

# FYZIKA DĚJŮ A PROCESŮ

## I. Úvod



Česká zemědělská univerzita v Praze

# Maximální rozsah předmětu

1. Fyzikální systémy a jejich vlastnosti
2. Periodické děje a periodicitu
3. Volný kmitavý pohyb
4. Tlumený jednoduchý harmonický pohyb
5. Buzený harmonický oscilátor, jeho energie, aplikace
6. Postupné vlnění, polarizace a skládání vln, vlnová rovnice, aplikace
7. Stojaté vlnění, souvislost s vlastními kmity, tlumení, energie  
Aplikace stojatého vlnění na řešení praktických problémů:  
struna, nosník, deska.
8. Elektrické a elektromagnetické vlny, základní vlastnosti
9. Elektromagnetické vlny, aplikace výsledků získaných v oblasti  
mechanických vln
10. Vývoj složitých systémů, termodynamická omezení, entropie
11. Fundamentální změny systémů - růstové funkce  
a kinetické rovnice, křivky přežití
12. Transportní rovnice v jednoduchých systémech, základní pojmy a vztahy
13. Transportní rovnice hmoty, difuze a tok látek a hmotných částic
14. Transportní rovnice „energie“, elektrický proud, vedení tepla,  
tok elektromagnetického záření

# Fyzikální systémy a jejich vlastnosti

## Literatura ke kapitole 1

**Učebnice – Fyzika dějů a procesů (k dostání na katedře fyziky)**

<http://home.czu.cz/sedlacek/>

**Brdička, M., Hladík, A.: Teoretická mechanika. Academia, Praha 1987, 581 s.**

**Halliday, D., Resnick, R., Walker, J.: Fyzika. Část 1. Mechanika.**

**VUTIUM/PROMETHEUS, Praha 2000, s. 1-328.**

**Horák, Z., Krupka, F., Šindelář, V.: Technická fyzika. SNTL, Praha 1960. 1435 s.**

**Kvasnica, J.: Termodynamika. SNTL, Praha 1965, 394 s.**

**Kvasnica, J.: Statistická fyzika. SNTL, Praha 1983, 314 s.**

**Kvasnica, J., Havránek, A., Lukáč, P., Sprušil, B.: Mechanika. Academia, Praha 1988, 476 s.**

**Landau, L., Lifšic, E.: Mechanika. Izdatelstvo „Nauka“, Moskva 1965, 204 s.**

# Fyzikální systém

- Je část fyzikálního vesmíru
- Okolí systému – ta část přírody, která do daného systému nepatří
- Chování systému je dáno jeho fyzikálním stavem
- Stav systému popisují stavové proměnné a stavové funkce
- Stav systému mění děj resp. posloupnost dějů (proces)
- Parametry systému:
  - vnější - popisují působení okolí na systém
  - vnitřní - charakterizují pouze daný systém
- Reálné systémy jsou zjednodušovány do modelových systémů:
  - hmotný bod, ideální plyn, ideální kapalina, atd.

# Klasická mechanika časoprostoru

**Významnou změnou fyzikálního systému** je změna časoprostorové konfigurace – pohyb – tím se zabývá mechanika

**Klasická Newtonova mechanika** – vybudována na představě o silovém působení mezi hmotnými body resp. tělesy (prostřednictvím silových polí)

- je formulována pomocí vektorů

**Polohový vektor v kartézské soustavě souřadné určuje okamžitou polohu hmotného bodu:**

$$\vec{r}_i = x_{1i}\vec{e}_1 + x_{2i}\vec{e}_2 + x_{3i}\vec{e}_3 \equiv x_{ki}\vec{e}_k \quad (k = 1, 2, 3)$$

# Kartézská base

## Násobení vektoru skalárem

$$\begin{array}{ll} \vec{b} = c \vec{a} & 1 \text{ } c \text{ větší než } 0 \\ |\vec{b}| = c |\vec{a}| & 2 \text{ } c \text{ rovno } 0 \\ & 3 \text{ } c \text{ menší než } 0 \end{array}$$

## Kolinearita vektorů $\vec{a}$ $\vec{b}$

$$\vec{b} = c \vec{a}$$

## Koplanarita vektorů $\vec{a}$ $\vec{b}$ $\vec{c}$

$$\vec{c} = d_1 \vec{a} + d_2 \vec{b}$$

Rovnájí-li se sobě dva vektory,  
rovnají se sobě i stejnojmenné  
složky

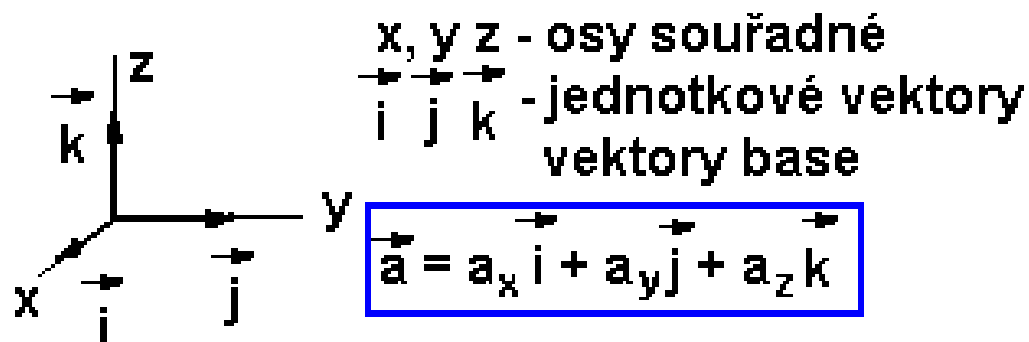
## Base

Jakýkoliv vektor je lineární  
kombinací vektorů base

rovina: dva nekolineární vektory

prostor: tři nekoplanární vektory

## Kartézská soustava souřadná



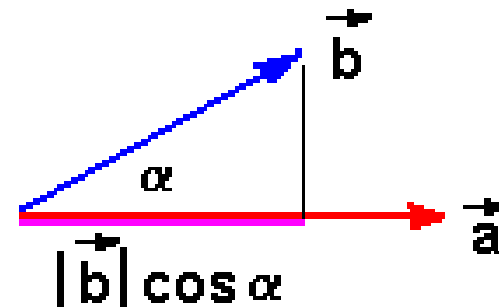
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad a_x \ a_y \ a_z \text{ složky}$$

# Skalární součin vektorů

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha$$

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$$

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = 1$$



$$\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2 = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\vec{a} \cdot \vec{i} = a_x$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}$$

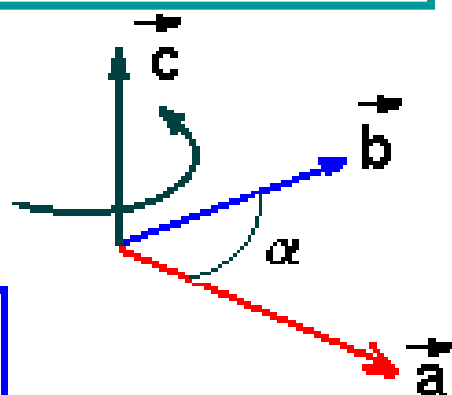
## směrové kosiny

- úhly mezi vektorem a příslušnými osami souřadnými

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{i}}{|\vec{a}| |\vec{i}|} = \frac{a_x}{|\vec{a}|}$$

# Vektorový součin

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \alpha = |\vec{c}|$$



$$\begin{aligned} \vec{i} \times \vec{j} &= \vec{k} \\ \vec{i} \times \vec{i} &= 0 \end{aligned}$$

1. velikost:  $|\vec{a}| |\vec{b}| \sin \alpha$
2. směr je kolmý na  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$
3. tvoří pravotočivou soustavu s vektory  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$
4. nulový vektor, jsou-li  $\vec{a}$  a  $\vec{b}$  kolineární
5.  $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - b_y a_z) \vec{i} + (a_z b_x - b_z a_x) \vec{j} + (a_x b_y - b_x a_y) \vec{k}$$



# Soustava $N$ částic $S(N)$

- soustavu  $N$  hmotných bodů označujeme symbolem  $S(N)$ ,
- místo pojmu hmotný bod budeme používat pojem částice

**volná soustava – pohyb částic není omezen – lze popsat Newton. ricemi:**

$$m_i \dot{\vec{v}}_i = \vec{F}_i (i = 1, \dots, N)$$

- **platí v inerciální soustavě** – tj. tam, kde platí 1. NZ

**na soustavu  $S(N)$  zpravidla působí vazby (omezení) vyjádřené rovnicí či nerovnicí**

- vazby dvoustranné (udržující),
- vazby jednostranné (neudržující)
- rovnice  $f(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_n; t) = 0$  charakterizuje

**holonomní (integrabilní) vazbu - v rovnicích pouze čas a souřadnice**

- může být vyjádřena také diferenciální rovnicí

# Soustava $N$ částic $S(N)$

Neholonomní vazby (v nich i další složky – např. rychlost)

reonomní (nestacionární) – ve vazbové podmínce vystupuje explicitně čas

skleronomní (stacionární) opak reonomní podmínky

geometrické - ve vazbové podmínce pouze souřadnice, speciální případ  
skleronomních podmínek

kinematické – ve vazbových podmínkách vystupují také rychlosti

# Úvod do zobecněných souřadnic pro vázané částice

- soustava částic  $S(N)$  omezena s holonomními vazbovými podmínkami:

$$\varphi_j(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N; t) = 0; (j = 1, \dots, s)$$

Počet stupňů volnosti soustavy je  $f = 3N - s$

- eliminace s závislých souřadnic:

Transformací původních  $3N$  souřadnic na  $f$  nových nezávislých zobecněných souřadnic:  $q_1, q_2, \dots, q_f$

- původní souřadnice jsou:

$$x_{ki} = x_{ki}(q_1, \dots, q_f; t), \quad k = 1, 2, 3, \quad i = 1, \dots, N$$

- nové zobecněné souřadnice definují bod v  $f$ -rozměrném prostoru

# Jednoduchý příklad

**Jedna částice, jejíž pohyb je vázán na kružnici:**

**místo dvou kartézských souřadnic  $x_1$  a  $x_2$  splňující holonomní resp. skleronomní (geometrickou) vazbovou rovnici:**

$$|\vec{r}|^2 = r^2 = x_1^2 + x_2^2$$

**stačí použít jednu zobecněnou souřadnici  $\varphi$ , pomocí níž vyjádříme obě kartézské souřadnice:**

$$\begin{aligned} x_1 &= |\vec{r}| \cos \varphi \\ x_2 &= |\vec{r}| \sin \varphi \end{aligned}$$

# Newtonovy pohybové zákony

**I. Zákon setrvačnosti** Volné hmotné body v inerciální soustavě, je to spíše podmínka: „ Hmotný bod zůstává .....“, ustavuje inerciální soustavy

**II. Zákon síly**  $\vec{\dot{p}}_i = \vec{F}_i$

fundamentální zákon klasické mechaniky

**III. Akce a reakce** Symetrie působících sil, základ dynamické rovnováhy

- použití NZ pro vázané soustavy vede k problémům:

1. Pohybové rovnice nezahrnují vazby
2. Vazbové síly jsou neznámé

- proto je Newt. mechanika vhodná ke studiu volných a nikoliv vázaných soustav
- pro vázané soustavy je třeba použít variační principy z analytické mechaniky

# Úvod do analytické mechaniky

## Eulerovy-Lagrangeovy rovnice

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$$

$$L = L(q_i(t), t) = T - U$$

Lagrangeova funkce

$T$  – kinetická energie

$U$  – potenciální energie

**nekonzervativní systémy** - potenciální energie v zobecněném smyslu,  
veličiny  $T$  a  $U$  můžeme je vyjádřit v libovolných souřadnicích,  
k určení pohybu systému nemusíme zavádět ani pojem síly a dokonce ani  
vazbové podmínky!

# Úvod do analytické mechaniky

## Hamiltonovy kanonické rovnice

### Převod Eulerových-Lagrangeových rovnic na kanonický (Hamiltonův) tvar

(z dif. rovnic 2. řádu na dif. rovnice 1. řádu):

- zavedení zobecněných hybností

$$p_i \equiv \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = p_i(q, \dot{q}, t); \quad i = 1, \dots, f$$

- přechod od proměnných  $(q_i, \dot{q}_i)$  k proměnným  $(q_i, p_i)$ :

- kde:

$$H(q_i, p_i, t) = \sum_{j=1}^f p_j \dot{q}_j - L(q_i, \dot{q}_i, t) \Big|_{\dot{q}_i \rightarrow p_i}$$

$$\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}$$

$$\dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{\partial L}{\partial t}$$

Funkce  $H(q_i, p_i, t)$  se nazývá Hamiltonova funkce (Hamiltonián)

- má rozměr energie,
- pokud  $L$  nezávisí explicitně na čase, tj. platí-li  $\partial L / \partial t = 0$ ,  $H$  se nemění,
- ve většině případů je  $H$  totožné s celkovou energií systému:  $H = T + U$

# Cvičení

1. Diskutujte stavové parametry, které můžeme přiřadit fyzikálnímu systému, tvořeným hmotným bodem.
2. Diskutujte stavové parametry, které můžeme obecně přiřadit termodynamickému systému.
3. Diskutujte stavové parametry fyzikálního systému, tvořeného planetou Země, popř. Sluneční soustavou.
4. Diskutujte zvláštnosti fyzikální soustavou tvořenou celým vesmírem.
5. Prostřednictvím polohového vektoru popište body, které leží na kruhové trajektorii o poloměru  $4$  v rovině dané vektory  $\mathbf{b}$  a  $\mathbf{c}$  a její střed je dán polohovým vektorem  $\mathbf{r}_0$ .
6. Těleso o hmotnosti  $m_1$  a těleso o hmotnosti  $m_2$  jsou spojeny nehmotným, neprodužujícím se vláknem délky  $l$ , vedeným přes nehmotnou kladku o poloměru  $R$ , která se volně otáčí bez tření (viz. obr. 1) Takovéto uspořádání se nazývá Atwoodův padostroj. Určete pohyb obou těles.