Příklad 10.1

U vzorku plastické izolační hmoty byla měřením zjištěna relativní permitivita $\varepsilon_r = 2{,}2$. Určete absolutní index lomu n tohoto materiálu pro elektromagnetické vlnění.

Řešení:

Relativní permeabilita materiálu μ_r, jeho relativní permitivita ε_r a rychlost šíření elektromagnetického vlnění v v tomto materiálu souvisí s rychlostí elektromagnetického vlnění ve vakuu c vztahem:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} \quad . \qquad \text{(a)}$$

Vztah mezi těmito dvěma rychlostmi a absolutním indexem lomu n daného materiálu je dán zákonem lomu

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c}{v} \quad . \qquad \text{(b)}$$

Z rovnice (a) dosadíme vyjádření rychlosti v do vztahu (b) a po dosazení daných hodnot získáme absolutní index lomu:

$$n = \frac{c}{\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}}} = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r} = \sqrt{2{,}2 \cdot 1} = 1{,}483$$

Příklad 10.8

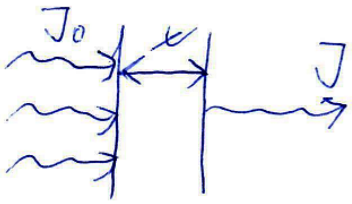
Filtr o tloušťce $\ell_1 = 1$ cm pohltí 35 % dopadajícího světla. Kolik procent světla projde filtrem z téhož materiálu o tloušťce $\ell_5 = 5$ cm?

Řešení:

Změnu intenzity záření při průchodu látkou popisuje Lambertův zákon

$J = J_0\, e^{-\alpha x}$, kde

- J_0 – intenzita záření dopadajícího na vrstvu,
- J – intenzita záření po průchodu vrstvou,
- α – koeficient absorpce,
- x – tloušťka vrstvy.



Platí: $J_1 = J_0 e^{-\alpha l_1} = 0{,}65\, J_0$

(J_1 je 65% z J_0)

Je tedy $e^{-\alpha l_1} = 0{,}65$

$$-\alpha l_1 = \ln 0{,}65$$

$$-\alpha = \frac{\ln 0{,}65}{l_1} = \frac{\ln 0{,}65}{1\,\mathrm{cm}}$$

$$\alpha \doteq 0{,}43\,\mathrm{cm}^{-1}$$

$$J_5 = J_0 e^{-\alpha l_5} \Rightarrow \frac{J_5}{J_0} = e^{-\alpha l_5} = e^{-0{,}43\cdot 5}$$

$$\frac{J_5}{J_0} \doteq 0{,}116 = 11{,}6\,\%$$

Příklad 10.14

Sodíková spektrální čára má vlnovou délku $\lambda = 589{,}6$ nm. Jakou vlnovou délku λ_P této čáry změříme ve spektru hvězdy, která se od nás vzdaluje rychlostí $v = 161\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$? $c = 3\cdot 10^8$ m/s.

Řešení:

Hvězda představuje zdroj světla – zdroj vlnění, který se pohybuje vzhledem k Zemi. Zvětšení vlnové délky a tedy snížení frekvence vlnění nastává tehdy, jestliže se zdroj vlnění pohybuje směrem od pozorovatele, v našem případě od Země. Pak platí Dopplerův princip:

$f_P = f_Z \cdot c\,/\,(c + v)$, kde (a)

f_P je frekvence vlnění zjištěná pozorovatelem,

f_Z – frekvence vlnění vysílaného zdrojem,

c – rychlost šíření vlnění (v našem případě rychlost světla ve vakuu),

v – rychlost pohybu zdroje směrem od pozorovatele.

Mezi frekvencí vlnění f a jeho vlnovou délkou λ platí vztah: $f = c/\lambda$.

Platí tedy: $\frac{c}{\lambda_P} = \frac{c}{\lambda_{(Z)}} \cdot \frac{c}{c+v} \Rightarrow \frac{1}{\lambda_P} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{c}{c+v}$

$$\lambda_P = \lambda \frac{c+v}{c} = 589{,}6 \frac{3 \cdot 10^8 + 161 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8} \text{ nm}$$

$$\underline{\underline{\lambda_P \doteq 589{,}9 \text{ nm}}}$$

Příklad 11.4

Kolik fotonů za sekundu emituje desetiwattová sodíková výbojka? Světlo je monochromatické s vlnovou délkou $\lambda = 589$ nm (žlutá barva). Předpokládejte, že z dodané energie se ve formě světla vyzáří 20 %.

Řešení: Energie 1 fotonu: $E_f = hf = h\frac{c}{\lambda}$

$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s – Planckova konstanta

Počet fotonů za sekundu: $\frac{N}{s} = \frac{20\,\% \text{ z výkonu}}{E_f}$

$$\frac{N}{s} = \frac{0{,}2 \cdot P}{E_f} = \frac{0{,}2 \cdot 10}{h\frac{c}{\lambda}} = \frac{0{,}2 \cdot 10}{6{,}63 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{589 \cdot 10^{-9}}}$$

$$\underline{\underline{\frac{N}{s} = 5{,}9 \cdot 10^{18} \text{ fotonů}}}$$

Příklad 11.10

Určete napětí U na rentgenové trubici, je-li známo, že spojité spektrum rentgenového záření vysílané trubicí neobsahuje vlnové délky kratší než $\lambda = 0{,}0206$ nm.

Řešení: Elektrony získají průchodem potenciálovým rozdílem U kinetickou energii $E_k = eU$. Při jejich dopadu na antikatodu se tato energie přemění na energii fotonu vzniklého Röntgenova záření $E_f = hf$.

Obě energie jsou si rovny:

$$E_k = E_f \Rightarrow \underbrace{eU = hf = h\frac{c}{\lambda}}$$

Napětí je tedy $U = \dfrac{hc}{e\lambda} = \dfrac{6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 206\cdot 10^{-13}}\,\mathrm{V}$

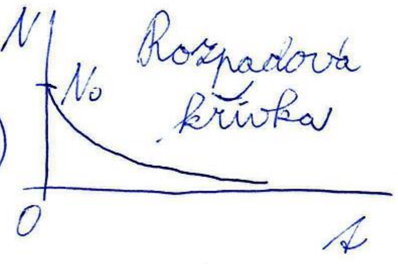
$$\underline{\underline{U = 60{,}3\,\mathrm{kV}}}$$

<u>Příklad 11.31</u>

Poločas rozpadu $T_{1/2}$ radionuklidu ${}^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ je 29 roků. Vypočítejte jeho rozpadovou konstantu λ.

Řešení: Vyjdeme z rozpadového zákona:

$N = N_0 e^{-\lambda t}$



N_0 – počáteční počet jader ($t = 0$)

N – počet jader v čase t

λ – rozpadová konstanta

$T_{1/2}$ – poločas rozpadu

↓ doba, za jakou se přemění polovina jader

Je tedy: $\frac{1}{2}N_0 = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow \ln\frac{1}{2} = -\lambda T_{1/2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \ln 2 = \lambda T_{1/2} \Rightarrow \lambda = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}} = \dfrac{\ln 2}{915\,170\,400\,\mathrm{s}} \doteq \underline{\underline{7{,}57\cdot 10^{-10}\,\mathrm{s}^{-1}}}$

Příklad 11.35

Vypočtěte, za jakou dobu $T_{1/2}$ se přemění polovina jader radioaktivního nuklidu, jehož rozpadová konstanta je $\lambda = 1{,}42 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{s}^{-1}$.

Řešení: Rozpadový zákon: $N = N_0 e^{-\lambda t}$

Platí tedy: $\frac{1}{2}N_0 = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \ln 2 = \lambda T_{1/2} \Rightarrow T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{1{,}42 \cdot 10^{-11}}\ \mathrm{s}$

$T_{1/2} \doteq 48{,}813 \cdot 10^{9}\ \mathrm{s} \doteq 1547\ \text{let}$

Příklad 11.36

Určete poločas rozpadu $T_{1/2}$ radioaktivního nuklidu, jestliže za čas $t_0 = 10$ s klesne počet dosud nepřeměněných jader tohoto nuklidu o 5 %. Produkt rozpadu není radioaktivní.

Řešení: Je $N = N_0 e^{-\lambda t}$

Odtud $0{,}95 N_0 = N_0 e^{-\lambda t_0} \Rightarrow 0{,}95 = e^{-\lambda t_0} \Rightarrow$

$\Rightarrow \ln 0{,}95 = -\lambda t_0 \Rightarrow \lambda = -\frac{\ln 0{,}95}{t_0}$

$\lambda = -\frac{\ln 0{,}95}{10}\ \mathrm{s}^{-1}$

$\lambda \doteq 5{,}129 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{s}^{-1}$

$\ln 2 = \lambda T_{1/2} \Rightarrow T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{5{,}129 \cdot 10^{-6}}\ \mathrm{s}$

$T_{1/2} \doteq 135\ \mathrm{s}$