stavové veličiny a třetí zůstává konstantní. Jedná se o tyto děje:

- děj *izobarický*: $p = konst.$
- děj *izochorický*: $V = konst.$
- děj *izotermický*: $T = konst.$

Ze stavové rovnice ve tvaru $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ odvodíme vztahy pro uvedené tři děje vykrácením

příslušné konstantní veličiny. Děj *izobarický* je tedy popsán vztahem: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$, děj *izochorický*:

$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$ a děj *izotermický*: $p_1 V_1 = p_2 V_2$.

Tzv. *adiabatický* děj je charakteristický tím, že v jeho průběhu nedochází k výměně tepla mezi soustavou a okolím. Pro děj adiabatický platí: $p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa = konst.$

Poissonova konstanta $\kappa = \frac{C_{mp}}{C_{mv}}$, kde C_{mp} resp. C_{mv} je molární tepelná kapacita při konstantním tlaku resp. konstantním objemu plynu (vztažená na 1 mol plynu). Molární tepelná kapacita plynu s jednoatomovými molekulami je $C_{mv} = \frac{3}{2} R_m$ (pro plyny s dvouatomovými molekulami $C_{mv} = \frac{5}{2} R_m$, pro plyny s tříatomovými a víceatomovými molekulami $C_{mv} = 3R_m$).

Vztah mezi molárními tepelnými kapacitami je dán Mayerovou rovnicí $C_{mp} = C_{mv} + R_m$.

Druhá věta termodynamická

Existuje fyzikální veličina entropie S , kterou můžeme chápat jako tzv. míru neuspořádanosti systému. Čím je větší neuspořádanost systému, tím je větší také jeho entropie.

Druhá věta termodynamická: Existuje stavová funkce entropie S , pro jejíž přírůstek platí $dS \geq \frac{dQ}{T}$, kde dQ je elementární přírůstek dodaného tepla, které uzavřený, tepelně homogenní systém přijme od okolí a T je termodynamická teplota, při které děj probíhá.

Při přechodu systému ze stavu [1] do stavu [2] lze celkovou změnu entropie vyjádřit

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_{[1]}^{[2]} dS \geq \int_{[1]}^{[2]} \frac{dQ}{T}, \text{ kde } S_1 \text{ resp. } S_2 \text{ je entropie systému ve stavu [1] resp. [2].}$$

V tepelně izolované soustavě platí $\Delta S = S_2 - S_1 > 0$ pro nevratné procesy a $\Delta S = S_2 - S_1 = 0$ pro procesy vratné. Teplo může samovolně přecházet pouze z teplejšího tělesa na těleso studenější, nikoliv obráceně.

Prošla-li soustava kruhovým dějem (tj. dějem, při němž je konečný stav soustavy totožný s počátečním stavem), lze tedy psát $\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$.

Kvalitativní formulace první věty termodynamické: Není možné sestavit periodicky pracující tepelný stroj, který by jen přijímal teplo od určitého tělesa (ohříváče) a přitom vykonával stejně velkou práci.

Carnotův cyklus

Přeměna tepla v mechanickou energii se děje v tepelných strojích jejichž princip představuje Carnotův cyklus. Jedná se o vratný kruhový děj, který se skládá ze dvou izotermických a dvou adiabatických dějů. Francouzský inženýr Sadi Carnot dokázal, že účinnost libovolného tepelného motoru η , který pracuje s ohříváčem o teplotě T_1 , a s chladičem o teplotě

$$T_2, \text{ platí } \eta \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Třetí věta termodynamická

Entropie každé chemicky čisté látky při teplotě blízké se 0 K je rovna nule: $\lim_{T \rightarrow 0} S = 0$.

Současně platí, že pokud se termodynamická teplota blíží k absolutní nule, měrné tepelné kapacity látek konvergují také k nule. Teploty absolutní nula nelze dosáhnout.

9. Elektrické pole

Elektrostatika

Elektrostatika studuje vzájemné interakce elektrických nábojů v klidu a jejich elektrických polí.

Každý atom je složen z jádra (obsahujícího kladně nabitě protony a neutrální neutrony) a obalu (tvořeného záporně nabitými elektrony). V elektricky neutrálním atomu je stejný počet elektronů (e^-) v obalu, jako je protonů (e^+) v jádře. Nejmenší náboj (náboj elektronu nebo protonu) je tzv. *elementární náboj*

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (\text{SI jednotka elektrického náboje je coulomb, C})$$

Každý elektrický náboj Q je celočíselným násobkem elementárního náboje.

Iont je atom, který buď jeden nebo více elektronů ztratil, čímž je nabitý kladně ($+Q$), nebo jeden nebo více elektronů získal, čímž je nabitý záporně ($-Q$).

Coulombův zákon

Velikost síly F_e mezi dvěma bodovými náboji je přímo úměrná součinu nábojů Q a Q_0 a nepřímo úměrná čtverci vzdálenosti d mezi nimi:

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q Q_0}{d^2},$$

kde ϵ je *permitivita* prostředí: $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$, $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ (farad na metr) je permitivita vakua a ϵ_r je relativní permitivita prostředí $\left(\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)$.

Dva souhlasné náboje se vzájemně odpuzují, dva nesouhlasné náboje se vzájemně přitahují.

Elektrické pole

V okolí elektrického náboje existuje elektrické silové pole. Pokud je *náboj v klidu*, hovoříme o *elektrostatickém poli*. Na elektricky nabitý předmět umístěný v elektrickém poli působí elektrická síla.

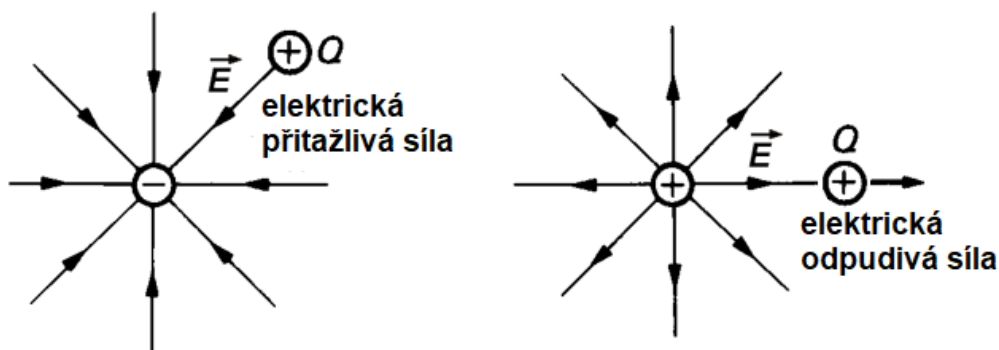
Intenzita elektrického pole \vec{E} v okolí náboje Q , v daném bodě ve vzdálenosti d , je definována jako síla \vec{F} , která působí na jednotkový kladný náboj (1C) umístěný v tomto bodě:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0}. \quad \text{SI jednotka intenzity elektrického pole: } [E] = \text{N/C} \text{ nebo } \text{V/m} \text{ (volt na metr).}$$

Z Coulombova zákona vyplývá, že velikost intenzity elektrického pole E v okolí bodového náboje Q ve vzdálenosti d , je

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q}{d^2}.$$

Intenzita elektrického pole \vec{E} je vektorová veličina. Směr tohoto vektoru v libovolném bodě je směr síly, která by působila na kladný náboj umístěný v tomto bodě (obr. 1).



Obr. 1 Siločáry elektrického pole

Výsledná intenzita elektrického pole \vec{E} je vektorový součet intenzit od všech n nábojů:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

Elektrický potenciál

Pokud se dva elektrické náboje nachází natolik blízko, aby na sebe mohly vzájemně silově působit, má tento systém v důsledku jejich silové interakce určitou potenciální energii. Hodnota potenciální energie je vztažena k určité referenční hladině. Zvolíme tedy hodnotu potenciální energie v nekonečnu rovnou nule ($V_\infty = 0$).

Elektrický potenciál V_A v bodě A je definován jako práce elektrického pole při přenesení jednotkového kladného náboje z tohoto bodu do nekonečna:

$$V_A = \frac{W_{A\infty}}{Q} = \int_A^\infty \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{Q} = \int_A^\infty \frac{\vec{E} \cdot Q}{Q} \cdot d\vec{r} = \int_A^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r}.$$

Lze snadno ověřit, že elektrický potenciál v okolí bodového náboje Q ve vzdálenosti d je:

$$V(d) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q}{d}.$$

Elektrický potenciál je skalární veličina; větší než nula pro kladný náboj a menší než nula pro záporný náboj. Celkový elektrický potenciál V v každém bodě je součtem elektrických potenciálů od všech n nábojů:

$$V = \sum_{i=1}^n V_i.$$

Elektrické napětí U_{AB} je definováno jako práce elektrického pole při přenesení jednotkového kladného náboje z bodu A do bodu B:

$$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{Q} = \int_A^B \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{Q} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_A^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} + \int_\infty^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_A^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} - \int_B^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} = V_A - V_B.$$

Elektrické napětí U_{AB} je tedy rozdíl elektrických potenciálů mezi dvěma body A a B:

$$U_{AB} = V_A - V_B.$$

Jednotkou elektrického potenciálu a elektrického napětí je 1 volt $[V] = [U] = J/C = V$.

Vodiče a izolanty

Materiály, jako je sklo, pryž, porcelán aj., se nazývají *izolanty* neboli *nevodiče*, protože neumožňují volný průchod elektrického náboje. Mnohé látky naopak umožňují snadný průchod elektrického náboje. Tyto materiály, jako jsou kovy (nejlepší vodiče jsou měď, stříbro a zlato), uhlík a některé kapaliny, se nazývají *vodiče*. Důvodem rozdílu v hodnotách elektrické vodivosti mezi vodiči a nevodiči je fakt, že elektrony ve vodičích potřebují relativně málo energie ke svému uvolnění ze struktury atomu a tím pádem k volnému pohybu ve vodiči.

Z hlediska vodivosti jsme rozdělili materiály do dvou kategorií – nevodiče a vodiče. Existuje však ještě „mezikategorie“, a to jsou tzv. *polovodiče*. Jedná se o materiály, jejichž vodivost závisí na vnějších a vnitřních podmínkách. Ke zvýšení vodivosti polovodiče dojde např. zvýšením teploty (změna vnějších podmínek) nebo přidáním příměsi (změna vnitřních podmínek).

Kapacita a kondenzátory

Kapacita vodiče C je jeho schopnost shromažďovat elektrický náboj. Čím větší náboj Q je přenesen na vodič, tím je větší elektrické napětí U mezi tímto vodičem a zemí:

$$Q = C U.$$

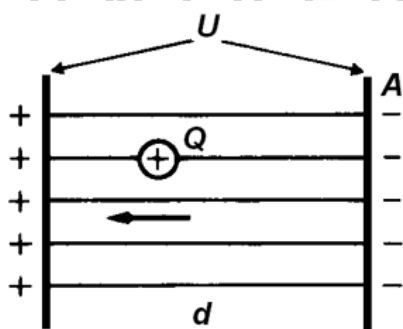
Kapacita C je tedy konstanta úměrnosti mezi nábojem Q a napětím U .

SI jednotkou kapacity je 1 farad: $[C] = F = C/V$.

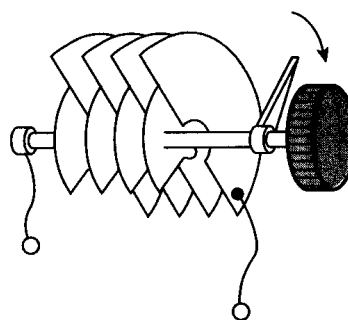
Zařízení pro shromažďování elektrického náboje se nazývá *kondenzátor*. Nejjednodušším příkladem kondenzátoru je *kondenzátor deskový* (obr. 2). Skládá se ze dvou kovových desek o ploše překryvu A , jejichž vzájemná vzdálenost je d . Prostor mezi deskami je vyplněn dielektrikem (izolačním materiálem) o permitivitě ϵ .

Kapacita deskového kondenzátoru C je:

$$C = \frac{\epsilon A}{d}$$



Obr. 2 Deskový kondenzátor



Obr. 3 Kondenzátor s proměnnou kapacitou

Aplikace

Kondenzátory jsou důležité prvky elektrických obvodů. Kondenzátor s proměnnou kapacitou (obr. 3) se používá jako součástka pro ladění rádia. Jedna soustava desek je pevná a druhou je možno pohybovat pomocí otočného knoflíku. Tím dochází ke změně plochy překryvu desek a tudíž i kapacity.

V nabitém kondenzátoru se ukládá elektrická energie. Energie uložená v kondenzátoru je ekvivalentní práci vykonané při nabíjení. Práce potřebná k přemístění elementárního náboje dQ z jedné desky na druhou desku je $dW = U dQ$, kde U je napětí mezi deskami.

Celková vykonaná práce je
$$W = \int_0^Q U dQ = \frac{1}{C} \int_0^Q Q \cdot dQ = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C},$$

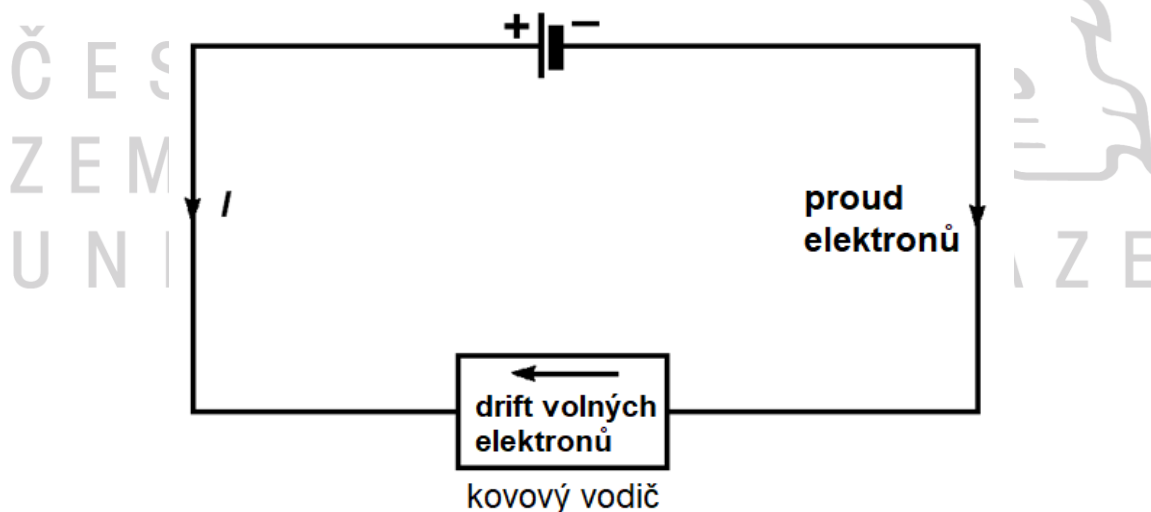
a energie uložená v kondenzátoru je
$$E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} Q U .$$

To dává pro deskový kondenzátor
$$E = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon A}{d} \right) E^2 d^2 = \frac{1}{2} \epsilon A E^2 d .$$

Toto velkého množství uložené energie může být uvolněno během velmi krátké doby – například bleskem fotoaparátu.

Elektrický proud

Elektrický proud je charakterizován jako uspořádaný pohyb elektrických nábojů. K pohybu elektrického náboje je nutná síla buzená elektrickým polem. Ve vodiči vytváří elektrický proud síla působící na elektrony.



Obr. 4 Elektrický proud v kovovém vodiči

V kovech jsou některé elektrony jen slabě vázány ve struktuře atomu a mohou se snadno uvolnit a proudit kovem. V baterii (zdroji napětí) je jedna elektroda kladná a druhá záporná. Baterie je tedy zdrojem *elektromotorické síly* (EMF) díky které elektrony tečou skrz kovový vodič. Když je vodič umístěn v elektrickém obvodu, který obsahuje baterii, pohyb volných elektronů směřuje ke kladnému pólu. Tj. elektrický proud tvořený pouze elektrony má směr od záporného

pólu ke kladnému. Elektrony stále mají tepelný pohyb, ale jejich střední rychlost již není nulová. Nyní směřuje ve směru přiloženého elektrického pole. To je tzv. *driftová rychlost* (obr. 4.)

Dohodnutý směr elektrického proudu I je směr pohybu kladného náboje v elektrickém poli z místa s vyšším potenciálem do místa s nižším potenciálem (obr. 4).

Okamžitý proud i je definován jako množství náboje dQ , které projde průřezem vodiče za jednotku času dt :

$$i = \frac{dQ}{dt}.$$

Pokud proud není funkcí času (za ustálených podmínek), platí:

$$I = \frac{Q}{t},$$

kde I je *stejnoseměrný elektrický proud* (ss nebo DC),

Q je elektrický náboj,
 t je čas.

Jednotkou elektrického proudu je coulomb za sekundu – ampér, základní jednotka SI soustavy.
[I] = C/s = A

ELEKTRICKÝ OBVOD

Elektrický proud teče obvodem, pokud zde existuje potenciálový rozdíl U – svorky zdroje napětí (baterie) jsou připojeny k vodiči.

Ohm experimentálně zjistil, že elektrický proud v kovovém drátu je přímo úměrný rozdílu potenciálů na jeho koncích ($I \sim U$) – platí pro tzv. ohmické materiály.

Konstanta úměrnosti mezi napětím a proudem je *elektrický odpor* R vodiče.

SI jednotkou odporu je 1 ohm, [R] = Ω = V/A.

$$R = \frac{U}{I} \quad \text{nebo} \quad U = R I \quad \text{Ohmův zákon (integrální tvar)}$$

Kovy jsou nejlepší elektrické vodiče. Odpor R homogenního izotropního kovového drátu je přímo úměrný jeho délce l a nepřímo úměrný velikosti jeho příčného plošného průřezu S :

$$R = \rho \frac{l}{S}, \text{ kde}$$

ρ je *rezistivita* – materiálová konstanta drátu, [ρ] = $\Omega \cdot m$

Stříbro, měď a zlato mají nejmenší rezistivitu.

Odpor materiálu závisí na teplotě. Odpor vodičů je přímo úměrný teplotě. Platí tedy:

$$\Delta R = R_0 \alpha \Delta t, \text{ kde}$$

$\Delta R = R - R_0$, R je odpor při konečné teplotě t ,

R_0 je odpor při počáteční teplotě t_0 ,

$\Delta t = t - t_0$ je změna teploty,

α pro daný materiál vodiče je *teplotní koeficient odporu* $[\alpha] = \text{K}^{-1}$.

Převrácená hodnota elektrického odporu R se nazývá *elektrická vodivost (konduktance)* G :

$$G = \frac{1}{R}, \quad \text{SI jednotkou vodivosti je 1 siemens, } [G] = \text{S} = \Omega^{-1}.$$

Aplikace

Odporový teploměr – využívá skutečnost, že elektrický odpor vodičů se zvyšuje se vzrůstající teplotou.

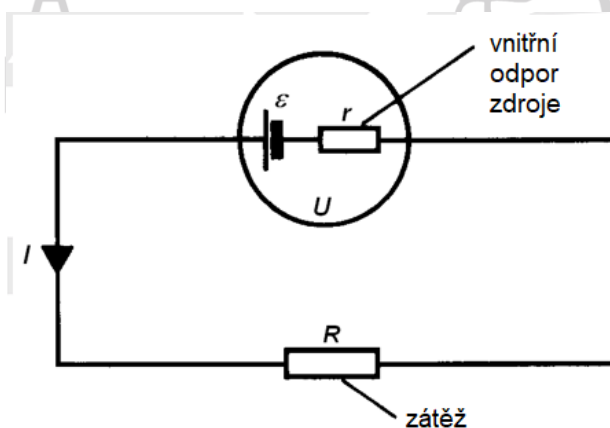
Pojistky

Z bezpečnostních důvodů jsou všechny elektrospotřebiče v domácnosti chráněny pojistkami. Hlavní pojistky jsou obvykle tvořeny krátkými drátky, které jsou zabudovány do porcelánového nosiče. Tloušťka drátku použitého v pojistce je taková, že se přehřeje a roztaví, pokud proud, který jím prochází, překročí předepsaný rozsah. (V důsledku přetížení obvodu nebo zkratu ve vedení, když je opotřebena izolace.) Jakmile se vodič v pojistce roztaví, dojde k přerušení obvodu.

Rezistory

Všechny elektrické prvky v obvodu mají odpor.

Uvnitř zdroje napájení (např. baterie) existuje tzv. *vnitřní odpor* r (obr. 5). Je-li obvod rozpojený, neprotéká jím žádný proud a na svorkách zdroje naměříme napětí ε (napětí naprázdno). Pokud je obvod uzavřený, teče jím proud I a uvnitř zdroje dochází k úbytku napětí $I \cdot r$ v důsledku přeměny elektrické energie na teplo. Proto nyní na svorkách zdroje naměříme menší napětí U (napětí zatíženého zdroje): $U = \varepsilon - I \cdot r$.



Obr. 5 Vnitřní odpor zdroje

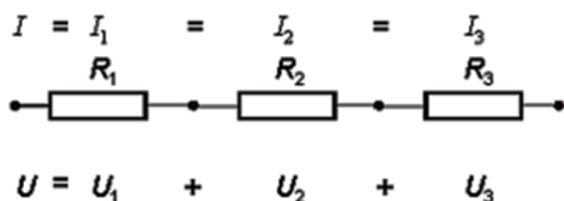
Někdy je potřebné změnit v obvodu nebo v elektrickém spotřebiči hodnotu odporu resp. proudu. K tomu slouží *rezistor*. Proud I , který teče obvodem, je určen *celkovým odporem* $R_{\text{celk.}} = R + r$ a napětím zdroje naprázdno ε :

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}.$$

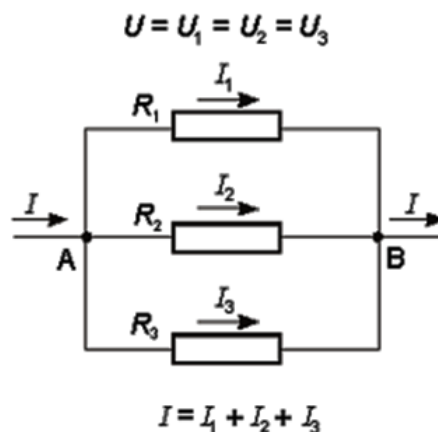
Kombinace rezistorů

Rezistory zapojené do série

Tři rezistory R_1, R_2, R_3 zapojené do série vidíme na obr. 6.



Obr. 6 Rezistory zapojené do série



Obr. 7 Rezistory zapojené paralelně

Proud I je stejný v celém obvodu, protože teče pouze jednou větví. Pokud R je celkový odpor zapojené kombinace a U je celkové napětí, potom:

$$U = IR.$$

Celkové napětí U je součet napětí na jednotlivých rezistorech R_1, R_2, R_3 . Je tedy:

$$U = U_1 + U_2 + U_3,$$

$$U = IR_1 + IR_2 + IR_3,$$

$$IR = IR_1 + IR_2 + IR_3.$$

Z uvedeného vyplývá: $R = R_1 + R_2 + R_3$

Celkový odpor R sériově zapojených rezistorů je součet jednotlivých odporů R_1, R_2, R_3 .

Tento závěr lze zobecnit pro libovolný počet n rezistorů zapojených do série: $R = \sum_{i=1}^n R_i$.

Rezistory zapojené paralelně

Tři rezistory R_1, R_2, R_3 zapojené paralelně vidíme na obr. 7. V obvodu jsou umístěny vedle sebe. Celkový proud I v hlavním obvodu je roven součtu proudů v jednotlivých paralelních větvích. (Viz 1. Kirchhoffův zákon, dle kterého je celkový proud vstupující do uzlu roven celkovému proudu z uzlu vystupujícímu.)

Napětí U je na všech paralelních odporech stejné. Jestliže R je celkový odpor paralelní kombinace a I je celkový proud, pak:

$$I = \frac{U}{R}.$$

I je součet proudů tekoucích jednotlivými rezistory R_1, R_2, R_3 . Je tedy

$$I = I_1 + I_2 + I_3,$$

$$\frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}.$$

Z uvedeného vyplývá:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}.$$

Převrácená hodnota celkového odporu R paralelně zapojených rezistorů je součtem převrácených hodnot jednotlivých odporů R_1, R_2, R_3 ; neboli celková vodivost G paralelně zapojených rezistorů je součtem jednotlivých vodivostí G_1, G_2, G_3 .

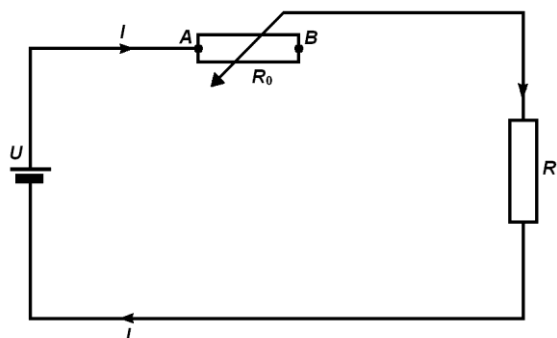
Tento závěr lze zobecnit pro libovolný počet n rezistorů zapojených paralelně:

$$G = \sum_{i=1}^n G_i \Leftrightarrow \frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}.$$

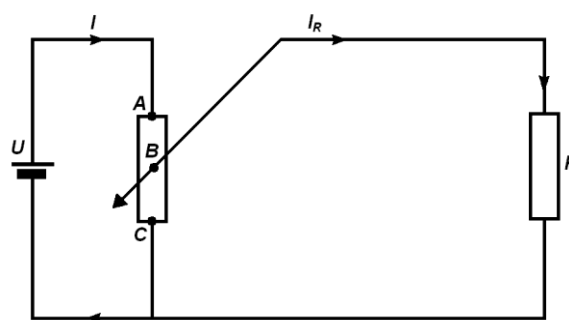
Aplikace

Změna proudu a napětí

Reostat je proměnný odpor pro změnu elektrického proudu v obvodu. V případě drátového reostatu se posuvný jezdec pohybuje podél drátu, tím mění délku drátu zapojeného do obvodu a tedy celkový odpor a proud v obvodu mezi hodnotami I_{\min} a I_{\max} (obr. 4.8). Předpokládejme, že napájecí zdroj má zanedbatelný vnitřní odpor.



Obr. 4.8 Reostat



Obr. 4.9 Potenciometr

Minimální hodnota elektrického proudu v obvodu odpovídá poloze, když je jezdec vpravo (bod B). Celkový odpor v obvodu je $R_{\text{celk.}} = R_0 + R$ a minimální proud:

$$I_{\min} = \frac{U}{R + R_0},$$

kde

U je napětí napájecího zdroje,

R je odpor elektrického zařízení v obvodu,

R_0 je odpor drátu reostatu

Maximální hodnota elektrického proudu v obvodu odpovídá tomu, poloze, když je jezdec vlevo (bod A). Celkový odpor v obvodu je $R_{\text{celk.}} = R$ a maximální proud:

$$I_{\max} = \frac{U}{R}.$$

Potenciometr je proměnný odpor pro změnu elektrického napětí v obvodu (dělič napětí). V případě drátového potenciometru se posuvný jezdec pohybuje podél drátu a tím jej rozděluje na dva rezistory R_{AB} a R_{BC} zapojené do série (obr. 4.9). Proud I protékající sériově zapojenými rezistory je stejný. Předpokládáme, že napájecí zdroj má zanedbatelný vnitřní odpor a že proud I_R tekoucí odporem R je velmi malý; tedy $I_R \ll I$. V tomto případě je celkové napětí na potenciometru (napájecí napětí U) rozděleno na rezistory R_{AB} a R_{BC} úměrně jejich odporům: $U_{AB} = I \cdot R_{AB}$ and $U_{BC} = I \cdot R_{BC}$. Napětí v obvodu lze plynule měnit pohybem jezdc z bodu C (nulové napětí) do bodu A (maximální napětí U). Napětí U_{BC} závisí na poměru odporů R_{AB} a R_{BC} :

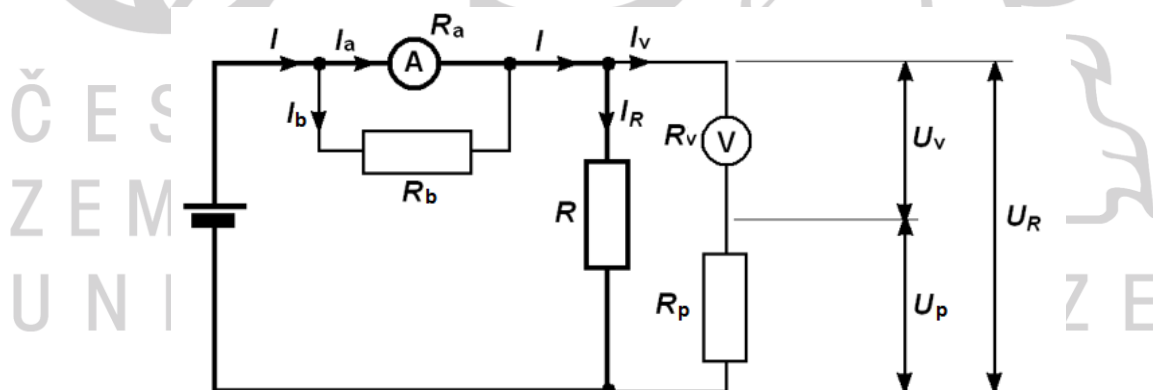
$$Z \quad U = I (R_{AB} + R_{BC}) \quad \text{a} \quad U_{BC} = I R_{BC}$$

$$\text{je} \quad \frac{U_{BC}}{U} = \frac{R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC}}, \quad \text{proto} \quad U_{BC} = \frac{R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC}} U.$$

Měřicí přístroje

Ampérmetr je přístroj používaný k měření elektrického proudu tekoucího vodičem. Připojuje se k němu do série (obr. 4.10). Odpor ampérmetru R_a by měl být co nejmenší, aby se minimalizovaly jeho napěťové ztráty $R_a I_a$.

Pro měření větších proudů, než je měřicí rozsah ampérmetru, je třeba připojit k ampérmetru paralelní odpor R_b , tzv. bočník. Bočníkem potom prochází část proudu I_b . Celkový proud I je součet proudů bočníkem I_b a ampérmetrem I_a . Napětí na bočníku a ampérmetru jsou stejná.



Obr. 4.10 Ampérmetr a voltmetr v obvodu

Voltmetr je přístroj používaný k měření napětí mezi dvěma body v obvodu. Připojuje se k nim paralelně (obr. 4.10). Odpor voltmetru R_v by měl být co největší, aby proud voltmetrem I_v byl co nejmenší ($I_v \ll I_R$).

Pro měření větších napětí, než je měřicí rozsahu voltmetru, je třeba připojit k voltmetru sériový odpor R_p , tzv. předřadný odpor. Voltmetrem a předřadným odporem teče stejný proud I_v . Celkové napětí U_R na rezistoru R je součet napětí na předřadném odporu U_p a na voltmetru U_v .

Elektrická energie

Elektrická energie je forma energie, která souvisí s polohou elektrického náboje v elektrickém poli. Pokud mezi konci vodiče existuje potenciálový rozdíl, elektrická síla uvádí do pohybu elektrony. Velikost síly působící na elektrony ve vodiči určuje velikost proudu. Z definice potenciálového rozdílu (napětí) a elektrického proudu vyplývá, že pokud vodičem prochází náboj dQ a mezi konci vodiče je napětí U , pak práce dW vykonaná za čas dt je

$$dW = U dQ = U I dt \quad (I = \frac{dQ}{dt}).$$

Není-li proud I funkcí času, tj. za ustálených podmínek, platí $I = \frac{Q}{t}$,

kde I je stejnosměrný elektrický proud (DC), Q je elektrický náboj a t je čas.

Celková vykonaná práce potom je

$$W = U I t.$$

Aplikace

Práce elektrického proudu - elektrická energie - je transformována na jiné formy energie. V elektrickém ohřivači se mění na teplo $Q = U I t$, v žárovce na světlo a teplo, v elektromotoru na mechanickou rotační energii atd.

Elektrický výkon

Výkon P je definován jako poměr práce W a času t .

S využitím vztahů pro elektrickou energii a Ohmova zákona můžeme psát:

$$P = \frac{W}{t} = U I = R I^2 = \frac{U^2}{R} \quad [P] = W \text{ (watt)}$$

Aplikace

Z definice výkonu $P = \frac{W}{t}$ platí pro práci vztah $W = P t$.

Potom jednotka práce (elektrické energie): $[W] = [P] \cdot [t] = W \cdot s$

Běžně používanou jednotkou elektrické energie je *1 kilowatthodina* (kWh). Je to energie 1000 W dodávaná 1 hodinu:

$$1 \text{ kWh} = 1000 \cdot 3600 \text{ W} \cdot s \text{ (J)} = 3,6 \text{ MJ}.$$

Polovodiče

Některé materiály nejsou dobrými vodiči ani dobrými izolanty, ale mají vodivé vlastnosti. Jsou to tzv. *polovodiče*. Mezi nejznámější polovodiče patří křemík a germanium.

Pokud se zvýší teplota v čistém polovodiči, tepelná energie vibrujících atomů způsobí, že se některé jejich elektrony uvolní. Tyto elektrony zanechávají v atomu tzv. díru. Jeví se, že tyto díry se v polovodiči pohybují jako volné elektrické náboje a společně s elektrony vytvářejí *vlastní* vodivost. Čím je vyšší teplota, tím více elektronů se uvolňuje. Odpor vlastních polovodičů tedy klesá s rostoucí teplotou (na rozdíl od vodičů). Proto mají polovodiče záporný teplotní koeficient odporu.

Aplikace

Termistor je teplotně závislý odpor vyrobený z polovodivého materiálu.

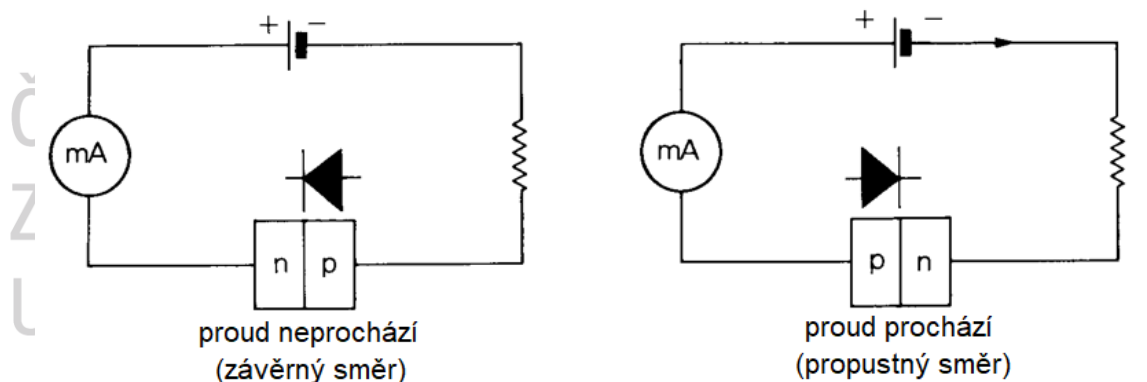
Termistory se používají k omezení proudů v obvodech, například u elektromotorů nebo žárovek v okamžiku zapnutí. Termistory se také používají k ovládání termostatů a požárních hlásičů.

Vodivost, která vzniká přidáním určitého množství příměsi do polovodivého materiálu, se nazývá vodivost *nevlastní (příměsová)*. Atomy křemíku mají čtyři valenční elektrony a ty jsou všechny navázány na sousední atomy.

Když přidáme do křemíku se čtyřmi valenčními elektrony prvek s pěti valenčními elektrony (fosfor, arsen, antimon), jeden elektron ve vazbě mezi atomy přebývá a stane se elektronem vodivostním. Takto vzniká nevlastní elektronová vodivost (polovodič typu N). Příměs, která má o jeden elektron více, je tzv. donor (dárce – daruje elektron).

Analogicky, pokud přidáme příměs se třemi valenčními elektrony (bor, hliník, galium, indium) do polovodivého materiálu se čtyřmi valenčními elektrony, bude jeden elektron ve vazbě mezi atomy chybět. Volné místo po chybějícím elektronu je tzv. díra, která se chová jako volný kladný elektrický náboj. Takto vzniká nevlastní děrová vodivost (polovodič typu P). Příměs, která má o jeden elektron méně, je tzv. akceptor (příjemce – přijímá elektron).

Polovodičová dioda vzniká spojením polovodiče typu P s polovodičem typu N. Tato elektrotechnická součástka umožňuje tok proudu v obvodu pouze jedním směrem. Proud prochází diodou (obvodem) pouze tehdy, když je anoda (typ P) připojena ke kladnému pólu zdroje a katoda (typ N) je připojena k zápornému pólu zdroje – dioda je zapojena v *propustném směru*. Když diodu zapojíme obráceně, do tzv. *závěrného směru*, proud diodou (obvodem) neteče (obr. 4.11).



Obr. 4.11 Polovodičová dioda

Aplikace

Polovodičová dioda je často používána jako usměrňovač, tedy zařízení, které střídavý proud mění na proud stejnosměrný. To je realizováno právě tím, že dioda propouští proud pouze jednosměrně.

Svítilná dioda (LED) symbol:

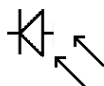


Jedná se o diodu, která svítí, když jí protéká proud. Proud poskytuje nepřetržitý přísun elektronů a děr, které se pohybují přes PN přechod v opačných směrech. Občas dojde k rekombinaci (zániku páru elektron – díra). Pokud nastane rekombinace v oblasti kolem PN přechodu, je

uvolněno kvantum energie. Část této energie je vyzářena jako světlo. Světelné diody se používají jako zdroje světla, obrazovky, kontrolky, v sedmisegmentovém displeji užívaném v digitálních hodinách, měřicí přístroje, kalkulačky atd. Jsou malé, levné, spotřebovávají velmi málo elektrické energie a lze je zapínat a vypínat velmi rychle.

Fotodioda

symbol:



Jedná se o plošnou diodu upravenou tak, aby do oblasti PN přechodu pronikalo světlo (viditelné nebo infračervené). Když světlo dopadá na PN přechod, vytváří se páry elektron-díra. Pokud není PN přechod osvětlen, je voltampérová charakteristika fotodiody stejná, jako je charakteristika běžné diody. Zásadní rozdíl mezi fotodiodou a běžnou diodou se projeví při zapojení diody v závěrném směru. Tehdy dochází u fotodiody k lineárnímu nárůstu proudu při zvětšování osvětlení.

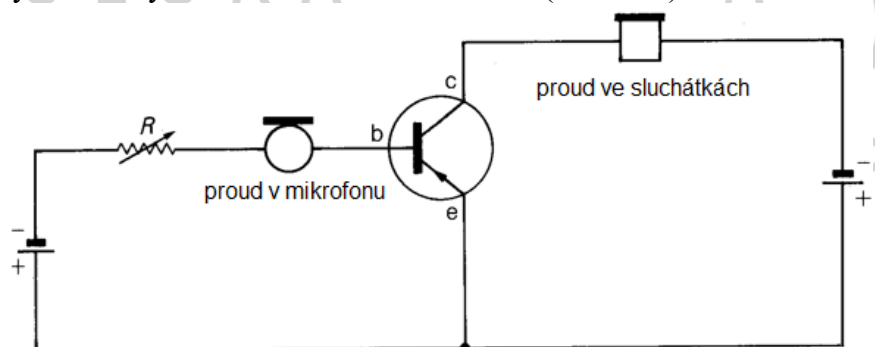
Zapojení fotodiody ve fotovoltaickém (hradlovém) režimu

Na PN přechodu fotodiody je elektrické pole vyvolané volnými elektrony a dírami. Pokud spojíme konce fotodiody přes rezistor, bude jím protékat proud tvořený těmito volnými náboji. Jestliže je PN přechod stále osvětlen, generují se na něm stále další páry elektron-díra a fotodioda je zdrojem stejnosměrného napětí. (Hodnota tohoto napětí je asi 0,5 V.) Takto zapojená fotodioda se chová jako solární článek.

Tranzistor je polovodičová součástka, která má dva PN přechody. Existují dva typy tranzistoru: v uspořádání PNP nebo NPN. Jednotlivé části polovodičových materiálů v tranzistoru jsou označeny jako *kolektor - C*, *báze - B* a *emitor - E*.

Aplikace

Tranzistor je většinou používán jako *proudový zesilovač*. Velmi malá změna vstupního proudu vede k mnohem větší změně výstupního proudu. Hodnota proudového zesílení tranzistoru je mezi 10 a 1000. Praktickou ilustrací je zesílení malého signálu vytvořeného mikrofonem pro vytvoření slyšitelného zvuku ve sluchátku (obr. 4.12).



Obr. 4.12 Zesilovač

V současné době se namísto výroby jednotlivých elektronických prvků uplatňuje spíše výroba *integrováných obvodů (IC)*. Každý integrovaný obvod se skládá z tisíců komponent včetně polovodičových zařízení na velmi malém *křemíkovém čipu*.

10. Magnetické pole

Magnetismus

V prostoru kolem elektrického náboje existuje elektrické pole. Na jakékoli elektricky nabitě těleso umístěné v tomto elektrickém poli působí síla. Vektorová fyzikální veličina, která popisuje elektrické pole, se nazývá intenzita elektrického pole \vec{E} .

Když se elektrický náboj pohybuje, je zdrojem dalšího pole ve svém okolí - magnetického pole. Na elektrický náboj, který se v tomto magnetickém poli pohybuje, působí magnetická síla.

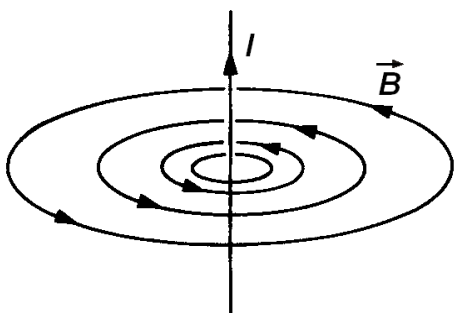
Magnetické pole je popsáno intenzitou magnetické pole \vec{H} nebo magnetickou indukcí \vec{B} . (Velikost B je také označována jako hustota magnetického toku.) Vztah mezi těmito veličinami je $\vec{B} = \mu\vec{H}$, kde μ je permeabilita prostředí.

SI jednotky těchto veličin jsou:

$$[H] = \text{A/m}, [B] = \text{T (tesla)} = \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}, [\mu] = \text{H/m (henry na metr)}.$$

Permeabilita prostředí je $\mu = \mu_0 \mu_r$, kde

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ je permeabilita vakua a μ_r je relativní permeabilita prostředí.



Obr. 1 Magnetické pole kolem přímého vodiče protékaného stejnosměrným proudem

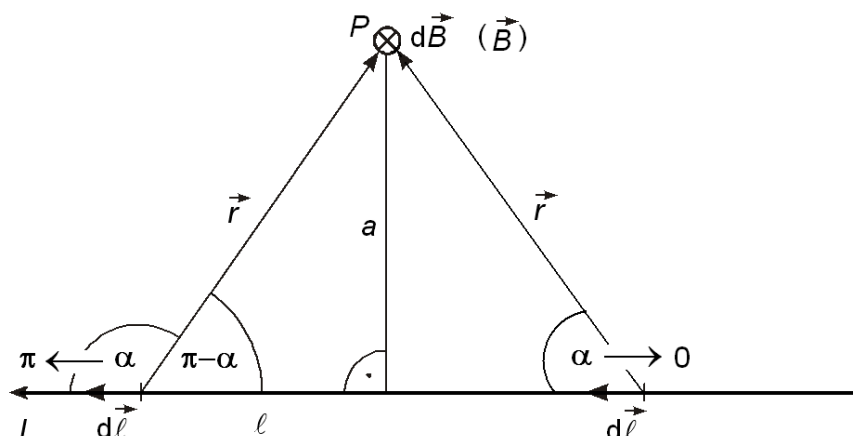
soustředné kružnice kolem vodiče (obr. 1). Orientace těchto magnetických indukčních čar se určí pomocí Ampérova pravidla pravé ruky:

Palec pravé ruky ukazuje směr proudu a zahnuté prsty ukazují orientaci magnetických indukčních čar.

Magnetická indukce v okolí dlouhého přímého vodiče

V okolí dlouhého přímého vodiče délky l protékaného proudem I existuje magnetické pole o magnetické indukcí \vec{B} . Jak plyne z Biotova-Savartova zákona, v bodě P (obr. 2) platí:

Tvar magnetického pole lze popsat magnetickými indukčními čarami. Tečna v každém bodě indukční čáry má směr magnetické indukce. Magnetické indukční čáry jsou orientovány tak, že vycházejí ze severního pólu a vstupují do pólu jižního. Severní pól magnetu přitahuje jižní pól a odpuzuje severní pól. Stejně póly magnetů se odpuzují, opačné se přitahují. Pokud vodičem teče proud, vytváří se v jeho okolí také magnetické pole. V případě přímého vodiče tvoří magnetické indukční čáry



Obr. 2 Magnetická indukce v okolí dlouhého přímého vodiče

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2} \quad (\text{Biotův-Savartův zákon}),$$

kde

$d\vec{B}$ je diferenciální příspěvek magnetické indukce délkového elementu $d\vec{l}$,

\vec{r} je vektor od délkového elementu $d\vec{l}$ k bodu P,

$\vec{r}_0 = \frac{\vec{r}}{r}$ je jednotkový vektor vektoru \vec{r} ,

μ_0 je permeabilita vakua (přibližně též vzduchu).

Celková magnetická indukce \vec{B} v bodě P je potom integrál ze všech jednotlivých délkových elementů (tedy přes celou délku vodiče):

$$\vec{B} = \int_{(l)} d\vec{B} = \int_{(l)} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2}.$$

Platí $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2}$, proto je velikost $dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \sin \alpha}{r^2}$.

Velikost magnetické indukce B pro nekonečný vodič je:

$$B = \int_{(l)} dB = \int_{(l)} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \sin \alpha}{r^2},$$

kde dl , α a r jsou tři proměnné.

Ukážeme si, že dvě z nich jsou funkcí třetí. Z obr. 2 plyne:

$$\frac{l}{a} = \cotg(\pi - \alpha) = \cotg(-\alpha) = -\cotg \alpha,$$

$$l = -a \cotg \alpha, \quad dl = \frac{a}{\sin^2 \alpha} d\alpha$$

$$\text{a} \quad \frac{a}{r} = \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha, \quad r = \frac{a}{\sin \alpha},$$

kde

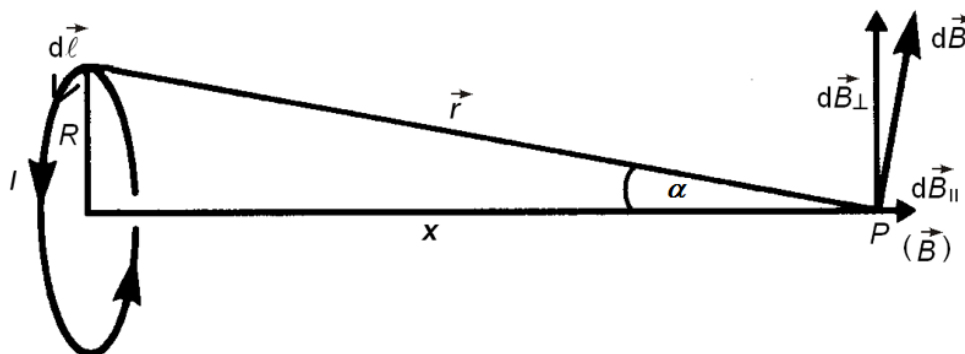
a je kolmá vzdálenost mezi vodičem a bodem P.

Délka l nekonečně dlouhého vodiče probíhá od $-\infty$ do ∞ , což odpovídá změně úhlu α od 0 do π . Velikost magnetické indukce je tedy:

$$B = \int_{(l)} dB = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^\pi \frac{a \sin \alpha \sin^2 \alpha}{a^2 \sin^2 \alpha} d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} [-\cos \alpha]_0^\pi = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}.$$

Magnetická indukce buzená proudovou smyčkou

Použijeme Biotův-Savartův zákon pro situaci na obr. 3.



Obr. 3 Magnetická indukce buzená proudovou smyčkou

Diferenciální příspěvek magnetické indukce je $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2}$, jeho velikost potom je $dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \sin \alpha}{r^2}$.

Každý délkový element $d\vec{l}$ je kolmý na vektor \vec{r} , $\alpha = 90^\circ$ ($\sin \alpha = 1$) pro každý bod smyčky, a proto platí: $dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{r^2}$.

Každý příspěvek magnetické indukce $d\vec{B}$ délkového elementu $d\vec{l}$ v bodě P na ose proudové smyčky o poloměru R , kterou teče proud I , může být rozdělen

na složku paralelní $|d\vec{B}_\parallel| = dB \sin \alpha$ a složku kolmou $|d\vec{B}_\perp| = dB \cos \alpha$.

Kolmé příspěvky se vzájemně vyruší v důsledku symetrie. Každý délkový element $d\vec{l}$ přispívá magnetickou indukcí o velikosti $dB \sin \alpha$ a která leží na ose smyčky. Celková magnetická indukce \vec{B} proto leží na ose smyčky a její velikost je

$$B = \int_{(l)} dB_\parallel = \int_{(l)} dB \sin \alpha = \int_{(l)} \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2} \frac{R}{r} = \frac{\mu_0 I R}{4\pi r^3} 2\pi r = \frac{\mu_0 I R^2}{2r^2}, \quad (\sin \alpha = R/r, \quad l = 2\pi R).$$

Pro cívku resp. solenoid o n závitoch: $B = \frac{\mu_0 n I R^2}{2r^2}$

a pro $r = R$ ve středu cívky resp. solenoidu je magnetická indukce $B = \frac{\mu_0 n I}{2R}$.

Aplikace

Elektromagnet představuje drát navinutý kolem železného jádra. Když drátem protéká proud, vytváří se magnetické pole a jádro se magnetizuje. Elektromagnety se používají ve spínačích, relé, elektrických zvoncích, jeřábech na zvedání kovů atd.

Síla působící na pohybující se elektrický náboj v magnetickém poli

Na částici s elektrickým nábojem Q , která se pohybuje rychlostí \vec{v} v magnetickém poli o indukci \vec{B} působí magnetická síla $\vec{F}_m = Q(\vec{v} \times \vec{B})$. Vzhledem k tomu, že tato síla je výsledkem vektorového součinu, je kolmá na indukci \vec{B} a na rychlost \vec{v} .

Velikost magnetické síly je $F_m = Q v B \sin \alpha$ (α je úhel mezi vektory \vec{v} a \vec{B}).

Pokud $\alpha = 0^\circ$ nebo $\alpha = 180^\circ$, (elektrický náboj se pohybuje ve směru nebo proti směru magnetické indukce), magnetická síla je nulová. Ze zákona síly potom vyplývá, že náboj pokračuje v pohybu rovnoměrném přímočarém ($\vec{v} = \text{konst.}$).

Magnetická síla $F_m = QvB \sin \alpha$ je největší, pokud je rychlost pohybu elektrického náboje kolmá na vektor magnetické indukce ($\alpha = 90^\circ$). Magnetická síla \vec{F}_m je kolmá na rychlost \vec{v} a plní tedy funkci síly dostředivé:

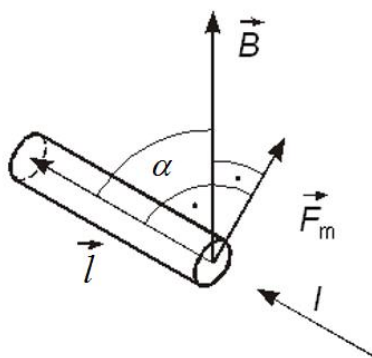
$$F_d = F_m$$

$$\frac{m v^2}{r} = Q v B$$

Potom je trajektorií elektrického náboje v magnetickém poli kružnice o poloměru r .

Síla působící na přímý vodič s proudem v magnetickém poli

Pokud umístíme do homogenního magnetického pole přímý vodič, kterým teče stejnosměrný proud, bude na něj působit magnetická síla $\vec{F}_m = I(\vec{l} \times \vec{B})$ – viz obr. 4. Velikost této síly potom je $F_m = I l B \sin \alpha$.

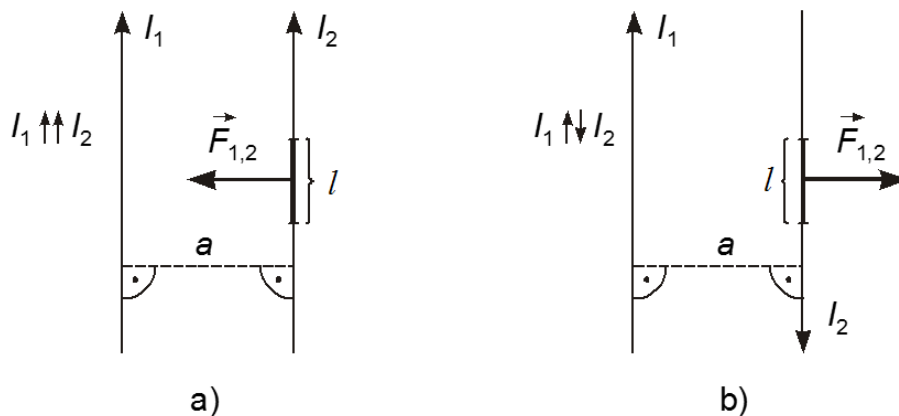


Obr. 4 Magnetická síla působící na přímý vodič

Síla mezi dvěma rovnoběžnými vodiči

Pokud jsou dva vodiče protékány elektrickým proudem umístěny vedle sebe, každý z nich je původcem magnetického pole a na každý z nich působí kolmá magnetická síla vyvolaná magnetickým polem druhého vodiče. Pokud jsou proudy souhlasně orientovány, vodiče se vzájemně přitahují. Jestliže jsou proudy orientovány nesouhlasně, vodiče se odpuzují (obr. 5).

Uvažujme dva rovnoběžné vodiče, umístěné ve vakuu, ve vzdálenosti a , kterými tečou proudy I_1 a I_2 . Velikost indukce magnetického pole B_1 vytvářeného proudem I_1 , které působí na druhý vodič, je dána vztahem $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$.



Obr. 5 Přitažlivá a odpudivá síla mezi dvěma rovnoběžnými vodiči

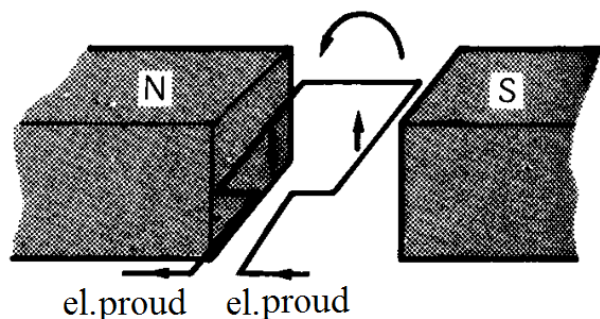
Velikost síly $F_{1,2}$ působící na délku l vodiče, kterým protéká proud I_2 , je potom:

$$F_{1,2} = I_2 l B_1 \sin \frac{\pi}{2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi a}$$

Aplikace

Výše uvedený vztah je použit k definici ampéru (A) – jedné ze sedmi základních jednotek soustavy SI: Ampér je stálý elektrický proud, který při průchodu dvěma přímými rovnoběžnými nekonečně dlouhými vodiči umístěnými ve vakuu ve vzájemné vzdálenosti 1 metr vyvolá mezi nimi stálou sílu o velikosti $2 \cdot 10^{-7}$ newtonu na 1 metr délky vodiče.

Elektromotor je stroj pro přeměnu elektrické energie na energii mechanickou. Pracuje na principu, že elektrický proud procházející smyčkou v magnetickém poli vyvolá síly, které otáčejí smyčkou: Vzhledem k tomu, že proudy ve smyčce jsou opačně orientovány, působí síly vyvolané magnetickým polem v opačných směrech. Výsledkem toho je moment dvojice sil působící na smyčku. Jedna strana smyčky se pohybuje nahoru, druhá strana se pohybuje dolů a smyčka se otáčí (obr. 6).



Obr. 6 Smyčka v magnetickém poli

Magnetické vlastnosti látek

Magnetické pole je důsledkem orbitálního a rotačního pohybu elektronů v atomech. Pohybující se elektrony reprezentují elementární proudové smyčky (elementární magnetické dipóly). Jednotlivé atomy vytvářejí kolem sebe magnetické pole. Vnitřní magnetické pole látky je vektorový součet magnetických polí vzniklých z orbitálního a rotačního pohybu všech elektronů. Pokud vložíme magnetickou látku do vnějšího magnetického pole o indukci \vec{B}_0 , indukce celkového magnetického pole v látce je dána vztahem $\vec{B} = \mu_r \vec{B}_0$ (μ_r je relativní permeabilita látky). Různé látky se v magnetickém poli chovají různě.

Diamagnetické látky (diamagnetika) mají relativní permeabilitu o trochu menší než jedna ($\mu_r < 1$), proto je celkové magnetické pole trochu slabší než vnější magnetické pole. Diamagnetika jsou vnějším magnetickým polem odpuzována. Mezi diamagnetické látky patří např. uhlík, měď, síra a voda.

Paramagnetické látky (paramagnetika) mají relativní permeabilitu o trochu větší než jedna ($\mu_r > 1$), proto je celkové magnetické pole trochu silnější než vnější magnetické pole. Paramagnetika jsou vnějším magnetickým polem přitahována. Mezi paramagnetické látky patří např. hliník, vápník, kyslík a sodík.

Feromagnetické látky (feromagnetika) mají vysokou hodnotu relativní permeability μ_r (typicky 10^4). Feromagnetická látka se skládá z malých magnetizovaných oblastí (domén). Každá doména se chová jako malý magnet. Tyto domény jsou uspořádány náhodně, magnetické efekty domén se navzájem ruší – v případě nezmagnetizované látky. Po vložení feromagnetika do vnějšího magnetického pole se domény natáčejí tak, aby se orientace jejich magnetického pole maximálně blížila orientaci vnějšího magnetického pole. Ve velmi silném vnějším poli jsou všechny domény seřazeny ve směru tohoto pole a látka je velmi silně zmagnetizována. Mezi feromagnetické látky patří např. železo, nikl, kobalt a jejich slitiny.

Aplikace

Paměť magnetických materiálů - magnetické ukládání informací - se používá v elektronických výrobcích (kazetové pásky, počítačové disky atd.).

Střídavý proud

Elektromagnetická indukce

Abychom vyvolali elektrický proud ve vodiči, musí existovat mezi konci vodiče potenciálový rozdíl, tzv. elektromotorické napětí. Když vodičem teče elektrický proud, vytváří se kolem tohoto vodiče magnetické pole. Platí tedy:

elektromotorické napětí \rightarrow elektrický proud ve vodiči \rightarrow magnetické pole kolem vodiče

Faraday ovšem objevil, že platí rovněž opačná implikace výše uvedeného jevu:

Pokud se vodič pohybuje v magnetickém poli, protéká jím elektrický proud a na jeho koncích se indukuje elektromotorické napětí. Také změna magnetického pole vyvolává elektrický proud ve vodiči a elektromotorické napětí na jeho koncích. V obou případech hovoříme o tzv. *elektromagnetické indukci*:

stacionární magnetické pole + vodič v pohybu	}	proud ve vodiči \rightarrow elektromotorické napětí
nestacionární magnetické pole + vodič v klidu		

Faradayův zákon elektromagnetické indukce:

$$u = -\frac{d\phi}{dt}$$

Indukované elektromotorické napětí je dáno zápornou časovou změnou magnetického (indukčního) toku.

Záporné znaménko v uvedené definici vysvětluje *Lenzovo pravidlo*: Proud vyvolaný indukovaným elektromotorickým napětím působí proti změně, která jej vyvolává.

Magnetický (indukční) tok je definován:

$$\phi = \int_S d\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S},$$

kde $d\vec{S}$ je normálový vektor elementární plošky dS z celkové plochy S , kterou prochází vektor magnetické indukce \vec{B} .

$d\phi$ je diferenciální příspěvek celkového magnetického toku ϕ :

$$d\phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B dS \cos \alpha,$$

kde α je úhel mezi vektory $d\vec{S}$ and \vec{B} (obr. 7).

Magnetický tok ϕ se mění v čase se změnou velikosti magnetické indukce B nebo změnou plochy S nebo změnou úhlu α mezi vektory \vec{B} a $d\vec{S}$ resp. kombinací uvedených možností.

SI jednotkou magnetického toku je 1 weber - $[\phi] = [B] \cdot [S] = \text{T} \cdot \text{m}^2 = \text{Wb}$.

Ze vztahu mezi magnetickou indukcí \vec{B} a magnetickým tokem ϕ vyplývá, že magnetickou indukci můžeme také označit jako *hustotu magnetického toku* ($B = \frac{\phi}{S}$).

Indukčnost

Změna proudu protékajícího cívku je spojena s měnícím se magnetickým polem kolem cívky a měnící se magnetické pole indukuje elektromotorické napětí v této cívce.

$$i(t) \rightarrow B(t) \rightarrow \phi(t) \rightarrow u$$

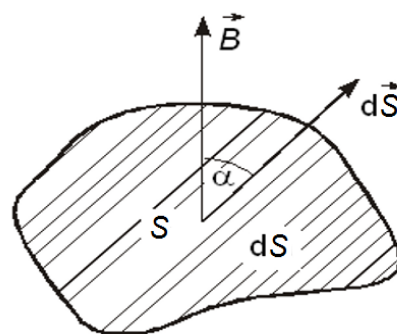
Pokud prochází proměnný proud cívku, na jejích koncích je indukováno elektromotorické napětí – cívka sama indukuje napětí, a proto tento jev označujeme jako *vlastní indukce*.

Přitom platí přímá úměra mezi magnetickým tokem a procházejícím proudem: $\phi \sim i$, přičemž konstanta úměrnosti L je tzv. indukčnost cívky: $\phi = L \cdot i$. $[L] = \text{H}$ (henry)

Po dosazení uvedeného vztahu do Faradayova zákona je zřejmé, že napětí indukované na cívce je přímo úměrné časové změně proudu:

$$u = -\frac{d\phi}{dt} = -L \frac{di}{dt}.$$

Pokud jsou dvě cívky umístěny blízko sebe, měnící se proud v jedné cívce vyvolá indukci napětí v druhé – tento jev je označen jako *vzájemná indukce*.



Obr. 7 Magnetický (indukční) tok

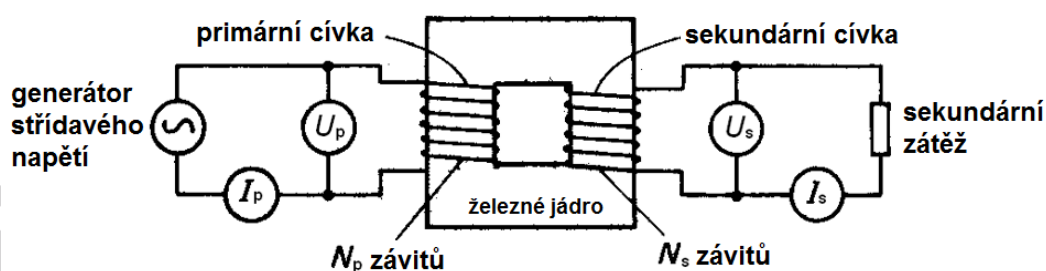
Opět platí, že napětí indukované na cívce je přímo úměrné časové změně proudu. Tentokrát ale je indukované napětí u_2 na druhé cívce přímo úměrné časové změně proudu i_1 v první cívce:

$$u_2 = -M \frac{di_1}{dt},$$

kde M je vzájemná indukčnost. Závisí na materiálu, velikosti, tvaru a relativní poloze cívek; $[M] = \text{H}$.

Aplikace

Příkladem využití vzájemné indukce je transformátor. Skládá se ze dvou cívek navinutých na stejném železném jádru. Změna proudu v jedné cívce indukuje napětí ve druhé cívce (obr. 8).



Obr. 8 Transformátor

Střídavé napětí U_p přiváděné na primární cívku generuje změnu magnetického toku ϕ v jádře a tím se indukuje střídavé napětí U_s v sekundární cívce.

V primární cívce: $U_p = -N_p \frac{d\phi}{dt}$, v sekundární cívce: $U_s = -N_s \frac{d\phi}{dt}$.

Napětí v každé z cívek je přímo úměrné počtu závitů:

$$\frac{U_s}{U_p} = \frac{N_s}{N_p},$$

kde

N_p je počet závitů v primární cívce,

N_s je počet závitů v sekundární cívce.

Napětí U_s indukované v sekundární cívce je přímo úměrné časové změně proudu I_p primární cívky:

$$U_s = -M \frac{dI_p}{dt}.$$

Účinnost transformátoru je minimálně 98 %.

$$\text{účinnost} = \frac{\text{výkon}}{\text{příkon}} (\times 100 \%).$$

Přibližně je tedy výkon P_s roven příkonu P_p (jen málo energie se přemění na teplo).

Platí:

$$U_p I_p = U_s I_s,$$

kde

U_p je napětí na primární cívce,

I_p je proud primární cívkou,

U_s je napětí na sekundární cívce,

I_s je proud sekundární cívkou.

Pokud zkombinujeme výše uvedené vztahy, máme:

$$\frac{I_s}{I_p} = \frac{N_p}{N_s} \quad \text{nebo} \quad \frac{U_s}{U_p} = \frac{N_s}{N_p}.$$

Proudy v cívkách jsou nepřímo úměrné počtu jejich závitů.

Krokový transformátor je navržen tak, aby výstupní napětí U_s bylo větší než vstupní napětí U_p . N_s je tedy větší než N_p a sekundární proud I_s je menší než primární proud I_p .

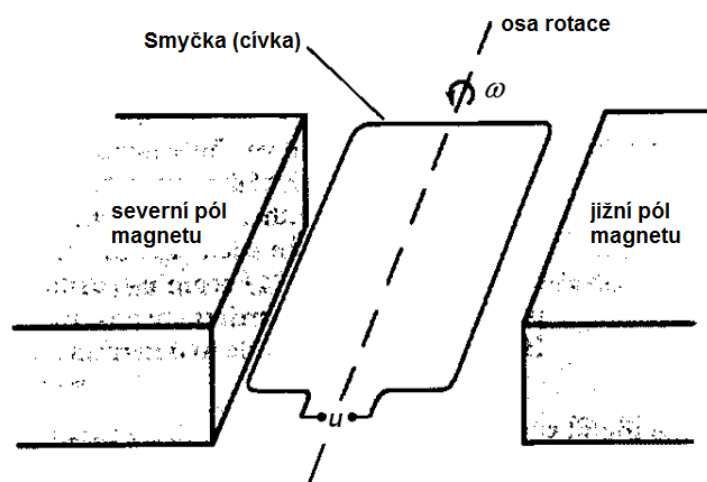
Transformátory hrají důležitou roli v přenosu elektrické energie. Ztráty energie při jejím přenosu jsou způsobeny ohřevem přenosového vedení dle vztahu $Q = RI^2$, kde Q je vzniklé teplo, I je proud a R odpor přenosového vedení. Proto je lepší přenášet elektrickou energii při vysokém napětí a malém proudu.

Aplikace

Střídavý proud

Nejdůležitějším praktickým výsledkem Faradayova objevu je výroba *střídavého proudu* (AC), kdy *elektrický generátor* přeměňuje mechanickou energii na energii elektrickou.

(Na rozdíl od elektromotoru, který přeměňuje elektrickou energii na energii mechanickou).



Obr. 9 Elektrický generátor

Generátor střídavého proudu je sestaven ze smyčky (cívky) o ploše S , která se rovnoměrně otáčí v homogenním magnetickém poli o indukci \vec{B} , které je vytvořeno permanentními magnety (obr. 9). Frekvence f vyrobeného střídavého proudu resp. napětí je dána frekvencí f , se kterou se smyčka otáčí (úhlová frekvence je $\omega = 2\pi f$).

Z Faradayova zákona elektromagnetické indukce víme, že indukované elektromotorické napětí:

$$u = -\frac{d\phi}{dt}, \quad \text{kde} \quad \phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B S \cos \alpha.$$

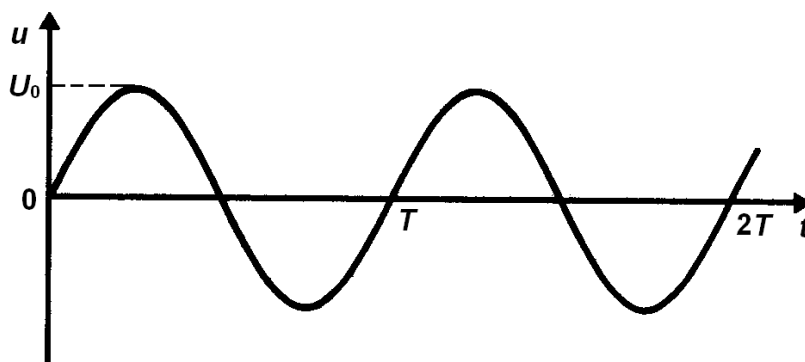
Předpokládejme, že v čase $t = 0$ je úhel α mezi vektory \vec{B} a \vec{S} nulový ($\vec{B} \uparrow \uparrow \vec{S}$),

Potom $\phi(0) = B S$.

V čase t je úhel α mezi vektory \vec{B} a \vec{S} dán vztahem $\alpha = 2\pi f t = \omega t$, takže magnetický tok v tomto čase je $\phi(t) = B S \cos \omega t$, a okamžitá hodnota napětí je

$$u = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(BS \cos \omega t)}{dt} = \omega B S \sin \omega t = U_0 \sin \omega t.$$

Výstupní napětí $u(t)$ má sinusový průběh (obr. 10) s amplitudou $U_0 = \omega B S$ a úhlovou frekvencí $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ (T je perioda).



Obr. 10 Graf závislosti střídavého napětí na čase

Na rozdíl od stejnosměrného proudu (DC) se hodnota střídavého proudu (AC) stále mění. Střední hodnota střídavého proudu resp. napětí za časovou periodu T je v případě harmonického průběhu rovna nule:

$$\bar{U} = \frac{1}{T} \int_0^T u dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_0 \sin \omega t dt = 0.$$

Proto se k určení hodnoty střídavého napětí resp. proudu používá buď jeho amplituda U_0 , anebo tzv. efektivní hodnota:

$$U_{\text{ef}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T (U_0 \sin \omega t)^2 dt = \frac{U_0^2}{2},$$

$$U_{\text{ef}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \quad (\text{pouze pro harmonický průběh}).$$

Efektivní hodnoty střídavého proudu I_{ef} a střídavého napětí U_{ef} jsou takové hodnoty stejnosměrného proudu I a stejnosměrného napětí U , které v daném obvodu mají stejný výkon ($P = U_{\text{ef}} I_{\text{ef}} = U I$).

Průchodu střídavého proudu brání kromě odporu R také tzv. reaktance X . (Reaktance – zdánlivý odpor – charakterizuje vlastnosti té části obvodu střídavého proudu, v níž se elektromagnetická energie nemění v teplo, ale jen v energii elektrického a magnetického pole.) Tato reaktance je způsobena kapacitou C a indukčností L v obvodu. Její hodnota závisí nejenom na hodnotách C a L , ale také na frekvenci f proudu v obvodu.

$$\text{Reaktance kondenzátoru } X_C: X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{\omega C}.$$

Z uvedeného vztahu je patrné, že kondenzátor má tendenci bránit průchodu nízkofrekvenčních proudů, protože jeho reaktance je vysoká při nízké frekvenci.

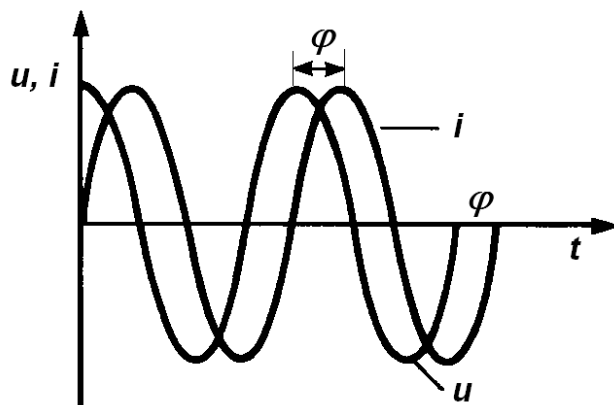
Reaktance cívky X_L : $X_L = 2\pi f L = \omega L$.

Cívka umožňuje poměrně snadný průchod nízkofrekvenčních proudů, ale má tendenci bránit průchodu proudů vysokofrekvenčních, protože její reaktance se zvyšuje s růstem frekvence.

Obecně platí, že ve střídavých obvodech nejsou napětí a proud ve fázi. Je mezi nimi *fázový posun* φ (obr. 11).

$$i(t) = I_0 \sin \omega t$$

$$u(t) = U_0 \sin (\omega t + \varphi)$$



Obr. 11 Fázový rozdíl mezi napětím a proudem

Pro zapojení jednotlivých prvků do střídavého obvodu platí:

Pouze rezistor

Napětí a proud jsou ve fázi, $\varphi = 0$.

Pouze kondenzátor

Napětí se zpožďuje za proudem, $\varphi = -\frac{\pi}{2}$.

Pouze cívka

Napětí předbíhá proud, $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

Celkový odpor ve střídavém obvodu je tzv. *impedance* Z :

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}.$$

Impedance Z může být také vyjádřena z Ohmova zákona jako poměr efektivních nebo maximálních hodnot napětí a proudu:

$$Z = \frac{U_{ef}}{I_{ef}} = \frac{U_0}{I_0}, \quad [Z] = \Omega \text{ (ohm)}.$$

Výkon elektrického proudu

Ve střídavém obvodu je průměrný \bar{P} výkon dán vztahem:

$$\bar{P} = U_{ef} I_{ef} \cos \varphi,$$

kde U_{ef} a I_{ef} jsou efektivní hodnoty napětí a proudu,

φ je fázový rozdíl,

$\cos \varphi$ je tzv. *účinnost*.

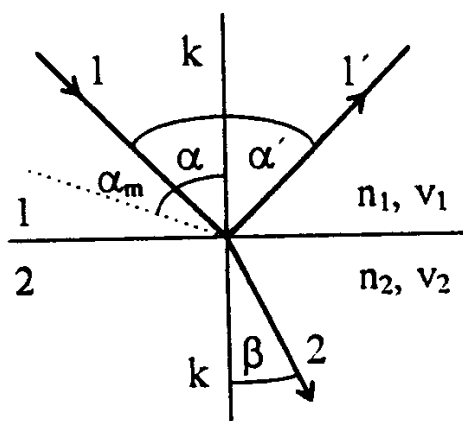
11. Geometrická optika

Geometrická optika se zabývá zobrazováním předmětů odrazem a lomem světla.

V homogenním izotropním prostředí se světlo šíří přímočaře. Směr šíření světla je znázorněn světelnými paprsky. Při dopadu světla na rozhraní dvou optických prostředí se světlo odráží a láme podle zákonů pro odraz a lom světla.

Úhel α , který svírá dopadající paprsek l s kolmicí dopadu k , je úhel dopadu (Obr. 1). Rovina dopadu je určena dopadajícím paprskem l a kolmicí dopadu k . Odražený paprsek 2 svírá s kolmicí dopadu k úhel odrazu α' a leží v rovině dopadu.

Platí $\alpha = \alpha'$ (zákon odrazu)



Obr. 1: Odraz a lom světla na rozhraní dvou optických prostředí.

K lomu světla dochází při průchodu světla z jednoho optického prostředí do druhého a světlo se v obou prostředích šíří různou rychlostí.

Úhel lomu β svírá lomený paprsek 2 s prodlouženou kolmicí dopadu k (Obr. 1).

Snellův zákon lomu
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}.$$

Poměr sinu úhlu dopadu a sinu úhlu lomu je roven poměru rychlostí v obou optických prostředích v_1 a v_2 a převrácenému poměru absolutních indexů lomu n_1 a n_2 . Veličina n_{21} se nazývá **relativní index lomu** prostředí 2 vzhledem k prostředí 1.

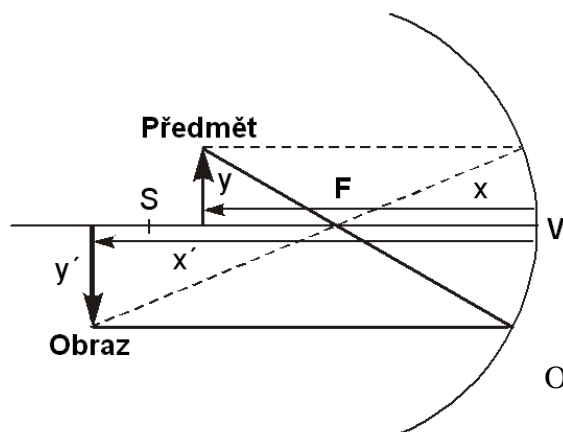
Absolutní index lomu n prostředí je definován jako poměr rychlosti světla ve vakuu c a rychlosti světla v tomto prostředí v .

Při přechodu světla z prostředí opticky hustšího do prostředí opticky řidšího ($v_2 > v_1$) dochází k lomu od kolmice ($\beta > \alpha$). Pro úhel α_m – mezní úhel – je úhel lomu $\beta = 90^\circ$. Pro $\alpha > \alpha_m$ nedochází k lomu světla, světlo na rozhraní se pouze odráží – **úplný odraz světla**.

Na odrazu a lomu světla je založeno optické zobrazení na zrcadlech a čočkách. Polohu obrazu a předmětu při zobrazení na zrcadlech a čočkách lze získat pomocí **zobrazovací rovnice**

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f},$$

kde pro zrcadlo jsou vzdálenosti měřeny od vrcholu zrcadla V (Obr. 2).



Obr. 2: Konstrukce obrazu na kulovém zrcadle.

x vzdálenost předmětu

x' vzdálenost obrazu

$x' > 0$ obraz před zrcadlicí plochou (skutečný)

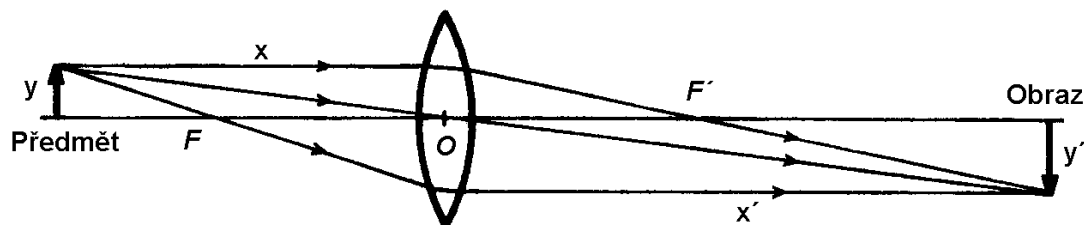
$x' < 0$ obraz za zrcadlicí plochou (neskutečný - zdánlivý)

f ohnisková vzdálenost

$f > 0$ pro duté zrcadlo

$f < 0$ pro vypuklé zrcadlo

Pro čočku jsou vzdálenosti měřeny od optického středu čočky O (Obr. 3).



Obr. 3: Konstrukce obrazu na čočce.

x vzdálenost předmětu

x' vzdálenost obrazu

$x' > 0$ obraz za čočkou (skutečný)

$x' < 0$ obraz před čočkou (neskutečný - zdánlivý)

f ohnisková vzdálenost

$f > 0$ pro spojné čočky

$f < 0$ pro rozptylné čočky

Skutečný (reálný) obraz vzniká, pokud se paprsky po odrazu nebo lomu optickou soustavou protínají – tento obraz lze vytvořit na stínítku.

Neskutečný (zdánlivý) obraz vzniká, když se paprsky po odrazu nebo lomu rozbíhají. Paprsky se po prodloužení protínají zdánlivě před čočkou resp. za zrcadlem. Obraz lze vytvořit pouze další optickou soustavou.

Příčné zvětšení zrcadla resp. čočky

$$Z = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x},$$

kde y je výška předmětu

y' je výška obrazu

Převrácená hodnota ohniskové vzdálenosti f se nazývá **optická mohutnost čočky**

$$P = 1/f \quad [P] = \text{m}^{-1}$$

V praxi se používá jednotka optické mohutnosti **dioptrie (D)**.

Optická mohutnost je kladná u spojné čočky ($f > 0$) a záporná u rozptylné čočky ($f < 0$).

Pro konstrukci obrazu na kulovém zrcadle lze použít tři vlastností paprsků pro odraz (Obr. 2).

- 1 – paprsek rovnoběžný s optickou osou se odráží do ohniska F ,
- 2 – paprsek procházející ohniskem F je po odrazu rovnoběžný s optickou osou,
- 3 – paprsek procházející středem křivosti zrcadla S nemění po odrazu svůj směr.

Pro konstrukci obrazu na tenké čočce lze použít tři vlastností paprsků pro lom (Obr. 3).

- 1 – paprsek rovnoběžný s optickou osou se na čočce láme a prochází obrazovým ohniskem čočky F' ,
- 2 – paprsek procházející předmětovým ohniskem čočky F je po průchodu čočkou rovnoběžný s optickou osou,
- 3 – paprsek procházející optickým středem čočky O po průchodu čočkou zachovává svůj směr.

12. Kvantová mechanika

Důvodem vzniku kvantové mechaniky byly fyzikální jevy, které nebylo možno objasnit s pomocí klasické fyziky – např. záření černého tělesa, fotoelektrický jev, čárové spektrum atomu.

Planckova teorie

Při teoretickém objasňování záření černého tělesa vyslovil Planck předpoklad, že se energie světla (čili elektromagnetických vln) nešíří spojitě, ale v energetických kvantech. Toto energetické kvantum bylo nazváno **foton**. Kvantum vyzářené resp. pohlcené energie je přímo úměrné frekvenci záření: $E = hf$, kde $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ J.s je Planckova konstanta. Podobně například elektrony vázané v atomu či v pevné látce nemohou nabývat libovolných energií ale jen určitých. Říkáme, že jsou na určitých energetických hladinách a k přechodu na jinou energetickou hladinu musí přijmout či odevzdat energii odpovídající rozdílu energií mezi hladinami podle toho, zda přechází na vyšší či nižší energetickou hladinu.

Fotoelektrický jev

Při vnějším fotoelektrickém jevu dochází u pevných látek (kovů), na které dopadá elektromagnetické záření, k uvolňování elektronů z jejich struktury – nastává tzv. fotoemise elektronů.

Ve své době (konec 19. století) bylo nejprve nepochopitelné, proč jsou elektrony z látky uvolňovány pouze v případě vyšších frekvencí záření a proč záření nižších frekvencí elektrony z těles neuvolňuje ani při vysoké intenzitě. Podrobnějším studiem bylo zjištěno, že každý kov má svoji tzv. mezní frekvenci záření f_0 . Záření s frekvencí $f \geq f_0$ uvolňuje elektrony z kovu, a záření s frekvencí $f < f_0$ elektrony z kovu neuvolňuje.

Experimentálně byly studiem fotoelektrického jevu pozorovány následující skutečnosti:

1. Pro každý kov existuje určitá mezní frekvence f_0 . Pokud je frekvence f dopadajícího záření menší než mezní frekvence f_0 , záření není schopné uvolnit elektrony z kovu. Záření s frekvencí f vyšší nebo rovnou f_0 elektrony z kovu uvolňuje.
2. Pro $f \geq f_0$ je počet uvolněných elektronů přímo úměrný intenzitě dopadajícího záření.
3. Energie uvolněných elektronů je přímo úměrná frekvenci dopadajícího záření a nezávisí na intenzitě dopadajícího záření.

Na přelomu 19. a 20. století byl překvapivý zejména bod 1, neboť není vysvětlitelný za pomoci klasické fyziky. Ta by totiž předpokládala, že vyšší intenzita dopadajícího záření by měla více rozkmitat elektrony uvnitř kovu a ty by tedy měly být schopné snadněji opustit jeho strukturu. Podle bodu 1 ale záření s frekvencí $f < f_0$ nemůže uvolnit elektrony z kovu ani při vysoké intenzitě.

Einsteinova teorie fotoelektrického jevu - důkaz kvantové povahy elektromagnetického záření

Zákonitosti vnějšího fotoelektrického jevu vysvětlila Einsteinova teorie z roku 1905. (Albert Einstein obdržel za tuto teorii v r. 1921 Nobelovu cenu.) Podle této teorie každý uvolněný elektron pohltí jedno kvantum energie $E = hf$. Přitom $hf = W + \frac{1}{2}m_e v^2$, kde W je vý-

stupní práce potřebná k uvolnění elektronu z kovu. Člen $\frac{1}{2}m_e v^2$ je kinetická energie uvolněného elektronu.

Fotoelektrický jev tedy nastane, pokud je kvantum energie záření pohlcené elektronem aspoň rovno výstupní práci $E = hf_0$, kde f_0 je mezní frekvence daného kovu, při níž nastává fotoelektrický jev.

Foton

Během formulování teorie fotoelektrického jevu dospěl Einstein k závěru, že kvantová podstata elektromagnetického záření se projevuje nejenom při vyzařování a pohlcování záření ale rovněž také při jeho šíření prostorem. Tzn., že elektromagnetické záření se šíří v podobě jednotlivých kvant elektromagnetického vlnění – tzv. fotonů. Foton se chová jako částice, která má nulovou klidovou hmotnost m_0 a pohybuje se rychlostí c (rychlost světla ve vakuu).

Když se světlo šíří rychlostí c , urazí vzdálenost jedné vlnové délky za čas jedné periody, tedy $c = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$. Energie fotonu je určena vztahem $E = hf = h \frac{c}{\lambda}$, kde λ je vlnová délka příslušného elektromagnetického záření ve vakuu. Pohybovou hmotnost fotonu m potom lze stanovit z relativistických vztahů $E = mc^2$ a $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ (1).

Pro hybnost fotonu platí $p = mc = \frac{h}{\lambda}$.

Ze zmíněných vztahů je patrné, že světelné kvantum – foton se chová jako částice a současně je charakterizováno vlnovou délkou, což je typická veličina popisující vlastnosti vlnění a podléhá všem zákonitostem vlnění. To je projev korpuskulárně vlnového dualizmu elektromagnetického záření. Elektromagnetické záření má tedy dvojí povahu – současně se projevuje jako vlnění (např. při interferenci, ohybu, lomu, polarizaci) i jako proud fotonů (např. při vyzařování a pohlcování energie).

Vlnové vlastnosti částic

Z výše uvedených závěrů vyplývá, že vlnění můžeme popsat za pomoci veličin charakteristických pro částice (hmotnost, energie, hybnost). Podle francouzského fyzika Louise de Broglie ale lze i naopak při popisu pohybu částic použít veličiny, které jsou charakteristické pro vlnění.

De Broglieův vztah říká, že s každou částicí o velikosti hybnosti p je zároveň spjata vlnění (tzv. de Broglieovy vlny) o vlnové délce $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$, kde h je Planckova konstanta, m je hmotnost částice a v je velikost rychlosti částice.

Planckův objev kvant záření, Einsteinovo objasnění fotoelektrického jevu a De Broglieovy vlny společně tvoří podstatu oboru fyziky nazvaného **kvantová mechanika**.

Vlnová funkce

V kvantové mechanice (na rozdíl od mechaniky klasické) nelze přesně určit trajektorii, po které se částice pohybuje. Lze určit pouze pravděpodobnost, s jakou se částice v čase t

nachází v okolí bodu o souřadnicích x, y, z . Tato pravděpodobnost je určena pomocí vlnové funkce $\psi(x, y, z, t)$, která vyjadřuje závislost amplitudy de Broglieovy vlny na prostorových souřadnicích a na čase. Výraz $|\psi(x, y, z, t)|^2$ je tzv. hustota pravděpodobnosti výskytu částice v čase t v okolí bodu o souřadnicích x, y, z . Čím je vyšší hustota pravděpodobnosti, tím je vyšší také pravděpodobnost výskytu částice v daném čase a místě. Hodnoty vlnové funkce $\psi(x, y, z, t)$ umožňuje určit pohybová rovnice pro vlnění – tzv. **Schrödingerova rovnice**, která je stěžejní matematickou formulací kvantové mechaniky. Její bližší vysvětlení by však přesahovalo rámec tohoto kurzu.

Bohrův model atomu

V souvislosti s rozvojem spektrální analýzy se objevil problém, který nemohl být objasněn z hlediska klasické fyziky. V následujícím odstavci uvádíme jeho přiblížení.

Spektrální analýza zjišťuje vlnové délky záření vysílaného určitým zdrojem. Z těchto údajů je možné získat informace o chemickém složení a teplotě zdroje. Spektra vznikají např. při vyzařování neboli emisi zahřátých těles. V tomto případě se hovoří o emisních spektrech. Rozžhavená pevná nebo kapalná tělesa vysílají spojité spektrum, což je souvislý barevný pás, v němž spojitě přechází jeden barevný pás v pás následující barvy. U nízkoteplotního plazmatu (např. u ionizovaných plynů) však pozorujeme čárové spektrum, které vypovídá o vyzařování světla určitých přesně definovaných vlnových délek.

Vysvětlení čárového spektra bylo pro klasickou fyziku vážným problémem. Poté co fyzik Rutherford objevil atomové jádro, vznikl tzv. planetární model atomu. Těžké jádro mělo podobné postavení jako Slunce a lehké elektrony postavení jako planety. Podle takového modelu by elektrony ztrácely vyzařováním energii a za zlomek sekundy by dopadly do jádra – atom by nebyl stabilní. Kromě toho by spektrum záření vysílaného atomem nebylo čárové ale spojité.

První krok k řešení problému čárového spektra učinil dánský fyzik Niels Bohr, který v roce 1913 vypracoval první kvantový model atomu vodíku. Bohr vyšel ze tří postulátů, které později potvrdil vývoj kvantové fyziky:

- I. *Ze všech možných kruhových pohybů elektronu kolem jádra, jež připouští klasická mechanika, jsou stabilní jen ty, jejichž poloměry r vyhovují podmínce*

$$2\pi mrv = nh,$$

kde m je hmotnost elektronu, r je poloměr kruhové dráhy elektronu, v je jeho oběhová rychlost, n je přirozené číslo – nazývá se kvantové číslo a h je Planckova konstanta.

- II. *Při pohybu po dráze, která vyhovuje prvnímu postulátu, neztrácí elektron žádnou energii.*

Tento předpoklad je v rozporu s klasickou elektrodynamikou, podle níž by měl elektron pohybující se po zakřivené dráze vyzařovat energii. Tím by se energie elektronu neustále zmenšovala, až by dopadl na jádro. Zde se však ukazuje, že děje uvnitř atomů se řídí podle jiných zákonitostí než děje makrofyzikální, kterými se zabývá klasická fyzika. Právě v tom se ukazuje objektivní ráz Bohrových převratných myšlenek.

- III. *Při přechodu elektronu z dráhy o vyšším kvantovém čísle n_1 do dráhy s nižším kvantovým číslem n_2 vyzáří atom foton o frekvenci f , pro kterou platí:*

$$f = \frac{E_{n_1}}{h} - \frac{E_{n_2}}{h},$$

kde E_{n_1} resp. E_{n_2} jsou energie příslušející elektronu na n_1 -té resp. n_2 -té dráze.

$$\text{Pro vodíkový atom je } f = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right), \quad (2)$$

kde ε_0 je permitivita vakua. To vše v důsledku znamená, že energie atomu je díky kvantování poloměru elektronových drah také kvantována. Pohlcuje-li, nebo vyzařuje-li obal atomu energii, nemění se jeho energie spojitě nýbrž po kvantech. Energie $E = hf$ fotonu elektromagnetického záření, který atom vodíku vyzáří nebo pohltí při přechodu elektronu z dráhy n_1 na dráhu n_2 , je rovna rozdílu energií elektronu na těchto drahách. Po dosazení vztahu (2) je tedy:

$$E = hf = E_{n_1} - E_{n_2} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right).$$

V případě že $n_1 > n_2$, přechází elektron z dráhy s vyšší energií (a větším poloměrem) na dráhu s nižší energií (a menším poloměrem) a atom energii vyzařuje. Jestliže $n_1 < n_2$, přechází elektron z dráhy s nižší energií (a menším poloměrem) na dráhu s vyšší energií (a větším poloměrem) a atom energii pohlcuje.

Zpřesnění Bohrovy teorie, kvantová čísla

Při podrobnějším a přesnějším studiu čárových spekter plynů se ukázalo, že jednotlivé čáry nejsou jednoduché, ale že každá z nich je složena z více čar. Jedná se o tzv. jemnou strukturu spektrálních čar. Tuto skutečnost nebylo možno vysvětlit pomocí Bohrovy teorie. Bohrovy myšlenky bylo nutno upřesnit. O to se pokusil roku 1916 německý fyzik Sommerfeld. Místo kruhových drah elektronů zavedl dráhy eliptické, pro jejichž poloosy zavedl kvantovací pravidla. Dále vzal v úvahu proměnlivou hmotnost elektronu v souladu s Einsteinovou mechanikou. Při pohybu po eliptické dráze není totiž rychlost elektronu konstantní, a proto se mění i jeho hmotnost – viz vztah (1). Dráhy elektronů potom vykazují rovinnou precesi, kdy se působením vnější dvojice sil mění orientace osy elektronu v prostoru. Elipsa se zvolna rovnoměrně otáčí kolem ohniska, ve kterém je jádro. Elektron se v takto přizpůsobeném modelu pohybuje po křivce tvaru růžice.

Avšak ani tento názor neumožnil dokonalý výklad vlastností spekter. Tímto způsobem nebylo možno vysvětlit např. nesrovnalosti mezi výsledky měření a výpočty magnetických momentů atomů a dále také štěpení spektrálních čar, ke kterému dochází, vyzařuje-li atom světlo v magnetickém poli. Tyto a další potřebné poznatky, např. o obalu složitějších atomů a o intenzitě spektrálních čar, lze získat pomocí kvantové teorie, jejíž základ je formulován výše uvedenou Schrödingerovou rovnicí a hustotami pravděpodobnosti výskytu rozkmitaného elektronu.

Ze závěrů kvantové teorie vyplývá, že v obalu atomu je kvantována nejen energie elektronu, ale také jeho moment hybnosti, magnetický moment příslušného pohybu kolem jádra a rovněž také spin. K úplnému popisu pohybového stavu elektronu v obalu atomu je tedy třeba čtyř kvantových čísel:

n – hlavní kvantové číslo, určuje kvantování energie, může být jen přirozené číslo.

l – orbitální neboli vedlejší kvantové číslo, určuje kvantování momentu hybnosti, který přísluší obíhání elektronu, může nabývat hodnot 0, 1, 2, ... až $n - 1$.

m – magnetické kvantové číslo, určuje způsob kvantování magnetického momentu (vzhledem k vnějšímu magnetickému poli), který elektron vytváří při obíhání, může nabývat hodnot 0, ± 1 , ± 2 , ± 3 , ..., $\pm (l - 1)$, $\pm l$.

s – spinové kvantové číslo, určuje kvantování vlastního momentu hybnosti elektronu – spinu,

může nabývat hodnot $+\frac{1}{2}$, nebo $-\frac{1}{2}$.

V jednom atomu nemohou být dva elektrony se všemi kvantovými čísly stejnými.



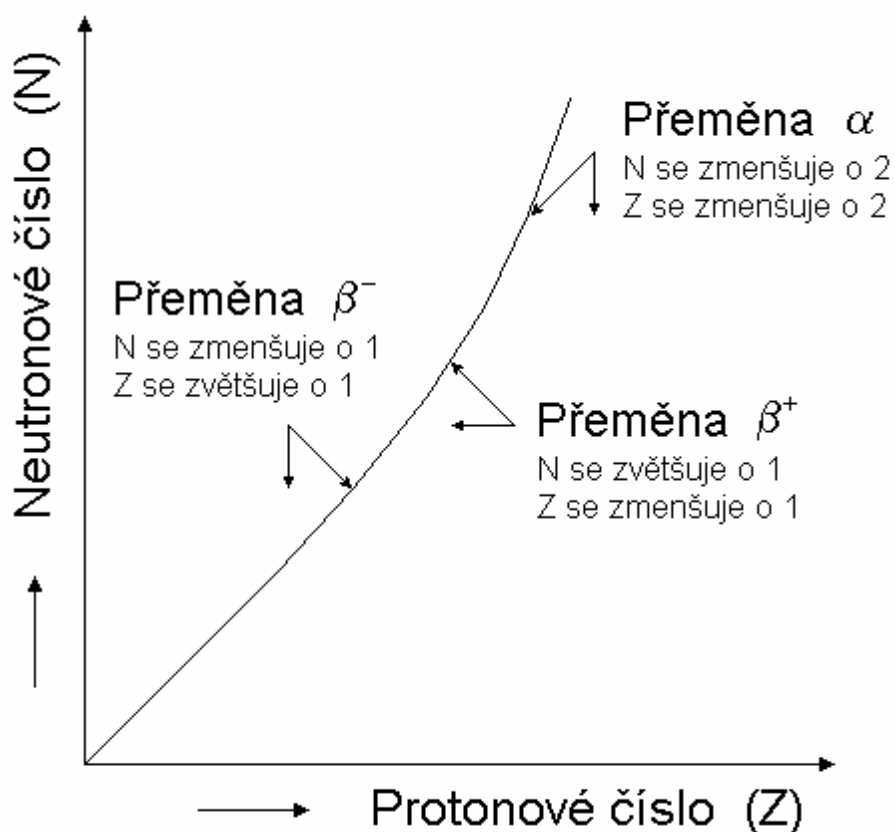
13. Jaderná fyzika

Stavba atomu

Atomy byly dlouho považovány za nedělitelné. Postupem času se zjistilo, že mají jádro složené z protonů a z neutronů a elektronový obal tvořený elektrony. Jaderná fyzika se zabývá ději na úrovni atomových jader, atomová fyzika se zabývá ději na úrovni elektronových obalů atomů. Protony mají jeden kladný elementární elektrický náboj, elektrony mají jeden záporný elementární náboj, neutrony jsou bez elektrického náboje. Počet protonů v jádře značíme Z a jednoznačně určuje, o který se jedná prvek. Počet neutronů v jádře značíme N , může se lišit u jednotlivých atomů, pak se jedná o různé izotopy téhož prvku. Součet protonů a neutronů značíme A a nazýváme hmotnostním číslem nebo též nukleonovým číslem. Schematicky značíme jádro prvku ${}^A_Z X$. Počet elektronů v elektronovém obalu je u neutrálního atomu shodný s počtem protonů v jádře. Pokud je elektronů méně, převládá kladný náboj jádra a atom se jeví jako kladně nabitý. Takovému atomu říkáme iont a podle toho, kolik elektronů chybí, hovoříme o jednu, dvakrát či vícekrát ionizovaném atomu. Pokud je elektronů více než protonů, vznikají záporné ionty. Jelikož protony a neutrony mají mnohem větší hmotnost než elektrony (viz tabulky), je téměř všechna hmota atomu soustředěna v jádře. Průměry atomů jsou řádově $d \approx 10^{-10}$ m, ale rozměry jádra jsou mnohem menší než rozměry atomu. Elektrony v elektronovém obalu pohybují po kvantových úrovních, na kterých mají určitou energii. Energií mohou měnit (přijímat či vyzařovat) pouze při přechodech na jinou dráhu, neboli na jinou energetickou hladinu. Potom rozdíl energií mezi hladinami přijímáme při přechodu na vyšší energetickou hladinu či vyzáří při přechodu na nižší energetickou hladinu. Nejnižší energetický stav atomu nazýváme základním stavem. Vyšší energetické stavy nazýváme excitovanými stavy.

Radioaktivita

Druh atomů mající stejný počet protonů i stejný počet neutronů, tedy protonové číslo Z a nukleonové číslo A , se nazývá nuklid. Pro označení konkrétního jádra se užívá symbolu chemického prvku s nukleonovým číslem vyznačeným jako index vlevo nahoře a s protonovým číslem vyznačeným jako index vlevo dole. Nuklidem jsou například atomy ${}^{235}_{92}U$. V jádrech atomů ${}^{235}_{92}U$ je vždy po 92 protonech a 143 neutronech. Nuklidy téhož chemického prvku se stejným počtem protonů, ale různým počtem neutronů se nazývají izotopy. Jednotlivé izotopy prvků se buď vyskytují v přírodě, nebo mohou být uměle vytvořené. Liší se fyzikálními vlastnostmi, například stabilitou. Stabilitou jádra rozumíme schopnost jádra setrvávat v neměnném stavu. Protony v jádře jsou totiž kladně nabité, elektrostatickými odpuzivými silami se tedy snaží jádro roztrhnout. Jádro drží pohromadě jaderné síly, které mají krátký dosah do vzdálenosti řádově $l \approx 10^{-15}$ m. Neutrony svou přítomností ovlivňují vzdálenosti jednotlivých protonů a tím i silové poměry v atomovém jádře. Pokud jsou tyto silové poměry nepříznivé, jádro je nestabilní a dříve či později se samovolně přemění na jádro stabilnější a přeměna bude spojena s vyzářením přebytku energie ve formě určitého druhu záření či emisí nějaké částice. Vždy musí být splněny zákony zachování. Oblasti stability ukazuje obr.14.1 včetně oblastí převládajících typů přeměn. Pro nestabilní nuklidy, jejichž jádra podléhají samovolné přeměně doprovázené emisí záření, je zaveden název radionuklid. Radioaktivitou nazýváme schopnost nestabilních jader samovolně se přeměňovat. Přeměnou může vzniknout jádro opět nestabilní, nebo zcela stabilní. Snaha zaujmout stav s minimem energie je obecnou vlastností přírodních procesů.



Obr.14.1 Oblasti stability jader a oblasti převládajících typů jaderných přeměn

Obecné zákonitosti radioaktivních přeměn

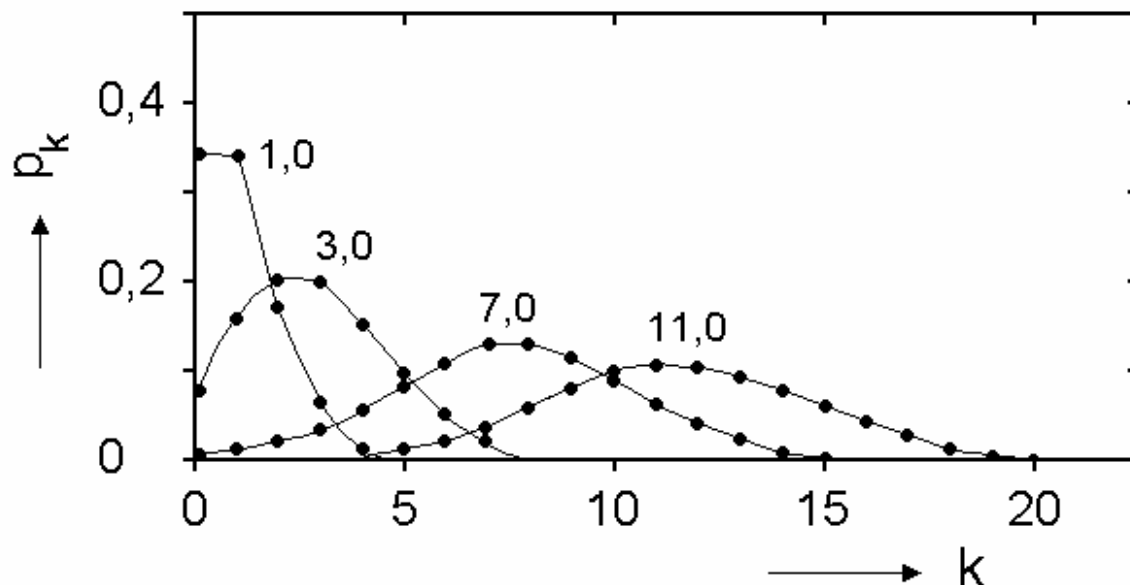
Radionuklidy vyskytující se v přírodě označujeme jako přirozeně radioaktivní. Kromě nich existují i uměle vytvořené radionuklidy. Přeměna přirozených radionuklidů je provázána vysláním částic alfa (jader hélia) nebo elektronů a ve většině případů je také vysíláno záření gama (tj. fotony s vysokou energií). Při přeměně uměle připravených radionuklidů může docházet i k emisi pozitronů. Radioaktivní přeměny se odehrávají v jádrech atomů a nejsou závislé na vnějších podmínkách. Jsou to náhodné procesy, řídí se zákony statistiky, proto nelze pro jednotlivá jádra předpovědět, zda se v určitém časovém intervalu přemění, či nikoliv. V souboru velkého počtu jader se děje předpovídají statisticky. Úbytek počtu nepřeměněných radioaktivních jader $-dN$ z původního počtu N za čas dt lze charakterizovat $-dN = N\lambda dt$. Integrací a uvážením okrajové podmínky, že v čase $t=0$ je počet nepřeměněných jader $N = N_0$ dostáváme tzv. přeměnový zákon

$$N_t = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (14.1)$$

kde N_t je okamžitý počet původních jader v čase t , N_0 je jejich původní počet (v čase $t=0$) a λ je přeměnová konstanta odrážející rychlost přeměny určitého radionuklidu.

Statistika těchto náhodných přeměn se řídí Poissonovým rozdělením (viz obr.14.2). Jednotlivé křivky odpovídají uvedené střední hodnotě počtu radioaktivních přeměn za určitý vždy stejný časový interval. Na vodorovné ose je počet těchto přeměn a na svislé ose je pravděpodobnost, že nastane právě tento počet přeměn během tohoto časového intervalu. Je

vidět, že pro větší střední hodnoty počtu přeměn se nesymetrické Poissonovo rozdělení blíží k symetrickému Gaussovu rozdělení.



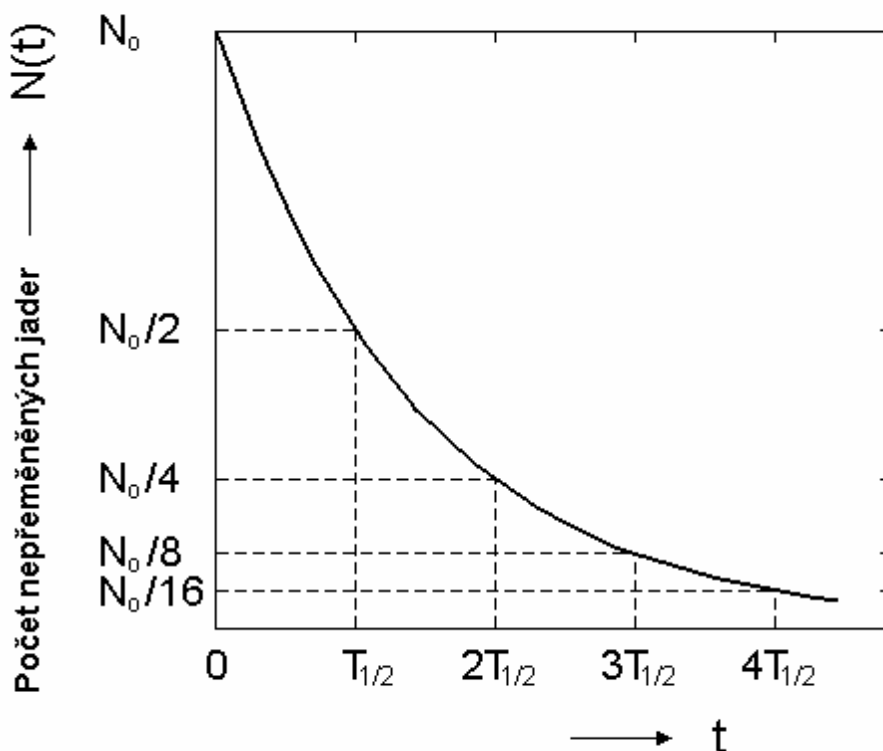
Obr.14.2 Poissonovo rozdělení náhodných procesů

V praxi se k charakterizování radionuklidu častěji než přeměnová konstanta λ používá poločas přeměny $T_{1/2}$. To je střední čas, za který se původní počet atomů daného radionuklidu přeměnami zmenší na polovinu. Dosadíme-li tedy do vztahu (14.1) tuto podmínku

$N_t = \frac{1}{2} N_0$, dostaneme vztah mezi poločasem přeměny a přeměnovou konstantou

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (14.2)$$

Exponenciální závislost počtu dosud nepřeměněných radioaktivních jader na čase (14.1) je na obr.14.3.



Obr.14.3 Závislost počtu nepřeměněných jader radionuklidu na čase.

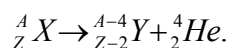
Hodnota poločasu přeměny $T_{1/2}$ je charakteristická pro určitý radionuklid. Poločasy dosud známých radionuklidů se pohybují v širokém rozmezí $T_{1/2} \approx 10^{-7} \div 10^{22}$ s. Pro ilustraci je v tab.14.1 uvedeno několik příkladů. Podle způsobu radioaktivní přeměny se rozlišuje přeměna alfa a přeměna beta.

Tab.14.1 Příklady hodnot poločasů přeměny pro vybrané radionuklidy:

Radionuklid	${}_{90}^{232}\text{Th}$	${}_{38}^{90}\text{Sr}$	${}_{7}^{13}\text{N}$	${}_{2}^{6}\text{He}$	${}_{84}^{212}\text{Po}$
Poločas přeměny	$1,4 \cdot 10^{10}$ roků	28 roků	0,9993 min	0,823 s	$3 \cdot 10^{-7}$ s

Přeměna alfa

Při přeměně alfa je z jádra emitována částice α (jádro ${}_{2}^{4}\text{He}$), nukleonové číslo se tedy zmenší o 4 a protonové číslo se zmenší o 2. Tuto přeměnu lze schematicky vyjádřit rovnicí



Konkrétní příklady přeměny alfa:

$${}_{88}^{226}\text{Ra} \rightarrow {}_{86}^{222}\text{Rn} + {}_{2}^{4}\text{He}$$

$${}_{95}^{241}\text{Am} \rightarrow {}_{93}^{237}\text{Np} + {}_{2}^{4}\text{He}$$

Energie částic α vysílaných různými radionuklidy se pohybují v rozmezí 4 až 9 MeV. Jeden radionuklid emituje částice α s jednou nebo s několika určitými hodnotami energie (viz obr.14.4. To znamená, že záření α má čárové energetické spektrum, přičemž energetickým spektrem se rozumí závislost počtu vysílaných částic na energii. Přeměna alfa probíhá výhradně u těžkých radionuklidů ať už přírodních nebo uměle připravených.

Přeměna beta

Při přeměně beta se nemění nukleonové číslo jádra A , mění se pouze protonové číslo Z . Přeměna beta se realizuje dvěma různými způsoby:

1) přeměnou β^- provázenou emisí elektronu a antineutrína z jádra (neutron se změnil v proton a elektron, elektron je částicí β^-). Lze ji schematicky popsat rovnicí



Konkrétní příklad přeměny β^- : ${}_{27}^{60}\text{Co} \rightarrow {}_{28}^{60}\text{Ni} + {}_{-1}^0e + \bar{\nu}$, $T_{1/2} = 5,26r$.

Nula v označení hmotnosti elektronu znamená, že hmotnost elektronu můžeme zanedbat v porovnání s hmotnostmi nukleonů (viz tabulky).

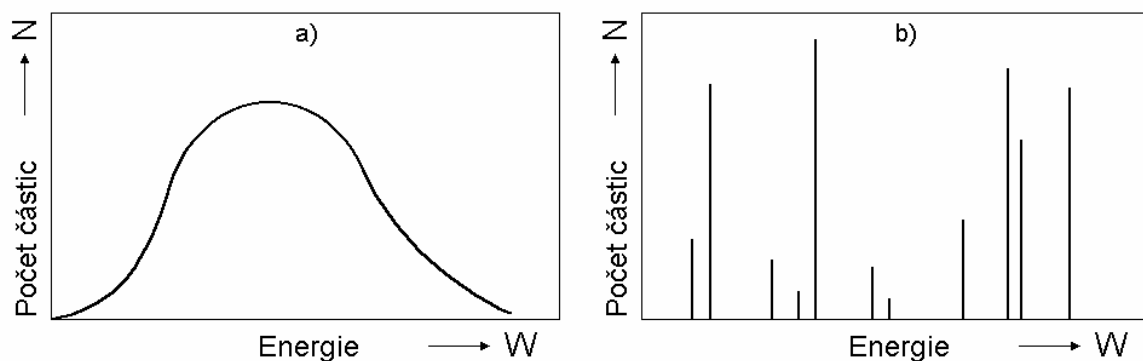
2) přeměnou β^+ provázenou emisí pozitronu a neutrína z jádra (proton se změnil v pozitron a neutron, pozitron je částicí β^+ , má hmotnost podobnou jako elektron a má kladný elementární elektrický náboj. Je antičásticí k elektronu.). Lze ji schematicky popsat rovnicí



Konkrétní příklad přeměny β^+ : ${}_{11}^{22}\text{Na} \rightarrow {}_{10}^{22}\text{Ne} + \beta^+$, $T_{1/2} = 2,58r$.

Nula v označení hmotnosti pozitronu znamená, že hmotnost pozitronu můžeme zanedbat v porovnání s hmotnostmi nukleonů (viz tabulky).

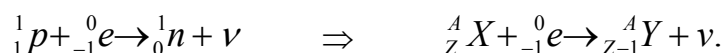
V případě přeměny β^- i β^+ jsou z jádra vysílány dvě částice, buď elektron a antineutrino, nebo pozitron a neutrino, mezi které se náhodně dělí energie uvolněná jádrem. V důsledku toho mají elektrony i pozitrony spojitá spektra energií, která jsou znázorněna na obr.14.4. Maximální energie $W_{\beta_{\max}}$ se pohybují nejvýše v řádu jednotek MeV. K radioaktivní přeměně beta dochází i u lehčích radionuklidů.



Obr.14.4 Energetické spektrum pro záření a) beta, b) alfa

EC záchyt

Může dojít k zachytu elektronu ze sféry K dále označovanému EC = Electron Capture (elektron s protonem se změní v neutron). Lze jej schematicky popsat rovnicí



Konkrétní příklad přeměny EC: ${}^{65}_{30}\text{Zn} \rightarrow {}^{65}_{29}\text{Cu} + \gamma$.

Emise záření gama

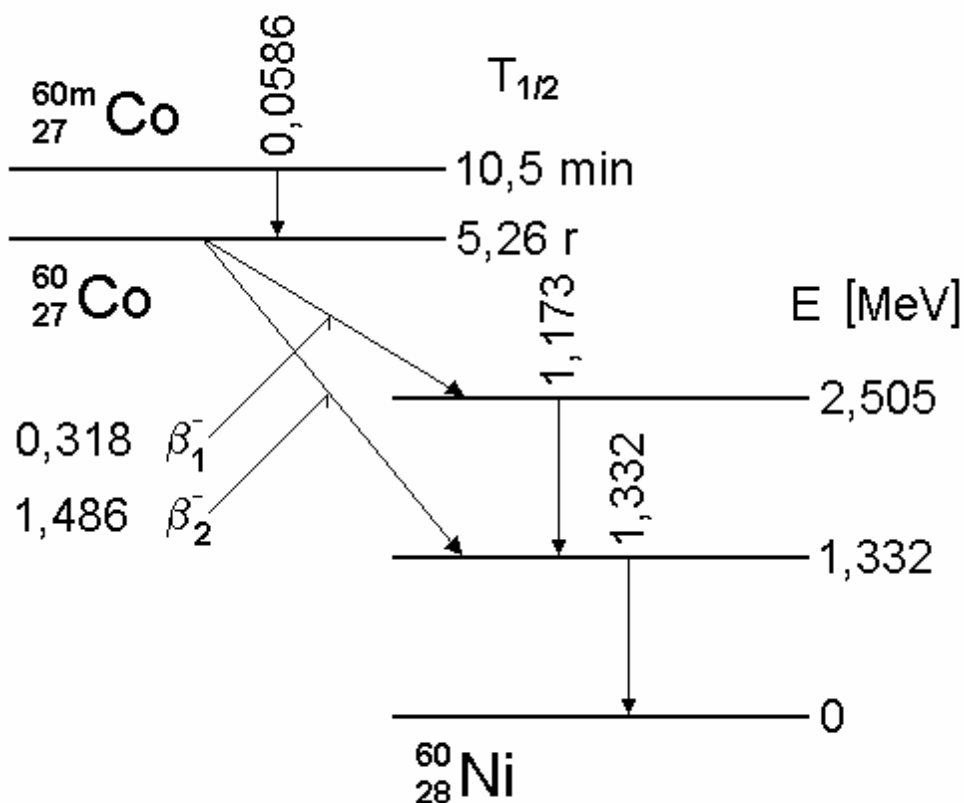
Emise záření gama obvykle doprovází přeměny alfa či beta, neboť po těchto přeměnách vzniknou jádra, která jsou v excitovaném stavu. Přbytek energie se vyzáří po přechodu do nižšího excitovaného nebo až do základního stavu ve formě záření gama, t.j. fotonů s velmi krátkou vlnovou délkou a s energií až několik MeV ($E = h\nu$, kde ν je frekvence). Fotony jsou velmi silné a lze je sčítými hodnotami energií, které odpovídají rozdílu energií mezi jednotlivými excitovanými stavy jádra.

V tabulce 14.2 jsou přehledně uvedeny izotopy kyslíku, jejich zastoupení v přírodě a typy přeměn u těch, které nejsou stabilní.

Tab.14.2 Izotopy kyslíku, jejich zastoupení v přírodě a u nestabilních rovněž typy přeměn

Izotop	${}^{13}_8\text{O}$	${}^{14}_8\text{O}$	${}^{15}_8\text{O}$	${}^{16}_8\text{O}$	${}^{17}_8\text{O}$	${}^{18}_8\text{O}$	${}^{19}_8\text{O}$	${}^{20}_8\text{O}$
% zastoupení v přírodě	0	0	0	99,40	0,40	0,20	0	0
Typ přeměny	β^+	β^+	β^+	stabilní			β^-	β^-

Přeměny jader lze znázornit různými schématy přeměny. Příklad přeměny β^- ${}^{60}_{27}\text{Co}$ probíhající s poločasem přeměny 5,26 roku a provázené emisí záření gama je na obr.14.5. Výsledné jádro ${}^{60}_{28}\text{Ni}$ se z excitované hladiny s energií 2,505 MeV do základního stavu dostává emisí dvou fotonů s energiemi 1,173 MeV a 1,332 MeV. Stoupající atomové číslo se znázorňuje šipkou vpravo dolů, klesající atomové číslo se znázorňuje šipkou vlevo dolů. Emise fotonů se vyznačuje svislou čarou, protože se mění pouze energetický stav jádra, ale protonové i nukleonové číslo zůstává stejné.



Obr.14.5 Energetické schéma radioaktivní přeměny.

Kromě mechanismu přímé emise záření gama z excitovaného jádra existuje ještě další způsob, jak se jádro může zbavit přebytečné energie. V tomto případě se energie excitace předá elektronu z elektronového obalu atomu. Elektron je poté uvolněn s kinetickou energií rovnou rozdílu mezi energií excitace předanou jádrem a vazbovou energií elektronu v atomu. Tento jev se nazývá vnitřní konverze.

Většina jader v excitovaném stavu vyzařuje přebytečnou energii téměř okamžitě po přeměně alfa či beta. Existují však i jádra nazývaná izomery, která mohou setrvávat v excitovaném stavu značně dlouho. Takový stav jádra se nazývá metastabilní.

Jestliže jádro vzniklé přeměnou je nestabilní, nastane časem opět některá z popsaných přeměn. Postupná přeměna probíhá například: $^{90}_{38}\text{Sr} \rightarrow ^{90}_{39}\text{Y} \rightarrow ^{90}_{40}\text{Zr}$. Obě přeměny jsou typu β^- , první probíhá s poločasem přeměny 28,8 roku, druhá s poločasem přeměny 64,1 hodin. V tom případě hovoříme o přeměnových řadách, na jejichž konci je stabilní jádro.

Interakce ionizujícího záření s prostředím

Ionizující záření (alfa, beta, gama, neutrony apod.) při průchodu látkovým prostředím interaguje s jeho atomy. Interakci obecně rozumíme vzájemné působení mezi částicí a prostředím (t.j. atomy, elektrony, nukleony, jádry). Pro nabitě částice s nenulovým magnetickým momentem se uplatňuje zejména elektromagnetická interakce. Mezi neutrony a prostředím dochází k interakci především v důsledku jaderných sil (tzv. silná interakce). Vlivem těchto interakcí částice ionizujícího záření mění směr dráhy a ztrácejí svou energii.

Ztráty energie jsou důsledkem pružného a nepružného rozptylu záření na elektronech a jádrech okolních atomů, případně důsledkem jaderných reakcí a pod. Jedním z hlavních výsledků těchto interakcí při průchodu ionizujícího záření prostředím je ionizace, při které jsou uvolňovány elektrony z elektronových obalů atomů látkového prostředí. Z tohoto hlediska je možno rozdělit ionizující záření na přímo ionizující a nepřímo ionizující.

Přímo ionizující záření je tvořeno nabitými částicemi (elektrony, pozitrony, částice alfa apod.), které mají k ionizaci dostatečnou energii.

Nepřímo ionizující záření (fotony, neutrony a pod.) v důsledku různých procesů uvolňuje přímo ionizující nabitě částice nebo vyvolává jaderné reakce, které jsou provázené emisí přímo ionizujících částic.

Popis průchodu ionizujícího záření prostředím je dále rozdělen podle způsobů interakce do tří skupin - nabitě částice, fotony, neutrony.

Interakce nabitých částic s prostředím

Při ztrátách energie ionizujícího záření, které je tvořeno elektricky nabitými částicemi (částice alfa, elektrony, pozitrony a další), hraje ze všech možných procesů nejdůležitější roli ionizace.

Pro lehké částice (elektrony, pozitrony) existuje ještě jeden způsob, jak tyto částice ztrácejí energii. Zejména při vyšších energiích částic (od několika MeV výše) může nastat proces konkurující ionizaci. Jedná se o vznik brzdného záření a o energetické ztráty s ním spojené. Jestliže se nabitá částice pohybuje v silovém poli, tedy její pohyb je nerovnoměrný nebo křivočarý, vyzařuje elektromagnetické záření na úkor kinetické energie. Pro elektrony a pozitrony s uvedenou energií se jedná o záření v rentgenové oblasti spektra. Intenzita emitovaného záření klesá s druhou mocninou hmotnosti částice. Pro protony je tedy tato intenzita o šest řádů nižší než pro elektrony. V následujících odstavcích však nebudou tyto energetické ztráty uvažovány, neboť pro oblast energií záření γ se vznik brzdného záření nebude prakticky uplatňovat.

Ionizace je důsledkem nepružného rozptylu elektricky nabitých částic ionizujícího záření na elektronech atomů prostředí, ke kterému dochází v důsledku elektromagnetické interakce. Při tomto procesu ztratí ionizující částice takovou část své kinetické energie, která je potřebná k uvolnění elektronu z elektronového obalu. Např. střední ionizační energie pro vzduch za normálních podmínek je ≈ 34 eV. Během průletu nabitě částice hmotným prostředím se tento proces opakuje (mnohonásobný rozptyl) do té doby, než kinetická energie nabitě částice již nestačí k ionizaci ani k excitaci okolních atomů. Při excitaci nedochází k uvolnění elektronu z elektronového obalu atomu, ale pouze k jeho přechodu na některou z vyšších energetických hladin.

Ionizující částice kromě ztrát energie ještě mění svůj směr pohybu. Tuto změnu směru způsobuje kromě výše zmíněného nepružného rozptylu také pružný rozptyl. Při tomto procesu se kinetická energie částic nespotebovává na ionizaci či excitaci atomů, tedy energetický stav atomu je před rozptylem a po rozptylem stejný. Vzhledem k tomu, že rozptyl probíhá převážně na elektronech elektronových obalů atomů prostředí, je podstatně více rozptylováno záření beta obsahující elektrony nebo pozitrony než např. záření alfa tvořené jádrem ${}^4_2\text{He}$, která mají přibližně o tři řády větší hmotnost. Důsledkem toho se těžké částice pohybují po téměř přímých drahách, zatímco dráhy elektronů nebo pozitronů jsou ve větších hloubkách značně pokřiveny. Pohyb elektronů se často označuje jako difúzní pohyb elektronů.

Co se týče energetických ztrát ionizací, chovají se těžké a lehké částice rovněž odlišně. Veličina, která popisuje úbytek energie částice vlivem ionizace na jednotku dráhy při průchodu látkou, se nazývá „lineární brzdná schopnost“ a charakterizuje vlastnosti prostředí z hlediska ionizace. Tato veličina závisí nepřímo úměrně na druhé mocnině rychlosti částice. Následkem toho ionizující částice se stejnou energií ale různou hmotností ionizují okolní

prostředí odlišně. Těžké částice při stejné energii mají nižší rychlost a ionizační ztráty jsou proto větší než u lehkých částic. Dalším důsledkem této závislosti je fakt, že k největším ztrátám energie částic dochází na konci dráhy, kdy je rychlost částic v prostředí již relativně malá.

Interakce záření gama s prostředím

Záření gama je elektromagnetické záření tvořené fotony. Fotony jsou elektricky neutrální kvazičástice s nulovou klidovou hmotností. Pohybují se rychlostí světla. I když interagují s jinými částicemi prostřednictvím elektromagnetické interakce, probíhá tato interakce vlivem nulové klidové hmotnosti fotonů odlišným způsobem než u elektricky nabitých částic.

Interakce fotonů s látkou probíhá prostřednictvím tří základních procesů - fotoelektrického jevu, Comptonova rozptylu a tvorby párů. Tyto jevy probíhají při interakci s elektrony nebo v případě tvorby párů v elektrostatickém poli atomových jader. Kromě těchto tří procesů mohou probíhat i interakce s jádry atomů, jako jsou jaderný fotoefekt a jaderné reakce. Pravděpodobnost těchto jevů je však obvykle zanedbatelná. Výjimku tvoří některé speciální případy. V důsledku těchto uvedených procesů jsou uvolňovány elektrony, které interagují s prostředím procesy popsány v předchozí kapitole.

1) „Fotoelektrický jev“ může probíhat pouze na vázaných elektronech v elektronovém obalu. Pravděpodobnost fotoelektrického jevu klesá s rostoucí energií fotonů a roste s pátou mocninou atomového čísla Z (pro slupku K). Při fotoelektrickém jevu interaguje foton s atomem jako s jediným celkem. Energie fotonu W je určena vztahem

$$W = h \cdot \nu, \quad (14.3)$$

kde h je Planckova konstanta a ν je frekvence. Všechna energie fotonu je předána některému elektronu z elektronového obalu atomu (s největší pravděpodobností elektronu na slupce K), který je z atomu uvolněn. Uvolněný elektron opustí atom s energií

$$W_e = h \cdot \nu - W_0, \quad (14.4)$$

kde W_0 výstupní práce, což je vazební energie elektronu, tedy je energie potřebná k jeho uvolnění z atomu. Tato energie se pro různé prvky pohybuje v rozmezí $10^1 \div 10^5$ eV.

2) „Comptonův rozptyl“ je pružný rozptyl fotonů na volných elektronech. Z hlediska fotonu lze za volný považovat takový elektron, jehož vazbová energie je podstatně nižší, než je energie fotonu. Energie původního fotonu se rozdělí mezi elektron, na kterém rozptyl probíhá, a rozptýlený foton. Rozptýlený foton je jediný foton s menší energií a tedy větší vlnovou délkou. Původní foton v interakci zanikl. Ze zákonů zachování energie a hybnosti plyne vztah pro vlnovou délku a energii rozptýleného fotonu v závislosti na úhlu rozptylu φ

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos\varphi), \quad E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad (14.5)$$

kde λ je vlnová délka, E je energie, c je rychlost světla, h je Planckova konstanta, ν je frekvence. Pravděpodobnost jevu roste s atomovým číslem Z prostředí a klesá s rostoucí energií fotonu před rozptylem. Tento pokles pravděpodobnosti v závislosti na energii je však pomalejší než v případě fotoelektrického jevu.

Ke Comptonovu rozptylu může docházet i na atomových jádrech (a prakticky na libovolné nabitě částici nebo na částici s nenulovým magnetickým momentem). Pro běžné energie záření gama ($E \approx 1 \text{ MeV}$) mají však rozptýlené fotony po rozptylu na atomových jádrech téměř shodnou energii s nerozptýlenými fotony, neboť klidová hmotnost jader je o několik řádů vyšší než hmotnost těchto fotonů. To má za následek, že se mezi rozptýlenými fotony s nižší energií (v důsledku rozptylu) vyskytují i fotony s původní energií.

3) „Tvorba párů“: Pohybuje-li se foton v elektromagnetickém poli nabitě částice, může dojít k jeho přeměně na pár částice-antičástice. Jedná se o jev s prahovou energií, to znamená, že k realizaci tohoto jevu musí být energie fotonu nejméně rovna součtu klidových energií částice a antičástice. Vzhledem k tomu, že částice a antičástice mají stejnou hmotnost, musí být minimální energie fotonu W_{\min} rovna

$$W_{\min} = 2m_0 \cdot c^2, \quad (14.6)$$

kde c je rychlost světla a m_0 je klidová hmotnost vzniklé částice (antičástice). Nejčastěji dochází k tvorbě páru elektron-pozitron (pozitron je antičásticí k elektronu), protože tento proces má nejnižší prahovou energii, která činí 1,02 MeV. Jestliže foton má vyšší energii nežli prahovou, rozdělí se zbývající část energie mezi částici a antičástici stejným dílem. Pravděpodobnost vzniku páru elektron-pozitron vzrůstá se zvyšující se energií fotonu a s druhou mocninou atomového čísla prostředí.

Z uvedených procesů, ke kterým dochází při interakci záření gama s látkou, je zřejmé, že fotonů ve směru šíření během průletu látkovým prostředím postupně ubývá. Tento úbytek lze popsat exponenciálním vztahem pro absorpční zákon

$$N = N_0 e^{-\mu x}, \quad (14.7)$$

kde N_0 je původní počet fotonů, N je počet fotonů po průchodu látkovým prostředím o tloušťce x a μ je lineární součinitel zeslabení. N je třeba chápat tak, že vyjadřuje počet fotonů, které ještě nebyly rozptýleny, a mají tedy původní energii.

Zeslabovací koeficient μ vyjadřuje součet zeslabovacích koeficientů pro jednotlivé jevy - fotoelektrický jev, Comptonův rozptyl a tvorba párů

$$\mu = \mu_f + \mu_C + \mu_P, \quad (14.8)$$

kde μ_f, μ_C, μ_P jsou zeslabovacími koeficienty pro jednotlivé procesy, $\mu_f \approx \frac{Z^5}{h\nu^{7/2}}$, $\mu_C \approx Z$, $\mu_P \approx Z^2$.

Jak již bylo uvedeno, pravděpodobnost každého procesu, ke kterému při interakci záření gama s prostředím dochází, závisí jak na energii fotonů gama, tak i na prvku, ze kterého je složeno interagující prostředí. Proto i zeslabující koeficienty jsou závislé na atomovém čísle Z a na energii fotonů.

Interakce neutronového záření s prostředím

Neutrony jsou elektricky neutrální částice, proto se chovají při průchodu látkovým prostředím odlišným způsobem než nabitě částice. Neutron má sice nenulový magnetický moment, ale interakce s elektrony prostřednictvím tohoto momentu je o šest řádů slabší než elektromagnetická interakce v případě nabitých částic. Magnetická interakce mezi neutrony a elektrony elektronových obalů atomů prostředí se může projevit pouze ve speciálních

případech při rozptylu neutronů ve feromagnetických nebo paramagnetických látkách. V případě atomových jader je tato interakce ještě slabší, neboť atomová jádra mají magnetické momenty o tři řády nižší, než jsou orbitální magnetické momenty elektronů v elektronových obalech atomů.

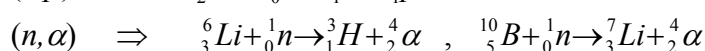
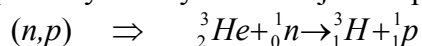
Průchod neutronů prostředím je ovlivňován hlavně silnou interakcí (jadernými silami) s atomovými jádry. Popis této interakce je poměrně složitou záležitostí, neboť velikost interakce silně závisí na energii neutronů a velmi se mění nejen pro jednotlivé prvky, ale i pro různé izotopy téhož prvku. Podle energie je možno rozdělit neutrony na několik skupin - tepelné, pomalé, rezonanční a rychlé. I přes složitost popisu silné interakce mezi neutrony a jádry atomů je možné rozdělit toto působení na pět základních procesů. Závorky (a,b) zde znamenají symbolické označení jaderné reakce, kde a označuje nalétávající částici na jádro X . Po střetu této částice s jádrem X dojde k interakci, po které vznikne jádro Y , ze kterého je emitována částice b .

1) „Pružný rozptyl (n,n) “ Při tomto procesu se počáteční energie neutronu rozdělí mezi neutron a jádro. Jádro po rozptylu zůstává v základním energetickém stavu. S klesající hmotnostní jádra roste část kinetické energie, kterou neutron jádru předá. Jestliže rozptyl bude probíhat na jádrech vodíku, která tvoří pouze jedna částice (proton) s téměř stejnou hmotností jakou má neutron, může neutron předat tomuto jádru veškerou svou energii (v průměru předá polovinu své kinetické energie). Lehká jádra se proto často používají ke zpomalování neutronů např. v jaderných reaktorech. Zpomalující prostředí se nazývá moderátor, v praxi to bývá těžká voda (D_2O) nebo grafit (C).

2) „Nepružný rozptyl (n,n) “ Tento proces je možný pouze pro neutrony s energiemi 0,5 MeV až 20 MeV (rychlé neutrony). Po tomto rozptylu zůstává atomové jádro v excitovaném stavu. Na tuto excitaci se spotřebuje část kinetické energie interagujícího neutronu.

3) „Radiační záchyt (n,γ) “ Při tomto procesu je neutron zachycen jádrem, které v důsledku toho přejde do vzbuzeného stavu. Při přechodu jádra do základního stavu je emitováno záření gama. Radiální záchyt je možný pouze v případě pomalých neutronů, které mají energie v rozmezí 10^{-6} eV až 10^{-3} eV. Tento jev se využívá pro odstínění neutronového záření, které bylo předtím zpomalené moderátorem.

4) „Jaderné reakce (n,p) , (n,α) “ Je to proces nejpravděpodobnější pro lehká jádra. Vlivem interakce je neutron jádrem pohlcen a z jádra je emitována nabitá částice. Konkrétními příklady takových reakcí jsou např.

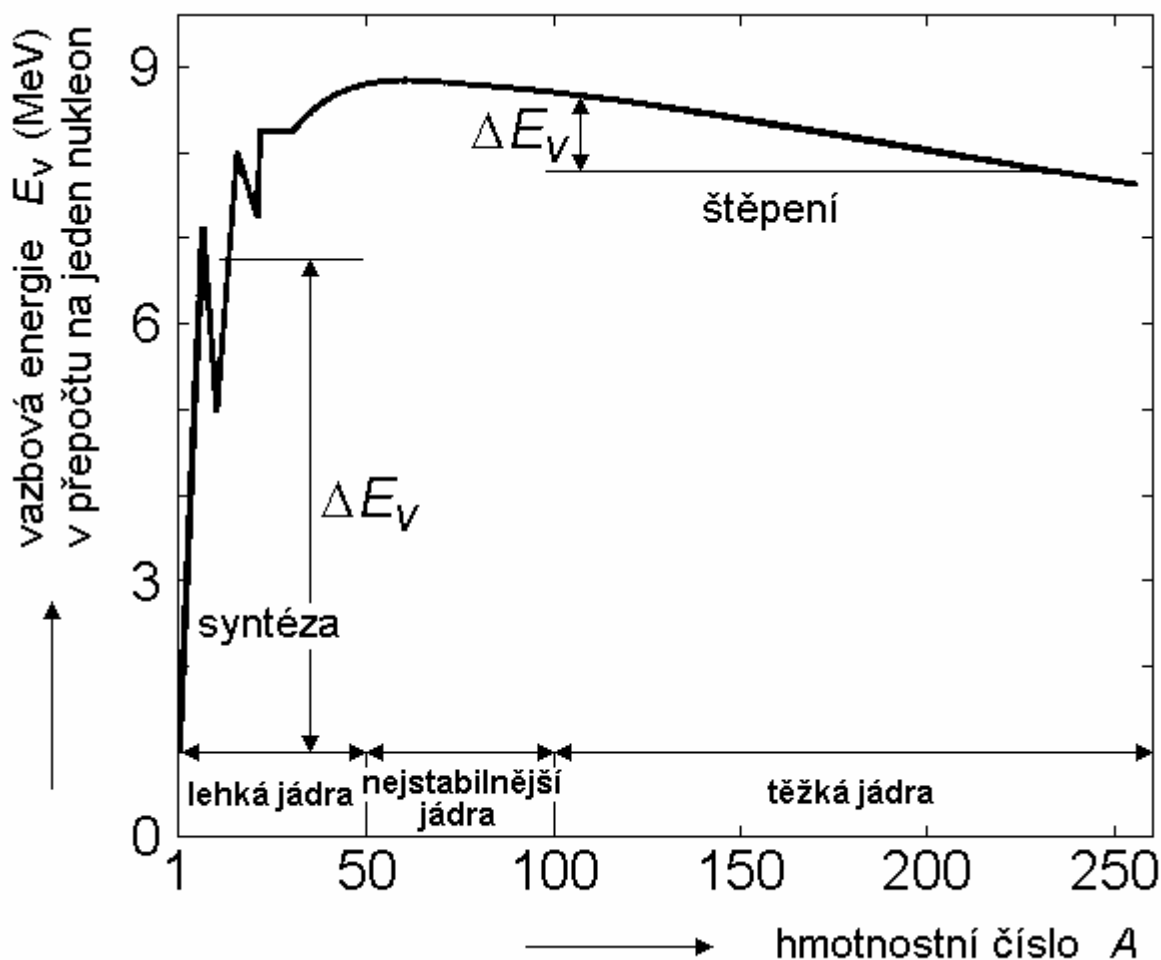


5) „Štěpení jader (n,f) “ Při tomto procesu je v důsledku interakce neutronu a jádra jádro rozštěpeno obvykle na dva až tři fragmenty f (fission). Při štěpení jsou z jádra uvolněny dva až tři neutrony, tedy více než kolik jich do interakce vstoupilo. Na tomto jevu je založena řetězová reakce např. v jaderném reaktoru a při jaderném výbuchu. V případě izotopů ${}^{233}_{92}\text{U}$, ${}^{235}_{92}\text{U}$ a ${}^{239}_{94}\text{Pu}$ nastává štěpení vlivem tepelných neutronů, které mají energie v oblasti $5 \cdot 10^{-3}$ eV až $5 \cdot 10^{-1}$ eV.

Uvolnění jaderné energie

Na obr.14.6 je znázorněna závislost vazbové energie v přepočtu na jeden nukleon na hmotnostním čísle. Ve vazbovou energii, která drží jádro pohromadě, se proměnila část hmotnosti nukleonů podle vztahu

$$E_v = \Delta m c^2. \quad (14.9)$$



Obr.14.6 závislost vazbové energie v přepočtu na jeden nukleon na hmotnostním čísle

Jinými slovy jádro má menší hmotnost, než jaký je součet klidových hmotností všech nukleonů, ze kterých je jádro složeno. Z obrázku je vidět, že energii lze uvolnit jednak spojením lehkých jader na těžší, která jsou v oblasti nejstabilnějších jader, nebo štěpením těžkých jader na jádra lehčí opět v oblasti nejstabilnějších jader. Spojování lehkých jader se říká termonukleární reakce nebo jaderná fúze a probíhá samovolně v jádrech hvězd. Hmotu Slunce tvoří především jádra vodíku a volné elektrony, malé zastoupení jader helia a stopové příměsi jader lithia případně těžších prvků. Příklady některých reakcí probíhajících v jádru Slunce jsou v tab.14.3, množství uvolněné energie je u jednotlivých reakcí uvedeno. Vysoká teplota v řádu 10^7K je nutná, protože jádra jsou kladně nabitá a musí mít dostatečnou energii, aby dokázala překonat odpuzivé elektrostatische síly a přiblížit se na dosah působení jaderných sil, tedy na vzdálenost 10^{-15}m . Uměle může být dosaženo jaderné fúze neřízenou reakcí výbuchem vodíkové bomby nebo řízenou reakcí v náročných zařízeních zvaných tokamak nebo zařízení na pinch efekt. Řízená reakce však není dosud technicky zvládnuta natolik, aby byla použitelná k výrobě energie.

Štěpení těžkých jader může probíhat řízenou reakcí ve štěpných jaderných reaktorech nebo neřízenou reakcí jaderným výbuchem. Řízená štěpná řetězová reakce (viz výše) je technicky zvládnuta již od r.1942, kdy byl spuštěn první jaderný reaktor v USA. Štěpné

jaderné reaktory pracují ve všech jaderných elektrárnách k výrobě energie, nebo jsou používány jako zdroj neutronů k vědeckému výzkumu.

Tab.14.3 Příklady jaderných reakcí v jádru Slunce

${}^1_1\text{H} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^2_1\text{D} + e^+ + \nu_e + \gamma$
${}^2_1\text{D} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + \gamma$
${}^3_2\text{He} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^4_3\text{Li} + \gamma$
${}^2_1\text{D} + {}^2_1\text{D} \rightarrow {}^3_2\text{He} + {}^1_0\text{n} + 3,26 \text{ MeV}$
${}^2_1\text{D} + {}^2_1\text{D} \rightarrow {}^3_1\text{T} + {}^1_1\text{H} + 4,03 \text{ MeV}$
${}^2_1\text{D} + {}^3_1\text{T} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n} + 17,6 \text{ MeV}$
${}^2_1\text{D} + {}^3_2\text{He} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_1\text{H} + 18,4 \text{ MeV}$
${}^6_3\text{Li} + {}^2_1\text{D} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^4_2\text{He} + 22,4 \text{ MeV}$
${}^6_3\text{Li} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + {}^4_2\text{He} + 4,02 \text{ MeV}$
${}^7_3\text{Li} + {}^2_1\text{D} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n} + 14,9 \text{ MeV}$
${}^7_3\text{Li} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^4_2\text{He} + 17,3 \text{ MeV}$

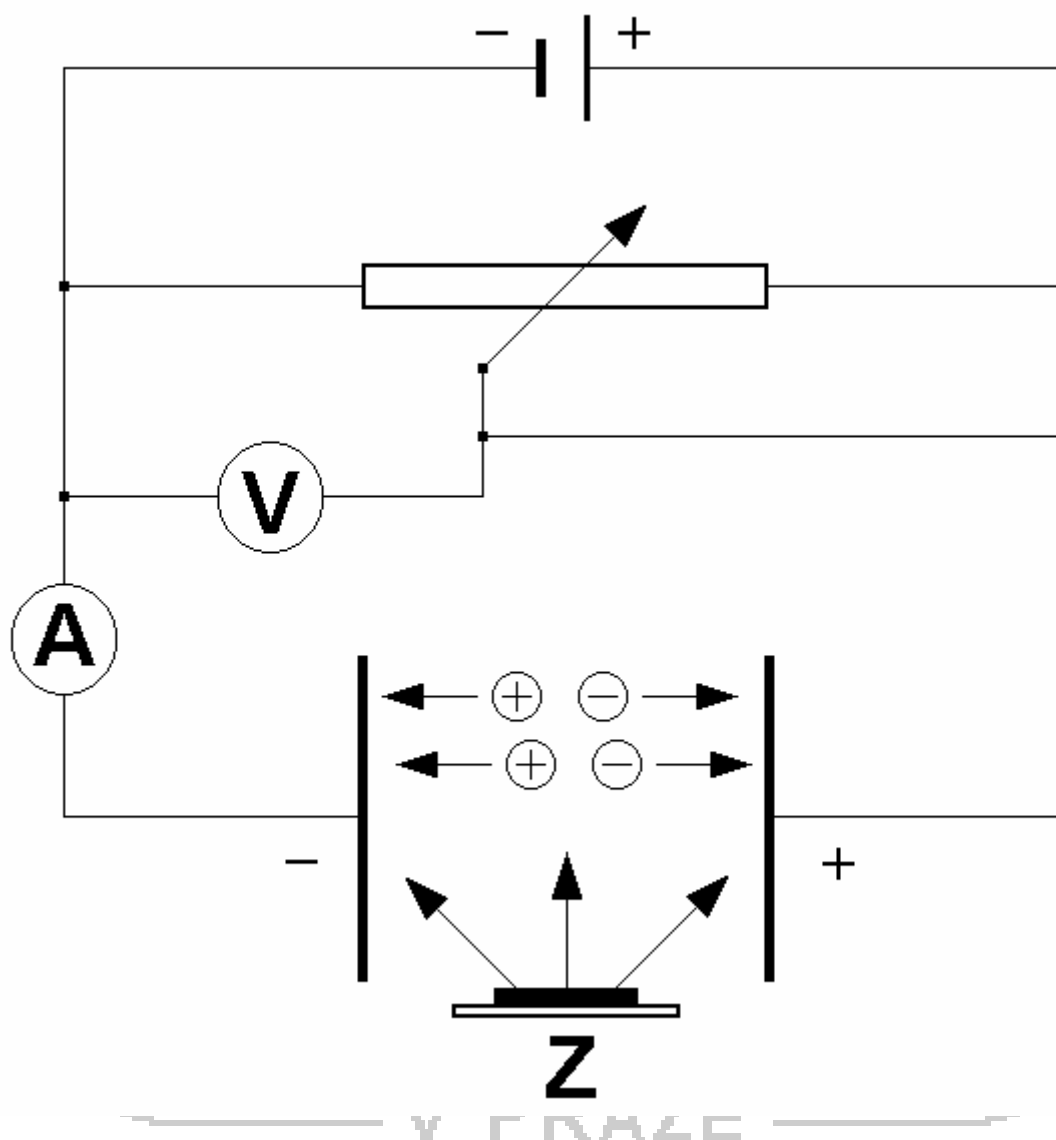
Detekce ionizujícího záření

Detektory ionizujícího záření jsou určeny ke stanovení jeho základních fyzikálních charakteristik. Jsou založeny na interakcích ionizujícího záření s hmotným prostředím, které byly výše popsány. Konstrukce detektorů závisí na jejich určení, t.j. pro jaký druh ionizujícího záření jsou určeny a jaké fyzikální vlastnosti ionizujícího záření mají být studovány. Z hlediska fyzikálních procesů, ke kterým v detektorech ionizujícího záření dochází, je možno rozdělit detektory na několik základních typů: plynové, scintilační a polovodičové. Zvláště v posledních letech vzrůstá význam polovodičových detektorů s rozvojem nových technologií umožňujících výrobu velmi čistých polovodičových materiálů.

Konečným výstupním signálem z uvedených druhů detektorů je obvykle po zaregistrování jedné částice napěťový impuls, který je dále zpracováván a vyhodnocován. Amplituda tohoto impulsu bývá často úměrná energii zaregistrované částice. Velmi důležitý je i tvar napěťového impulsu v závislosti na času, neboť ten ovlivňuje další vlastnosti detektoru jako jsou časové rozlišení a mrtvá doba.

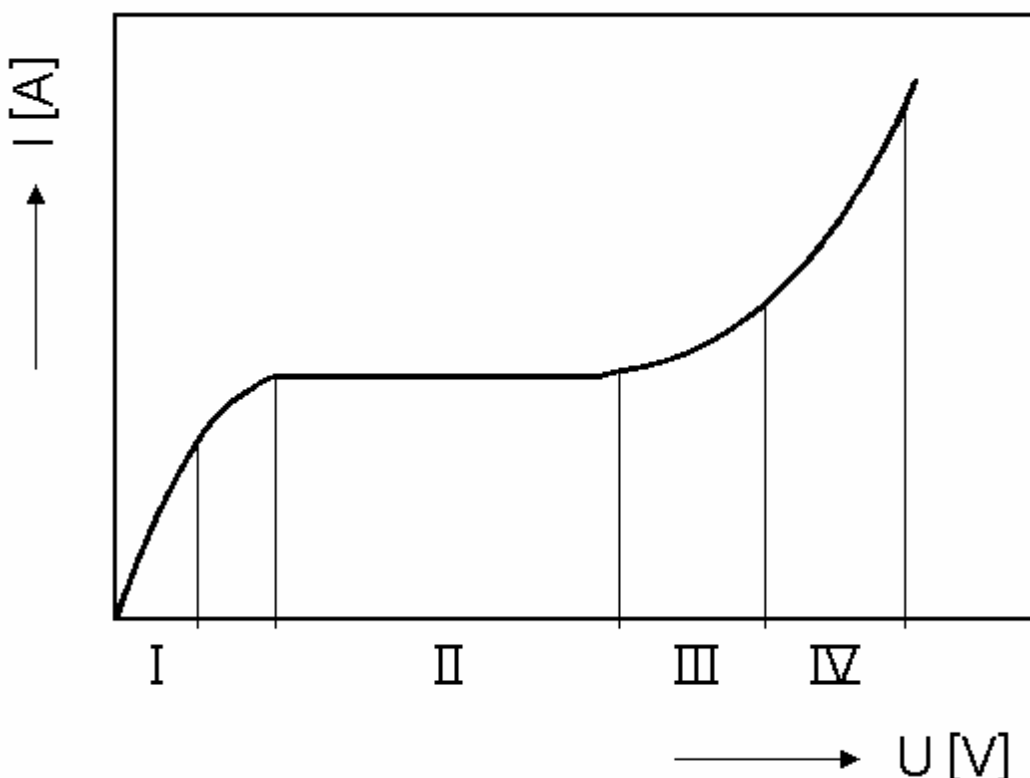
Plynové detektory

1) Ionizační komory: Tyto detektory jsou založeny na schopnosti ionizujícího záření ionizovat plyn. Zpravidla se jedná o komůrku vyplněnou plynem (obr.14.7), ve které jsou umístěny dvě elektrody. Druh plynové náplně a geometrické uspořádání elektrod závisí na určení detektoru.



Obr. 14.7 Schematické uspořádání plynového detektoru.

Velmi důležitá je u plynových detektorů jejich voltampérová charakteristika (obr.14.8). Prochází-li ionizující záření plynovým detektorem, plyn se ionizuje, tedy vznikají páry kladně nabitých iontů a záporně nabitých elektronů. Bude-li mezi elektrodami potenciálový rozdíl, budou se kladné ionty pohybovat ve směru k záporné elektrodě a záporné elektrony ke kladné elektrodě. To znamená, že v uzavřeném elektrickém obvodu poteče elektrický proud. Na velikosti napětí mezi elektrodami závisí i rychlost, jakou se budou elektrony a ionty pohybovat. Při nízkém napětí bude jejich rychlost poměrně malá a bude docházet k rekombinaci iontů a elektronů ještě dříve, než dojdou k elektrodám, neboť pravděpodobnost rekombinace roste s klesající vzájemnou rychlostí elektronů a iontů. S rostoucím napětím tedy proud roste až dosáhne tzv. nasyceného proudu. V této oblasti voltampérové charakteristiky všechny vytvořené elektrony doletí až k elektrodám, proto se zvyšujícím se napětím už proud nemůže růst. Při vysokých napětích budou elektrony získávat při urychlování v elektrickém poli takovou energii, že budou ionizovat další atomy plynu (sekundární ionizace), takže proud mezi elektrodami bude lavinově narůstat. Tento jev se nazývá plynové zesílení.

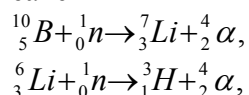


Obr.14.8 Voltampérová charakteristika plynového detektoru.

Při měření aktivity zářičů alfa a beta bývají obvykle zářiče umístěny uvnitř ionizační komory, takže ionizující částice ztrácejí svou energii pouze v citlivém objemu komory. V případě záření beta lze zářič umístit i mimo vlastní ionizační komoru za předpokladu, že elektrony budou do komory vstupovat okénkem, které bude zhotoveno z materiálu málo pohlcujícího elektrony, např. z hliníkové fólie. Tento způsob měření aktivity však není možný v případě záření alfa, neboť dosah částic alfa o energii několika MeV je malý a tudíž by značná část záření alfa byla pohlcena již ve vstupním okénku ionizační komory.

Měření záření gama vyžaduje speciální uspořádání ionizačních komor, neboť ionizace plynu v komoře je způsobena elektrony uvolněnými ze stěn komory některým z možných způsobů interakce záření gama s prostředím. Z tohoto důvodu je třeba vyrábět vnitřní stěny ionizačních komor z materiálů s vysokým protonovým číslem Z .

Pro měření neutronového záření tvořeného pomalými neutrony se používají ionizační komory s plynou náplní BF_3 s příměsí argonu, nebo ionizační komory jejichž katoda je pokryta sloučeninami obsahujícími bór nebo lithium. Neutrony, které vletí do komory, způsobí některou z jaderných reakcí



při kterých se uvolní částice ionizující plynou náplň ionizační komory, kterou lze snadno detekovat. Mohou se také používat ionizační komory, které mají katodu pokrytou izotopem uranu ${}^{235}_{92}\text{U}$. Neutrony vyvolávají štěpení jader uranu, přičemž vzniklé štěpné fragmenty jsou nositeli několika elementárních nábojů, takže silně ionizují plynou náplň komory. K registraci rychlých neutronů se používají plyné náplně bohaté na lehké prvky (CH_4 , CH_2 ,

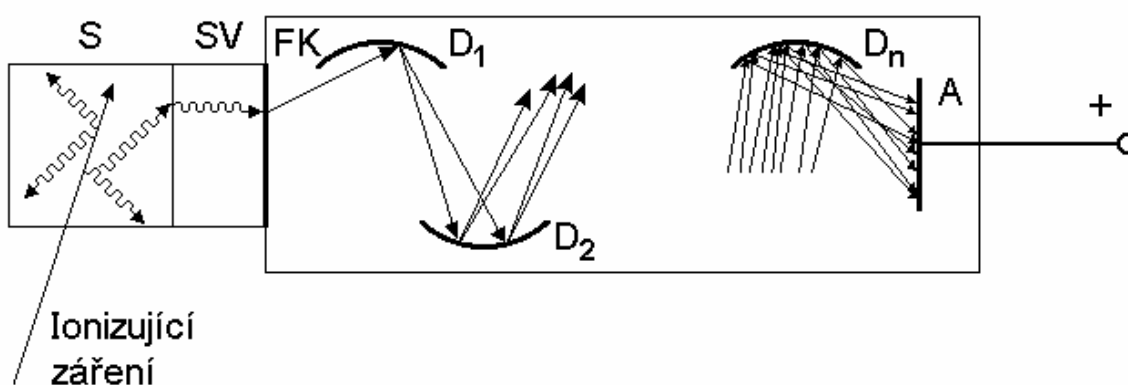
C_2H_6 a pod.). Neutrony jsou těmito látkami rozptylovány. Při těchto rozptylech rychlé neutrony vyraží z látek vodík nebo disociují molekuly některých látek na ionty, které ionizují náplň komory.

2) **Proporcionální počítače:** Geometrické uspořádání proporcionálních počítačů je obdobné jako u ionizačních komor. Proporcionální počítače pracují v oblasti proporcionality III (obr.14.8). V této oblasti se začíná projevovat ionizace nárazem, to znamená, že elektrony mezi dvěma srážkami získají v elektrickém poli energii postačující k další ionizaci plynu.

3) **Geigerovy-Müllerovy počítače:** GM počítače pracují v Geigerově oblasti IV voltampérové charakteristiky (obr. 14.8). Jejich uspořádání je obdobné, jako v případě ionizačních komor nebo proporcionálních počítačů. Obvykle se používá koaxiální uspořádání elektrod. Plynná náplň má obvykle tlak nižší než 10^5 Pa. Pro zvýšení účinnosti detektoru se do plynné náplně obvykle přidává malé množství organických látek, např. alkoholu, etylén, trimetylboru a pod. Napětí na elektrodách GM počítače se nastavuje pod hodnotu způsobující samostatný výboj. Proletí-li ionizující částice, plyn se stane vodivý, vznikne nesamostatný výboj a obvodem teče proud. Na sériově zapojeném rezistoru stoupne napětí, a klesne napětí na elektrodách GM trubice, což způsobí zhašení výboje. Elektronika vyhodnocuje počet pulsů a tak počítá částice, které trubicí prolétly. Pokud některá částice vstoupí do detektoru v době registrace jiné částice, není zaregistrována, neboť obě částice se projeví jako jediný impuls. Doba, kdy je detektor „zablokovaný“ se nazývá mrtvou dobou a statisticky je poté třeba korigovat naměřené hodnoty.

Scintilační počítače

Detekce ionizujícího záření prostřednictvím scintilačních detektorů je jedna z nejstarších metod. Princip metody se opírá o skutečnost, že nabitě částice mohou v některých látkách (krystalech) vyvolávat krátké záblesky v oblasti viditelného nebo ultrafialového světla.



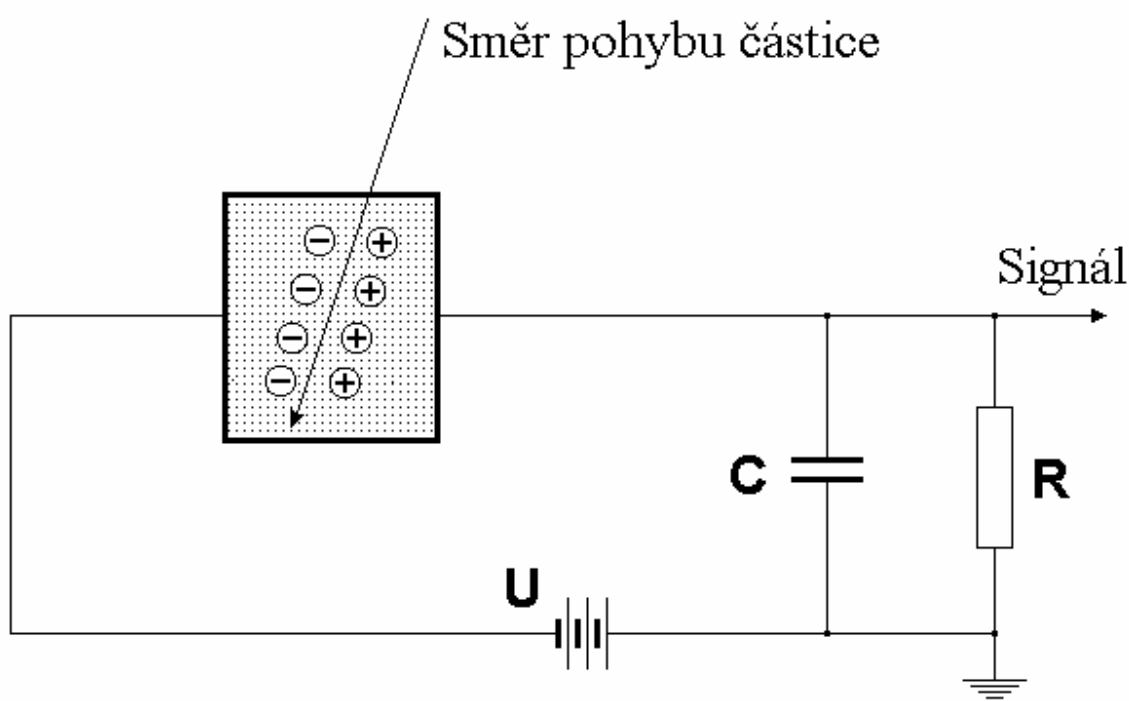
Obr. 14.9 Schematické uspořádání scintilačního detektoru.

Schematické uspořádání scintilačního detektoru je uvedeno na obr. 14.9. Částice ionizujícího záření, která pronikne do scintilační látky S vyvolá světelné záblesky. Takto vzniklé fotony po průchodu scintilátorem jsou světlovodem SV vedeny na fotokatodu FK fotonásobiče. Na fotokatodě vyvolají fotony fotoelektrický jev. Fotokatoda je tenká vrstva látky, u které je vysoká pravděpodobnost fotoemise elektronu dopadem fotonu příslušné vlnové délky. Elektrony uvolněné z fotokatody dopadají na elektrody ve fotonásobiči (tzv.

dynody D), které jsou zhotoveny z materiálu s vysokým koeficientem sekundární emise, t.j. dopadající elektron vyvolá emisi několika dalších elektronů. Dynod je ve fotonásobiči několik podle požadovaného zesílení. Z poslední dynody jsou elektrony vedeny na anodu A, ke které je připojen přes uzemňovací odpor R kondenzátor C, na kterém se průlet ionizující částice scintilátorem projeví napěťovým impulsem. Naměřené hodnoty je třeba rovněž statisticky korigovat podobně jako u GM počítače.

Polovodičové detektory

V polovodičových materiálech jsou dopadem ionizující částice generovány páry elektron-díra, napětí přiložené na detektor způsobí tok elektronů ke kladné elektrodě a tok děr k záporné elektrodě. Dopad částice se tedy projeví jako napěťový impuls na sériově zapojeném rezistoru (viz obr.14.10), naměřené hodnoty je třeba rovněž statisticky korigovat podobně jako u GM počítače.



Obr.14.10 Schéma uspořádání detekce ionizujícího záření s polovodičovým detektorem.

Radioaktivní zářiče

Základní veličiny charakterizující zářič

Radioaktivní látky našly široké možnosti využití nejen ve fyzikálním výzkumu, ale také v různých oborech vědy a techniky, např. v lékařských aplikacích. Zpravidla se používá určité množství radionuklidu, které nazýváme radioaktivní zářič. K tomu, abychom mohli radioaktivní zářič kvantitativně a kvalitativně popsat, musíme zavést některé veličiny. Především je každý zářič charakterizován typem přeměny, ke které v jeho jádrech dochází (přeměna alfa, beta, emise záření gama, emise neutronů). K přeměně dochází s určitou pravděpodobností, neboli s určitým poločasem přeměny $T_{1/2}$, který je pro daný zářič konstantou. Částice jsou emitovány s určitou energií nebo energiemi. Typ přeměny je vnitřní charakteristikou zářiče, ale nepopisuje jej kvantitativně.

Veličina charakterizující množství a rychlost radioaktivních přeměn se nazývá aktivita. Aktivita je definována

$$A = \frac{dN}{dt}, \quad (14.10)$$

t.j. jako podíl středního počtu dN samovolných jaderných přeměn z daného energetického stavu v určitém množství radionuklidu za časový interval dt a délky tohoto intervalu dt . Jednotkou aktivity je becquerel (značka Bq), jejíž rozměr je s^{-1} . Veličina N (obecně počet entit) zde označuje počet radioaktivních přeměn, při měření používáme N k označení počtu částic vyslaných zářičem, event. k označení počtu signálů registrovaných detektorem. Tato veličina vyjadřuje počet dějů a je tedy bezrozměrná.

Pozor! Je třeba rozlišovat počet N a četnost označenou n . Četnost n je definována jako podíl středního počtu dějů nebo interakcí a délky časového intervalu, v němž tyto děje proběhly. Má vždy rozměr s^{-1} .

Interakci ionizujícího záření s látkou popisuje skupina veličin, z nichž některé zavedeme. Pro posouzení účinků záření na látky i na živé organismy se užívá veličina dávka (absorbovaná dávka) D , která je definována

$$D = \frac{d\bar{\varepsilon}}{dm}, \quad (14.11)$$

kde $d\bar{\varepsilon}$ je střední sdělená energie, t.j. energie předaná ionizujícím zářením látce o hmotnosti dm v daném místě. Jednotkou dávky je gray, značka Gy. Gray má rozměr $m^2 \cdot s^{-2}$. Při stanovení dávky je třeba vždy uvést druh látky s níž záření interaguje, např. dávka ve vzduchu D_α , dávka v živé tkáni D_t a pod. Dávkový příkon \dot{D} je počít přírůstků dávky dD za časový interval dt tohoto intervalu dt .

$$\dot{D} = \frac{dD}{dt}. \quad (14.12)$$

Jednotka dávkového příkonu je $Gy \cdot s^{-1}$, jeho rozměr je $m^2 \cdot s^{-3}$.

Biologický účinek ionizujícího záření nezávisí jen na absorbované dávce záření, ale také na druhu záření. Pro účely ochrany před zářením je proto nutné zavést veličinu, která by odrážela různé biologické účinnosti jednotlivých druhů záření. Jako referenčního zdroje záření se obvykle používá rentgenové záření s energií 200 keV. Biologická účinnost záření vztahená k účinnosti referenčního zdroje se nazývá jakostní faktor Q . Hodnoty jakostního faktoru Q , který charakterizuje závažnost biologických účinků určitého druhu záření, jsou následující (pro vybrané druhy záření):

záření $X, \gamma, \beta^-, \beta^+$	1
částice α	20
tepelné neutrony	2,3
neutrony s neznámými energetickým spektrem	10

Započtením jakostního faktoru lze zavést dávkový ekvivalent H , který charakterizuje biologické účinky záření (již s ohledem na různé druhy záření)

$$H = D \cdot Q \cdot N, \quad (14.14)$$

kde D je absorbovaná dávka (Gy), Q je jakostní faktor (bezrozměrné číslo) a N je modifikující faktor, obvykle roven jedné. Jednotkou dávkového ekvivalentu je Sievert (Sv).

Radioaktivní zářiče

1) Zářiče alfa existují jednak jako přirozené radionuklidy, jednak je možno je připravit uměle pomocí jaderných reakcí. Jednou z předností radionuklidů alfa je obrovské rozmezí poločasů rozpadu při relativně malých rozdílech v energii emitovaných částic. Například v případě ^{212}Po mají částice alfa energii 8,78 MeV a poločas rozpadu $T_{1/2} = 3,04 \cdot 10^{-7} \text{ s}$, zatímco v případě ^{232}Th je energie částic alfa 3,98 MeV a poločas přeměny $T_{1/2} = 1,39 \cdot 10^{10}$ roků. Další předností je čárové energetické spektrum vysílaných částic. Hodnoty energií jsou vesměs určeny s přesností 0,1%, což odpovídá řádově jednotkám keV. Vysoká přesnost v určení hodnot energie a malá přirozená šířka píků ve spektru jsou důvodem k použití zářičů alfa pro energetickou kalibraci a určení energetického rozlišení detektoru.

2) Zářiče beta emitují elektrony nebo pozitrony. Zářiče β^- emitující elektrony jsou jak přirozeného původu, tak připravované uměle pomocí jaderných reakcí. Zářiče β^+ emitující pozitrony se přírodě nenacházejí, dají se připravit pouze uměle pomocí jaderných reakcí v urychlovačích nebo v jaderných reaktorech. Pro emisi elektronů i pozitronů platí obecná zákonitost: čím větší je energie uvolňovaná při přeměně, tím kratší je poločas přeměny beta. Nejkratší poločasy při přeměně beta jsou řádově 10^{-2} s a odpovídá jim energie asi 10 MeV uvolňovaná při přeměně. Energetické spektrum záření beta je spojitě a charakteristickou veličinou je maximální energie ve spektru. Ve většině případů je výsledné jádro po přeměně beta ve vzbuzeném stavu a prakticky současně s emisí elektronů či pozitronů dochází i k emisi záření gama. Existují však i případy, kdy se výsledné jádro po přeměně nalézá v základním stavu, takže zářič beta zhotovený z těchto radionuklidů by neměl vyzařovat žádné záření gama. Ve skutečnosti však nelze připravit zářiče beta bez doprovodné emise záření gama ze dvou příčin: za prvé při pohybu lehkých nabitých částic látkou vzniká brzdné záření (i v materiálu zářiče či podložky) a za druhé přeměna beta znamená změnu počtu protonů v jádře a tím i odpovídající změnu v atomovém obalu, která je provázána emisí elektromagnetického záření. Je-li zářič beta zdrojem pozitronů, vznikají navíc v materiálu zářiče nebo podložky fotony s energií 0,511 MeV v důsledku anihilace pozitronů s elektrony.

3) Radioaktivní zdroje záření gama jsou obvykle radionuklidy, v nichž probíhá přeměna beta. Výhodou těchto zdrojů je možnost dosažení vysoké aktivity. Většinou se jádro dostává do základního stavu postupnou deexcitací přes několik energetických hladin, tedy v těchto případech jsou emitovány fotony s několika hodnotami energie. Energie emitovaného záření gama leží pro různé radionuklidy v intervalu od několika keV až do 20 MeV. Užíváme-li zářič gama pro kalibraci detektorů, volíme ty zdroje záření gama, jejichž energetické spektrum obsahuje nejvýše tři píky, energeticky od sebe dostatečně vzdálené. Pro tento účel se nejčastěji používají nuklidy ^{24}Na , ^{60}Co , ^{137}Cs .

4) Zdroje neutronů: Radioaktivními zdroji neutronů jsou vždy myšleny zdroje, v nichž se realizují jaderné reakce typu (α, n) nebo (γ, n) s použitím radioaktivního zářiče jako zdroje částic alfa nebo záření gama. Využívá se přitom např. jaderná reakce ${}^9_4\text{Be} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{12}_6\text{C} + {}^1_0\text{n}$, která probíhá s velkou pravděpodobností. Z radioaktivních zářičů se jako zdroj částic alfa pro tuto reakci používá buď radionuklid ^{210}Po , u něhož je na závadu relativně krátký poločas přeměny 139 dnů, nebo ^{226}Ra s poločasem přeměny 1620 roků. Pro reakce typu (γ, n) lze s úspěchem použít jader dvou nuklidů ${}^9_4\text{Be}$ a ${}^2_1\text{H}$. Největší toky neutronů poskytují jaderné reaktory. Z celého povrchu aktivní zóny reaktoru vystupuje až 10^{18} neutronů za sekundu, přičemž jejich energie leží v intervalu od 10^{-3} eV až do 20 MeV.