

Úloha IV m

Dynamické parametry polymeru

Úkol

- 1) Stanovte teplotu vzduchu v místě měření.
- 2) Proved'te měření délky deformované části tyče L – viz obr. 2.
- 3) Pomocí známé hodnoty průměru d , známé hmotnosti m tyče a známé celkové délky l tyče vypočtete hustotu ρ materiálu tyče.
- 4) Určete modul pružnosti v ohybu E (MPa) a viskózní složku μ (Pa·s) viskoelasticity (dále jen viskozita) PMMA tyče pomocí metody vlastních kmitů.
- 5) Porovnejte výpočtem získanou hodnotu Youngova modulu pružnosti v ohybu E s tabulkovou hodnotou této veličiny pro polymethylmetakrylát (PMMA). ($E = 2\,300 - 3\,300$ MPa.)

Obecná část

Polymethylmetakrylát, tj. plexisklo, je běžně používaný konstrukční materiál. Jedná se o nenasákavý (pod 2 %) termoplastický polymer s teplotou zesklnění okolo 110 °C. Z tohoto důvodu je přesné určení teploty pro diskusi naměřených vlastností zásadní.

Hlavním účelem této úlohy je porovnat hodnoty materiálových parametrů plexiskla určených konvenčními metodami s hodnotami získanými metodou tlumených kmitů. Jsou porovnávány hodnoty Youngova modulu pružnosti pro ohyb a viskozita plexiskla. Pro měření je použita tyč o délce kolem 70 cm, kruhového průřezu o průměru cca 10 mm.

Pro výpočet Youngova modulu pružnosti v ohybu E a koeficientu viskozity μ jsou použity následující vztahy:

$$E = \rho \left(\frac{2}{\pi} \right)^4 \left(\frac{2L^2}{d} \right)^2 (4\omega^2 + \beta^2) \left(1 + 8,1 \frac{M_G}{m'} \right), \quad (1)$$

$$\mu = \rho \left(\frac{2L}{\pi} \right)^2 \beta \left(1 + 8,1 \frac{M_G}{m'} \right), \quad (2)$$

kde

ρ je hustota materiálu tyče,

L délka deformované části tyče,

d průměr tyče,

M_G hmotnost zátěže (hmotnost držáku se zrcátkem + hmotnost případného závaží – viz dále),

m' hmotnost deformované části tyče,

ω úhlová frekvence kmitavého pohybu,

β koeficient útlumu tlumeného kmitavého pohybu.

Vztahy pro výpočet:

$$T = \bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i, \quad T_i = t_{s,i+1} - t_{s,i}, \text{ kde}$$

T_i perioda kmitu při pohybu laserového paprsku dolů

T_{i+1} perioda kmitu při pohybu laserového paprsku nahoru

t_{LD} čas sepnutí spínače levého kanálu při pohybu laserového paprsku dolů

t_{RD} čas sepnutí spínače pravého kanálu při pohybu laserového paprsku dolů

t_{RU} čas sepnutí spínače pravého kanálu při pohybu laserového paprsku nahoru

t_{LU} čas sepnutí spínače levého kanálu při pohybu laserového paprsku nahoru

pro úhlovou frekvenci $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Okamžitá výchylka tlumeného kmitu z rovnovážné polohy je $y = A e^{-\beta t} \sin \omega t$,

kde t je čas,

A počáteční amplituda kmitu,

β koeficient útlumu.

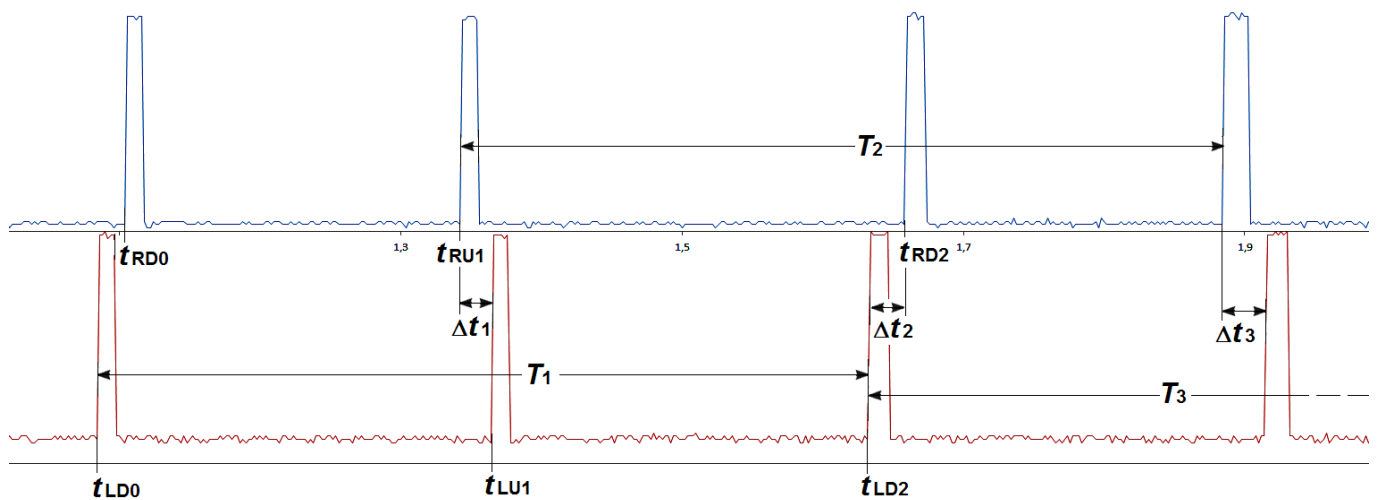
Okamžitá rychlost tlumeného kmitu je první derivace okamžité výchylky (derivace součinu dvou funkcí)

$$v = \frac{dy}{dt} = A \cdot (-\beta) e^{-\beta t} \sin \omega t + A \cdot \omega e^{-\beta t} \cos \omega t$$

Maximální hodnoty v_{\max} dosahuje rychlost při průchodu paprsku rovnovážnou polohou (funkce kosinus je maximální pro časy $t = 0, T/2, T, \dots$).

Koeficient útlumu β lze určit z útlumu λ , poměru dvou po sobě následujících amplitud výchylky nebo okamžité rychlosti. Hodnoty maximálních rychlostí (amplitudy) jsou v místě rovnovážné polohy kmitů. Okolo tohoto místa jsou umístěny dva snímače světelného paprsku a z jejich vzdálenosti s a doby průletu Δt světelného paprsku mezi nimi lze zjistit rychlost v_{\max} kmitajícího paprsku v místě rovnovážné polohy:

$$v_{\max} = \frac{s}{\Delta t}, \quad \Delta t = t_{RD} - t_{LD} \quad \text{nebo} \quad \Delta t = t_{LU} - t_{RU} \quad (\text{viz obr. 1}).$$



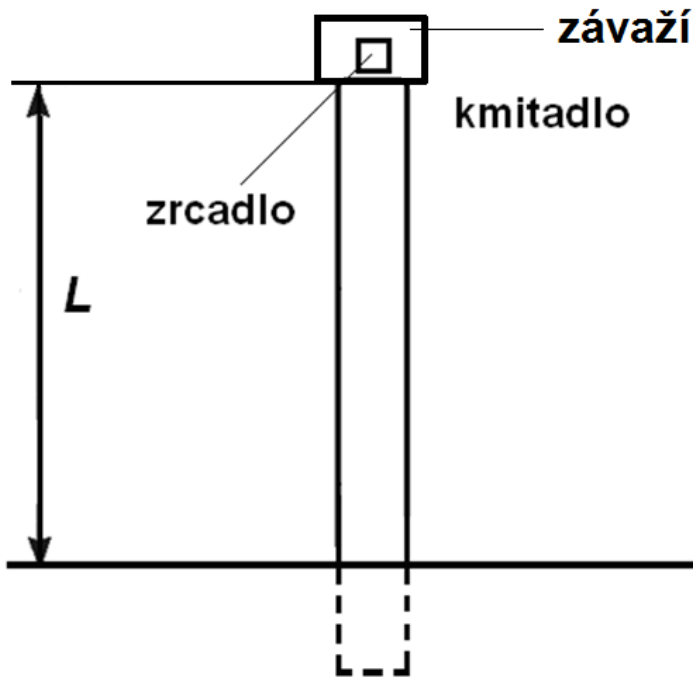
Obr. 1: Záznam měření tlumených kmitů

Koeficient útlumu β se pak určí pomocí útlumu λ maximálních rychlostí odpovídajících dvěma po sobě následujícím periodám T_n a T_{n+1} :

$$\lambda = \frac{v(T_n)}{v(T_{n+1})}, \quad \text{potom} \quad \beta = \frac{1}{T} \ln \lambda = \frac{1}{T} \ln \frac{v(T_n)}{v(T_{n+1})} = \frac{1}{T} \ln \frac{\Delta t_{n+1}}{\Delta t_n}.$$

Měřicí aparatura

Akrylátová tyč je vertikálně zafixována ve sklíčidle, které je upevněno na kovovém držáku připevněném ke stěně. Na opačném, volném konci tyče, je nasazeno kmitadlo o známé hmotnosti, opatřené zrcátkem (obr. 2).



Obr. 2: Konstrukce měřicí aparatury

Na horní straně kmitadla je ploška pro umístění přídavných závaží. Kmitadlo s případnými závažími působí na tyč momentem síly. Zrcátko odráží paprsek z laseru, který je umístěn na stativu vzdáleném přibližně jeden metr od tyče. Paprsek odražený zrcátkem se vrací do snímacího zařízení, které je umístěno na stativu vzdáleném cca 10 metrů od zrcátka.

Postup měření

1. Zaznamenejte teplotu vzduchu v místě měření.
2. Změřte délku deformované části tyče L .
3. Pomocí známého průměru d a známé celkové délky tyče l určete její objem a ze známé hmotnosti tyče m určete hustotu materiálu ρ .
4. Umístěte stativ s laserem přibližně jeden metr od tyče. Umístěte stativ s měřicím zařízením cca 10 metrů od tyče – viz obr. 3.
5. Zapněte laser zapojením konektoru do konektoru baterie.
6. Zaměřte laserový paprsek na střed zrcátka.
7. Oba stativy nastavte tak, aby se stopa paprsku promítla doprostřed mezi snímače měřicího zařízení.
8. Připojte registrační zařízení a zapněte jej.
9. Napružte a ihned uvolněte tyč s kmitadlem ve směru od stativů s laserem a snímacím zařízením. Současně stiskněte spouštěcí tlačítko registračního zařízení. LED na zadní straně snímacího zařízení se rozblíká v rytmu kmitání.
10. Vlastní měření se záznamem je ukončeno vypsáním hodnot na obrazovce registračního zařízení.
11. Z obrazovky opište do příslušné tabulky všechny čtyři dvojice hodnot T , Δt .
12. Měření dle bodů 8. až 10. opakujte 3x.
13. Postup dle bodů 8. až 11. opakujte s přidaným 1. závažím.
14. Postup dle bodů 8. až 11. opakujte se všemi přidanými závažími (1., 2. a 3.) současně.
15. Ukončete napájení laseru odpojením konektoru od baterie.

Tabulka 2 výsledného modulu pružnosti a výsledné viskozity akrylátové tyče a jejich směrodatných odchylek

Střední hodnoty veličin jsou dány průměrem hodnot z posledního řádku tab. 1.

Směrodatné odchylky jsou dány jako směrodatná odchylka středních hodnot z posledního řádku tab. 1.

E (GPa)	s_E (GPa)	μ (Pa·s)	s_μ (Pa·s)

Doporučené tabulky

Naměřené hodnoty je vhodné uspořádat do následujících tabulek.

Zrcadlo bez přídavných závaží:

a)

T (ms)	Δt (ms)

b)

T (ms)	Δt (ms)

c)

T (ms)	Δt (ms)

Zrcadlo s prvním přídavným závažím:

d)

T (ms)	Δt (ms)

e)

T (ms)	Δt (ms)

f)

T (ms)	Δt (ms)

Zrcadlo s prvním, druhým a třetím přídavným závažím současně:

g)

T (ms)	Δt (ms)

h)

T (ms)	Δt (ms)

i)

T (ms)	Δt (ms)

délka deformované části tyče $L =$ mm

teplota °C

Postup výpočtu:

Z tab. a) vypočtete 3 moduly pružnosti a 3 viskozity. Spočtete jejich průměry a směrodatné odchylky a napište je do tab. 1, řádek 1, sloupec M_{GI} .

Z tab. b) vypočtete 3 moduly pružnosti a 3 viskozity. Spočtete jejich průměry a směrodatné odchylky a napište je do tab. 1, řádek 2, sloupec M_{GI} .

·
·
·

Z tab. i) vypočtete 3 moduly pružnosti a 3 viskozity. Spočtete jejich průměry a směrodatné odchylky a napište je do tab. 1, řádek 3, sloupec M_{GI} .