

PRÁCE A STUDIE

SEŠIT 201

**SPECIÁLNÍ PŘÍPADY
HYDRAULIKY
PODZEMNÍCH VOD**

Pavel Pech

Vydala Česká zemědělská univerzita v Praze
ve Výzkumném ústavu vodohospodářském T. G. Masaryka, v.v.i.

Praha 2010

Speciální případy hydrauliky podzemních vod

prof. Ing. Pavel Pech, CSc.

Katedra vodního hospodářství a environmentálního modelování

Fakulta životního prostředí

Česká zemědělská univerzita v Praze

Vydala Česká zemědělská univerzita v Praze

ve Výzkumném ústavu vodohospodářském T. G. Masaryka, v.v.i.,

v edici Práce a studie jako sešit 201

Vědecká redakce:

Ing. Šárka Blažková, DrSc., prof. Ing. Alexander Grünwald, CSc., doc. Ing. Aleš Havlík, CSc., prof. Ing. Pavel Pitter, DrSc., prof. RNDr. Alena Sládečková, CSc., prof. Ing. Jiří Zezulák, DrSc.

Lektorovali: doc. Ing. Václav Kuráž, CSc.

Mgr. Milan Fousek

© Pavel Pech, 2010

ISBN 978-80-87402-04-7

Obsah

1 ÚVOD	/ 5
2 FYZIKÁLNÍ VLASTNOSTI KAPALIN	/ 6
2.1 Měrná hmotnost (hustota) kapaliny	/ 6
2.2 Měrný objem	/ 6
2.3 Měrná tíže	/ 6
2.4 Tlak kapaliny	/ 6
2.5 Stlačitelnost kapalin	/ 7
2.6 Teplotní roztažnost kapalin	/ 7
2.7 Viskozita	/ 8
2.8 Povrchové napětí	/ 8
2.8.1 Kapilarita	/ 8
3 ZÁKLADY HYDRAULIKY ZVODNĚLÝCH VRSTEV	/ 10
3.1 Rozdělení vody ve vertikálním profilu	/ 10
3.2 Typy zvodnělých vrstev	/ 11
3.2.1 Zvodnělá vrstva s volnou hladinou (unconfined aquifer)	/ 11
3.2.2 Zvodnělá vrstva s napjatou hladinou (confined aquifer)	/ 12
3.2.3 Polopropustná vrstva s přetékáním (leaky aquifer)	/ 12
3.3 Hydraulické a hydrogeologické vlastnosti zvodnělých vrstev	/ 12
3.3.1 Efektivní napětí	/ 12
3.3.2 Storativita	/ 14
3.3.2.1 Specifická storativita	/ 14
3.3.3 Pórovitost	/ 15
3.3.4 Propustnost (k_p)	/ 16
3.3.5 Hydraulická vodivost (K)	/ 17
3.3.6 Transmisivita – průtočnost	/ 17
3.4 Heterogenita a anizotropie	/ 17
3.4.1 Anizotropie zvodnělých vrstev	/ 17
4 ZÁKLADNÍ ROVNICE	/ 21
4.1 Rovnice kontinuity porézního prostředí	/ 21
4.2 Darcyho rovnice	/ 23
4.2.1 Meze platnosti Darcyho zákona	/ 26
4.3 Základní parciální diferenciální rovnice proudění zvodnělou vrstvou s napjatou hladinou	/ 27
4.3.1 Využití rovnice (mm) pro proudění podzemní vody zvodnělou vrstvou s volnou hladinou	/ 30
5 ŘEŠENÍ NEUSTÁLENÉHO PROUDĚNÍ K IDEÁLNÍMU VRTU	/ 32
5.1 Řešení parciální diferenciální rovnice nestacionárního radiálního proudění k ideálnímu úplnému vrtu (neuvažuje se vliv objemu vrtu a dodatečných odporů na vrtu)	/ 32

5.1.1	Theisova metoda typové křivky	/ 37
5.1.2	Jacobova semilogaritmická metoda přímkou	/ 38
6	ŘEŠENÍ ZÁKLADNÍ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE V BEZROZMĚRNÝCH PARAMETRECH PRO SKUTEČNÝ VRT	/ 41
6.1	Bezrozměrné parametry	/ 41
6.2	Dodatečné odpory	/ 42
6.3	Storativita vrtu	/ 46
7	ŘEŠENÍ ZÁKLADNÍ PARCIÁLNÍ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE V BEZROZMĚRNÝCH PARAMETRECH POMOCÍ LAPLACEOVY TRANSFORMACE	/ 49
8	STOUPACÍ ZKOUŠKY	/ 60
8.1	Stoupací zkouška na vrtu s dodatečnými odpory a objemem konečné velikosti	/ 63
8.2	Stoupací zkouška na vrtu s dodatečnými odpory bez vlivu objemu vrtu	/ 63
9	VRTY V BLÍZKOSTI NEPROPUSTNÉ A NAPÁJECÍ HRANICE	/ 64
9.1	Teorie zrcadlového zobrazení	/ 64
9.2	Vrt v blízkosti boční nepropustné hranice	/ 64
9.2.1	Ideální vrt	/ 64
9.2.2	Určení snížení v libovolném bodě B řešené oblasti	/ 65
9.2.3	Skutečný vrt	/ 66
9.2.4	Určení snížení v libovolném bodě B dané oblasti – skutečný vrt	/ 68
9.3	Vrt v blízkosti boční napájecí hranice	/ 68
9.3.1	Ideální vrt	/ 68
9.3.2	Určení snížení v libovolném bodě B – ideální vrt	/ 70
9.3.3	Skutečný vrt	/ 70
9.3.4	Snížení v libovolném bodě B	/ 72
10	SOUSTAVY VRTŮ	/ 73
10.1	Řešení soustavy vrtů s okrajovými podmínkami – aplikace	/ 74
10.2	Řešení průběhu piezometrické hladiny v libovolném bodě oblasti	/ 78
11	ZÁVĚR	/ 81
	ABSTRACT	/ 82
	PŘÍLOHA 1 THEISOVA STUDŇOVÁ FUNKCE	/ 83
	PŘÍLOHA 2 PROGRAM STEHFEST	/ 84
	PŘÍLOHA 3 REGENERACE VRTU S3 V PRAMENIŠTI PRACEJOVICE	/ 94
	SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ	/ 99
	LITERATURA	/101

1 ÚVOD

Publikace se nejprve zaměřuje na základní fyzikální vlastnosti kapalin, typy zvodnělých vrstev (kolektorů), vlastnosti zvodnělého prostředí a následně se zabývá odvozením základních rovnic hydrauliky podzemních vod, včetně základní parciální diferenciální rovnice radiálně symetrického proudění k ideálnímu vrtu a jejího řešení, které publikoval v roce 1935 C. V. Theis. Řešení je používáno při vyhodnocování in-situ testů na tzv. ideálních vrtech a je základem Jacobovy semilogaritmické metody pro vyhodnocení hydraulických parametrů zvodnělého prostředí z „přímkového úseku“ hydrodynamické zkoušky. V dalších kapitolách je rozebrán případ „skutečného (reálného)“ vrtu, definice jednotlivých druhů dodatečných odporů, které vznikají ve vlastním odčerpávaném vrtu nebo v jeho bezprostředním okolí. Kromě dodatečných odporů je popsán vliv vlastního objemu vrtu, tj. případy širokoprofilových vrtů, kde nelze použít klasické Theisovo řešení, neboť jedním ze základních předpokladů, za kterých Theis řešil rovnici neustáleného proudění podzemní vody k vrtu, je zanedbatelně malý poloměr vrtu $r_v \rightarrow 0$, aby bylo možné kvantifikovat v počátečním úseku čerpací zkoušky ovlivnění snížení ve vrtu. Podrobněji je popsán postup řešení základní parciální diferenciální rovnice radiálně-symetrického proudění ke „skutečnému“ vertikálnímu vrtu. Toto řešení je použito pro dva speciální případy z hydrauliky podzemních vod, vyhodnocování stoupacích zkoušek, kterým předcházela čerpací zkouška s konstantním odčerpáváním podzemní vody, nebo stupňovitá čerpací zkouška s několika konstantními hodnotami čerpaného množství vody v jednotlivých úsecích čerpací zkoušky. Druhou aplikací řešení skutečných vrtů je případ, kdy je čerpací zkouška prováděna ve zvodnělé vrstvě s nepropustnou nebo napájecí hranicí v dosahu čerpání. Je popsán postup určení snížení hladiny v čerpaném vrtu a v libovolném bodě řešeného území pro ideální vrt a pro skutečný vrt, kdy je nezbytné zahrnout do výpočtů dodatečné odpory na skutečném vrtu (eventuálně i vlastní objem vrtu). Je uveden postup určení snížení v libovolném bodě dané oblasti, pro případ různého uspořádání okrajových podmínek, tj. boční nepropustné a napájecí hranice. Jako poslední aplikace je ukázáno řešení soustavy skutečných vrtů.

2 FYZIKÁLNÍ VLASTNOSTI KAPALIN

2.1 Měrná hmotnost (hustota) kapaliny

Měrná hmotnost kapaliny je hmotnost objemové jednotky kapaliny. Je vyjádřena vztahem

$$\rho = \frac{dm}{dV} \quad (2.1)$$

průměrná hodnota je

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (2.2)$$

kde m – celková hmotnost [M], V – objem [L^3].

Měrná hmotnost kapalin se změnou tlaku a teploty mění. Voda má maximální měrnou hmotnost při teplotě 3,84 °C, se zvyšující teplotou se měrná hmotnost vody snižuje. Pro praktické výpočty (kromě vod s obsahem solí apod. – např. minerální vody, nebo při výpočtech šíření kontaminace v porézním prostředí) v hydraulice podzemních vod uvažujeme konstantní hodnotu měrné hmotnosti vody 1000 $kg \cdot m^{-3}$.

2.2 Měrný objem

Měrný objem je objem jednotkové hmotnosti kapaliny, neboli převrácená hodnota měrné hmotnosti

$$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} \quad (2.3)$$

kde m – celková hmotnost [M], V – objem [L^3].

2.3 Měrná tíže

Měrná tíže je definovaná jako gravitační síla, která působí na jednotku objemu kapaliny

$$\gamma = \rho \cdot g \quad (2.4)$$

kde ρ – měrná hmotnost kapaliny [$M \cdot L^{-3}$], g – tíhové zrychlení [$L \cdot T^{-2}$].

Měrná tíže se používá při výpočtu hydrostatického tlaku vodního sloupce, při určení piezometrické výšky ve vrtech nebo zvodnělé vrstvě.

2.4 Tlak kapaliny

Hydrostatický tlak kapaliny je síla od kapaliny, která působí kolmo na danou plochu, přečtený na jednotkovou plochu. Hydrostatický tlak sloupce kapaliny výšky h (například ve vrtu) se vypočítá

$$p = \rho \cdot g \cdot h \quad (2.5)$$

kde p – hydrostatický tlak [$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$], h – výška [L].

1 Pa je tlak, který je vyvolán silou 1 N, rozložený na plochu 1 m^2 . Při výpočtech je možné připočítat i velikost vnějšího tlaku, který působí na hladinu. Potom hovoříme o absolutním tlaku

$$p_c = p_v + \rho \cdot g \cdot h \quad (2.6)$$

kde p_c – celkový absolutní tlak [$M.L^{-1}.T^{-2}$], p_v – vnější tlak působící na hladinu kapaliny [$M.L^{-1}.T^{-2}$], ρ – měrná hmotnost kapaliny [$M.L^{-3}$], h – výška sloupce kapaliny [L].

V hydrogeologických výpočtech se často používá parametr tlaková výška kapaliny (vody), což je výška sloupce kapaliny, která má stejný účinek jako daný tlak.

$$h = \frac{p}{\rho \cdot g} \quad [M] \quad (2.7)$$

2.5 Stlačitelnost kapalin

Stlačitelnost kapalin je schopnost kapaliny vlivem snížení, nebo zvýšení velikosti působícího tlaku zmenšovat, resp. zvětšovat svůj objem. Konstanta, která charakterizuje tyto změny objemu vlivem změn velikosti tlaku, se nazývá součinitel objemové stlačitelnosti kapalin a může být vyjádřena ve tvaru

$$\beta_v = \frac{1}{V} \frac{dV}{dp} \quad [M^{-1}.L.T^2] \quad (2.8)$$

kde dV – změna objemu kapaliny vlivem změny tlaku [L^3], V – původní velikost objemu kapaliny [L^3], dp – změna tlaku [$M.L^{-1}.T^{-2}$].

Převrácená hodnota součinitele objemové stlačitelnosti je modul objemové pružnosti kapaliny

$$E_k = \frac{1}{\beta_v} \quad [M.L^{-1}.T^2] \quad (2.9)$$

Modul objemové pružnosti kapaliny je v širších mezích platnosti Hookova zákona konstantou. Z tohoto důvodu můžeme používat místo diferenciálních hodnot dp , dV hodnoty změn konečné velikosti Δp , ΔV .

Objem kapaliny po stlačení přírůstkem tlaku je dán vztahem

$$V = V_0 \left(1 - \frac{\Delta p}{E_k} \right) \quad (2.10)$$

2.6 Teplotní roztažnost kapalin

Teplotní roztažnost kapalin je vlastnost kapalin měnit svůj objem se změnou teploty. Tuto změnu lze vyjádřit pomocí součinitele tepelné roztažnosti kapalin

$$\beta_t = \frac{1}{V} \frac{dV}{dt} \quad [T^{-1}] \quad (2.11)$$

kde dV – změna objemu kapaliny vlivem změny teploty [L^3], V – původní velikost objemu kapaliny [L^3], dt – změna teploty (T).

Velikost objemu kapaliny při změně teploty o Δt [T] oproti původnímu objemu kapaliny V_0 při počáteční teplotě t lze vyjádřit

$$V = V_0 (1 + \beta_t \cdot \Delta t) \quad (2.12)$$

kde V_0 – počáteční objem kapaliny [L^3].

2.7 Viskozita

Viskozita je fyzikální vlastnost kapaliny, která se projevuje při jejím pohybu. Je vlastností kapaliny klást odpor proti posunu jejích elementárních částic. Dynamická viskozita je síla vnitřního tření F [$M.L.T^{-2}$] na dotykové ploše S [L^2]. Součinitel dynamické viskozity μ vyjadřuje sílu vnitřního tření na jednotkové dotykové ploše dvou vedle sebe se pohybujících vrstev kapaliny při jednotkovém gradientu rychlosti, přičemž z Newtonova zákona vnitřního tření platí

$$\mu = \tau \frac{dy}{dv} \quad (2.13)$$

kde μ – součinitel dynamické viskozity [$M.L^{-1}.T^{-1}$], τ – tangenciální napětí [$M.L^{-1}.T^{-2}$], dv – změna rychlosti mezi dvěma vrstvami proudící kapaliny vzdálenými dy .

K vyjádření vnitřního tření v kapalinách se častěji používá kinematická viskozita, což je dynamická viskozita dělená měrnou hmotností kapaliny

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad [L^2.T^{-1}] \quad (2.14)$$

2.8 Povrchové napětí

Na hladinové ploše mezi kapalinou a plynem (volná hladina) nebo na rozhraní dvou nemísitelných kapalin vzniká povrchové napětí. Velikost povrchového napětí na jednotku délky povrchu volné hladiny závisí na typu kapaliny a plynu a na jejich teplotě. Pro vodu na rozhraní se vzduchem je hodnota povrchového napětí při teplotě 20 °C 0,0726 N.m⁻¹ a zmenšuje se s růstem teploty. Povrchové napětí na rozhraní rtuť a vzduchu je 7x větší, u oleje asi 3x menší než u vody. Vyjadřuje se vztahem

$$\sigma = \frac{dF}{dl} \quad [M.L^{-2}.T^{-2}] \quad (2.15)$$

2.8.1 Kapilarita

Povrchové napětí způsobuje v tenkých trubicích (nebo úzkých štěrbinách) kapilární elevaci (vzestup), event. kapilární depresi (pokles). Schopnost kapaliny zvedat se nebo snižovat v kapilárních trubicích se nazývá kapilarita. Ta hraje důležitou roli při proudění podzemní vody porézním prostředím.

Povrch kapaliny v úzkých trubicích (meniscus) může mít buď konkávní, nebo konvexní tvar (*obr. 1*). V případě, že kapalina ulpívá na stěnách trubice, vzniká kapilární elevace; pokud neulpívá, jedná se o kapilární depresi (rtuť na skle).

Výšku kapilární elevace, resp. deprese určíme ze vztahu

$$h_c = \frac{4\sigma \cos\theta}{d \rho g}$$

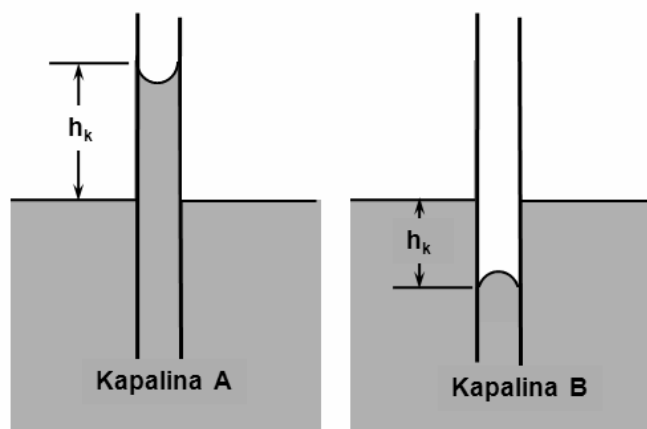
kde h_c – výška kapilární elevace nebo deprese [L], σ – povrchové napětí [$M.L^{-2}.T^{-2}$], θ – smáčecí úhel, d – průměr trubice [L].

Při proudění kapaliny zvodnělou vrstvou s volnou hladinou v pásmu nad volnou hladinou vystupuje podzemní voda vlivem kapilárních sil vzhůru až na kapilární výšku h_K nad úroveň souvislé volné hladiny podzemní vody (obr. 2).

Kapilární výška h_c je závislá na druhu a velikosti pórů. Pro podzemní vodu v porézním prostředí lze kapilární výšku určit např. podle vztahu (Polubarinova-Kochina, 1953)

$$h_c = \frac{0,451 - n}{d_{10} \cdot n} \quad [\text{L}] \quad (2.16)$$

kde d_{10} – průměr tuhé částice ve směsi, v níž 10 % částic je menších [L], n – objemová pórovitost [-].



Obr. 1. Kapilarita

Pohyb vody v kapilárním pásmu za stacionárního režimu je určen převážně stejnými zákony jako pohyb v pásmu pod volnou hladinou. Pro zjednodušení výpočtů se nahrazuje maximální výška kapilárního výstupu h_c náhradní výškou h_K' (Hálek a Švec, 1973)

$$h_K' = \beta h_c \quad (2.17)$$

Hodnota součinitele β se pohybuje v rozmezí 0,2–0,4. Při výpočtech se kapilární pásmo uvažuje společně s pásmem gravitační vody jako celek.

3 ZÁKLADY HYDRAULIKY ZVODNĚLÝCH VRSTEV

Jakýkoliv projekt týkající se zvodnělé vrstvy nebo systému zvodnělých vrstev, jejichž geologie a hydrogeologie je dobře určena in-situ testovacími metodami, vyžaduje určení hydraulických charakteristik zvodnělého porézního prostředí (kolektorů) terénními zkouškami. Téměř všechny terénní zkoušky jsou založeny na vyhodnocování hydraulických parametrů zvodnělých vrstev z testů provedených na vertikálních vrtech. Teorie vyhodnocování zkoušek na horizontálních zařízeních se stále vyvíjí a v současné době nejsou postupy pro vyhodnocování terénních měření v praxi používány. Pro vyhodnocování parametrů zvodnělého prostředí na vertikálních vrtech se používají různé druhy čerpacích zkoušek – např. čerpací zkoušky, nálevové zkoušky, stoupací zkoušky, slug testy aj. Například čerpací zkoušky jsou prováděny za neustáleného nebo ustáleného režimu. Při čerpacích zkouškách za neustáleného režimu se používají dva základní typy těchto zkoušek: čerpání konstantního množství vody z vrtu se sledováním změn hladiny podzemní vody (piezometrické hladiny) ve vlastním odčerpávaném vrtu a v pozorovacích vrtech, které jsou v dosahu odčerpávaného vrtu, v závislosti na čase. Změny hladiny vody v pozorovacích vrtech závisí na hydraulických parametrech zvodnělé vrstvy, velikosti čerpaného množství vody a na geometrii vrtu a zvodnělé oblasti. Samo provádění čerpacích zkoušek není k určení hydraulických parametrů zvodnělého prostředí dostatečné. Dalším krokem je identifikace analytického modelu, který je vhodný pro podmínky v řešené zvodnělé vrstvě. Vybrání vhodného analytického modelu vyžaduje znalost počátečních a okrajových podmínek, na kterých je potenciální analytický model založen.

Určení hydraulických parametrů ve zvodnělé vrstvě pomocí čerpacích zkoušek vyžaduje porozumění hydraulice proudění podzemní vody v porézním prostředí za hydraulických podmínek vytvořených vrtu.

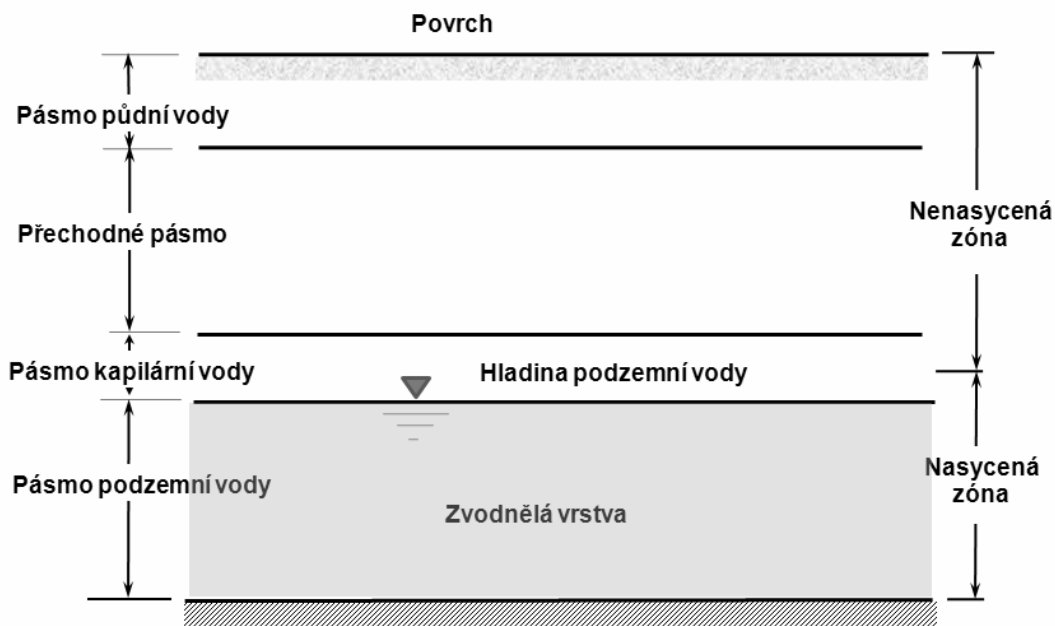
V této publikaci jsou nejprve probrány základní fyzikální vlastnosti kapalin, dále typy zvodnělých vrstev (kolektorů). Následně je ukázáno odvození rovnic používaných při vyhodnocování in-situ testů na tzv. ideálních vrtech. V dalších kapitolách je rozebrán případ „skutečného (reálného)“ vrtu a popsán postup řešení základní parciální diferenciální rovnice radiálně-symetrického proudění ke „skutečnému“ vertikálnímu vrtu. Toto řešení je použito pro dva speciální případy z hydrauliky podzemních vod, vyhodnocování stoupacích zkoušek, kterým předcházela čerpací zkouška s konstantním odčerpáváním podzemní vody, nebo stupňovitá čerpací zkouška s několika konstantními hodnotami čerpaného množství vody v jednotlivých úsecích čerpací zkoušky. Druhou aplikací řešení skutečných vrtů je případ, kdy je čerpací zkouška prováděna ve zvodnělé vrstvě s nepropustnou nebo napájecí hranicí v dosahu čerpání.

3.1 Rozdělení vody ve vertikálním profilu

Schematické rozdělení vody pod zemským povrchem v homogenním prostředí je znázorněno na obr. 2.

Ve vertikálním profilu můžeme identifikovat čtyři pásma výskytu vody

- 1) Pásmo půdní vody – toto pásmo začíná na povrchu a zasahuje do hloubky, kam zasahuje kořenová zóna rostlin.
- 2) Přejícné pásmo – nachází se pod zónou půdní vody a zespodu je ohraničeno začátkem kapilární zóny. Podle podmínek se může tato část měnit na nasycenou nebo nenasyčenou zónu.
- 3) Pásmo kapilární vody (tzv. kapilární lem).
- 4) Pod kapilárním pásmem se nachází pásmo podzemní vody.



Obr. 2. Rozdělení vertikálního profilu

Ve vertikálním profilu můžeme použít rozdělení na dvě pásma, a to pásmo nenasycené a nasycené, podle toho, zda póry zeminy jsou vyplněny vodou, vzduchem a vodními parami – nenasycená zóna anebo převážně vodou – nasycená zóna (i v nasycené zóně však nalezneme část pórů – přibližně do pěti procent, které jsou rovněž vyplněné vzduchem a vodními parami). Jak je vidět na *obr. 2*, část kapilárního pásma připočítáváme k pásmu podzemní vody a část k přechodové zóně.

3.2 Typy zvoděných vrstev

Voda pod zemským povrchem se nazývá podpovrchová voda. Systém podpovrchové vody se skládá z nenasycené a nasycené zóny. Termín zvodnělá vrstva – vodonosná vrstva (zvodeň, kolektor, angl. aquifer) se používá pro nasycené zvodnělé prostředí. Termín aquifer znamená „vodonosná formace“ (z latiny aqua – voda a ferre – nést). V hydraulice podzemních vod je zvodnělá vrstva definována jako jednoduchá geologická formace nebo skupina geologických formací, které propouštějí vodu a poskytují významné množství vody. Jestliže geologická formace nemá schopnost propouštět významnější množství vody, nazývá se izolátor, neboli nepropustná zvodnělá vrstva. Pokud však geologická formace může ve srovnání s propustnou zvodnělou vrstvou propouštět malé množství vody, nazývá se polopropustná zvodnělá vrstva (zvodnělá vrstva s přetékáním vody nebo poloizolátor).

Posouzení propustnosti, polopropustnosti nebo nepropustnosti je relativní pojem. Vždy záleží na srovnání zvodnělých vrstev, protože žádná hornina, resp. zemina není absolutně propustná ani absolutně nepropustná.

3.2.1 Zvodělá vrstva s volnou hladinou (*unconfined aquifer*)

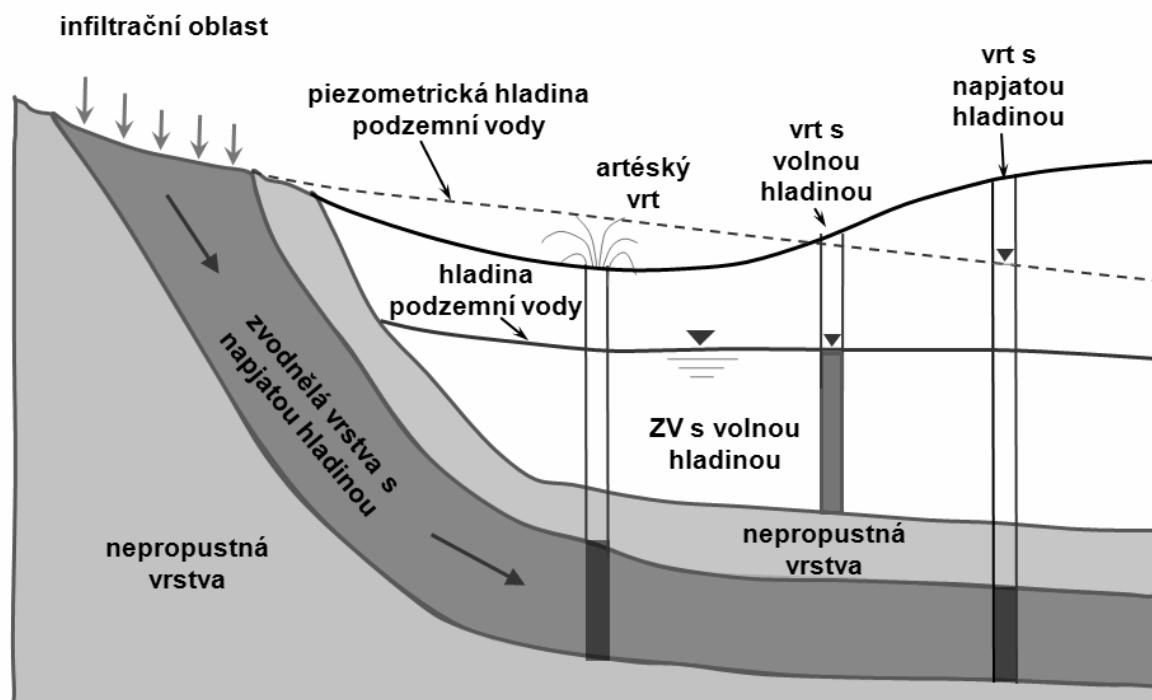
Zvodnělá vrstva s volnou hladinou je vrstva, která je shora ohraničená volnou hladinou (na níž působí atmosférický tlak). Ve skutečnosti je nad hladinou podzemní vody tzv. kapilární zóna, jejíž část se připočítává k podzemním vodám – viz kapitolu 2.8.1.

3.2.2 Zvodnělá vrstva s napjatou hladinou (*confined aquifer*)

Zvodnělá vrstva s napjatou hladinou je taková vrstva, která je ohraničena shora a zdola nepropustnou nebo polopropustnou zvodnělou vrstvou. Hladina vody ve studni nebo pozorovacím vrtu, které jsou zapuštěny ve vrstvě s napjatou hladinou, vystoupá nad úroveň horní nepropustné nebo polopropustné zvodnělé vrstvy (*obr. 3*). V praxi se může vyskytnout případ, kdy se piezometrická hladina nachází nad zemským povrchem. Potom se vrt, který je zapuštěn ve zvodnělé vrstvě s touto piezometrickou hladinou, nazývá artéský vrt. Často se pojem zvodnělá vrstva s napjatou hladinou nahrazuje výrazem artéská zvodnělá vrstva (v angl. *Artesian aquifer*).

3.2.3 Polopropustná vrstva s přetékáním (*leaky aquifer*)

Jde o zvodnělou vrstvu (s napjatou nebo volnou hladinou), která získává, nebo ztrácí vodu přes přilehlé polopropustné vrstvy. Na obrázku hydrogeologické struktury (*obr. 3*) jsou vyobrazeny jednotlivé druhy zvodnělých vrstev.



Obr. 3. Typy zvodnělých vrstev

3.3 Hydraulické a hydrogeologické vlastnosti zvodnělých vrstev

3.3.1 Efektivní napětí

Zvodnělé vrstvy jsou stlačitelné a elastické prostředí tak jako všechna ostatní pevná tělesa. Hlavní rozdíl mezi zvodnělými vrstvami a pevnými tělesy je v tom, že zvodnělé vrstvy se skládají zčásti z pevných zrn a zčásti z pórů, které jsou vyplněny vodou. Důkazem stlačitelnosti a elasticity zvodnělých vrstev je fluktuace vodní hladiny ve vrtech jako odezva na změny barometrického tlaku atd.

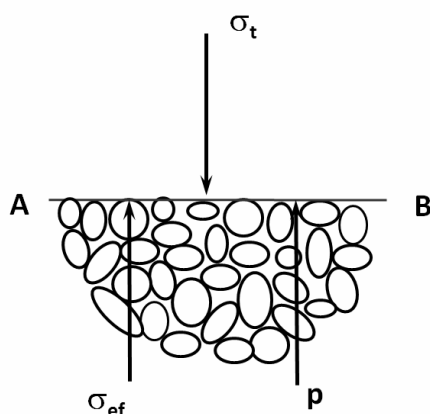
Stlačitelnost zvodnělé vrstvy je dominantní pro napjaté zvodnělé vrstvy s plným nasycením (Jacob, 1950; Hantush, 1964; Bear, 1979).

Uvažujme stlačitelnost zvodnělého prostředí. Napětí působí na jednotkový objem zvodnělého prostředí. Existují tři mechanismy, kterými je dosaženo redukce objemu:

- 1) stlačením vody v pórech zvodnělého prostředí,
- 2) stlačením individuálních zrn zeminy,
- 3) přeorganizováním polohy jednotlivých zrn do těsnější konfigurace – zmenšením pórovitosti.

První mechanismus je dán stlačitelností kapaliny β_v . Předpokládejme, že druhý mechanismus je zanedbatelný, protože jednotlivá pevná zrna zvodnělého prostředí jsou téměř nestlačitelná. Je nezbytné definovat stlačitelnost, která odpovídá třetímu mechanismu, a tím je princip efektivního napětí, který poprvé navrhl Terzaghi (1925) a později byl podrobněji analyzován a popsán Skemtonem (1961).

Podle Freeze (1979) uvažujme rovnováhu v napětí na libovolné ploše vedené zvodnělým prostředím v dané hloubce. σ_t je celkové napětí způsobené vahou zeminy a vody ležící nad zvolenou rovinou. Celkové napětí σ_t působí směrem dolů na danou plochu a vyvolá napětí v části pevného skeletu porézního prostředí, část vede ke změně tlaku ve vodě obsažené v pórech. Ta část celkového napětí, která nevzniká ve vodě, se nazývá efektivní napětí σ_{ef} . Je to napětí, které působí mezi pevnými zrny zvodnělého prostředí (obr. 4). Přeorganizování pevných zrn porézního prostředí a výsledné stlačení pevného skeletu je způsobeno změnami efektivního napětí a ne změnami celkového napětí, které působí ve zvodnělé vrstvě.



Obr. 4. Efektivní napětí

Celkové napětí je v rovnováze se součtem efektivního napětí a tlaku vody

$$\sigma_t = \sigma_{ef} + p \quad (3.1)$$

nebo pro malé změny

$$d\sigma_t = d\sigma_{ef} + dp \quad (3.2)$$

Při řešení mnoha problémů neustáleného proudění zvodnělou vrstvou nedochází ke změně celkového napětí. Váha nadloží a vody nad každým místem zvolené roviny většinou zůstává konstantní v čase. V takovýchto případech je $d\sigma_t = 0$ a ze vztahu (3.2) vyplývá

$$d\sigma_{ef} = -dp \quad (3.3)$$

Z rovnice (3.3) vyplývá, že mění-li se tlak v kapalině, pak o stejnou hodnotu se změní i efektivní napětí. Pro případy, že se nemění velikost celkového napětí σ_t v čase, efektivní napětí v kterémkoliv místě systému a výsledné objemové deformace jsou ovlivněny tlakem kapaliny v těchto bodech. Protože velikost tlaku můžeme vyjádřit jako $p = \rho g h$, změny v efektivním napětí v daném bodě jsou ovlivněny změnou hydraulické výšky

$$d\sigma_{ef} = -\rho g dh \quad (3.4)$$

Stlačitelnost porézního prostředí je definována (Freeze a Chery, 1979)

$$\alpha = \frac{-dV_t/V_t}{d\sigma_{ef}} \quad (3.5)$$

Celkový objem vzorku zvodnělého prostředí je

$$V_t = V_s + V_v \quad (3.6)$$

kde V_s – objem pevné části [L^3], V_v – objem vody obsažené ve vodou nasycených pórech [L^3].

Zvětšení efektivního napětí $d\sigma_{ef}$ způsobí redukcí dV_t v celkovém objemu zeminy. V granulárním materiálu se tato redukce vyskytuje jen jako výsledek přeargiování zrn. Jednotlivá zrna sice sama o sobě mohou být stlačena, ale tento efekt je zanedbatelně malý. Obecně platí $dV_t = dV_s + dV_v$, ale pro praktické případy můžeme předpokládat, že $dV_s = 0$ a $dV_t = dV_v$.

3.3.2 Storativita

Storativita je vlastnost nasyceného zvodnělého prostředí přijímat nebo uvolňovat určité množství vody. *Koeficient pružné storativity* S_p pro zvodnělou vrstvu s napjatou hladinou je definován jako množství vody, které se uvolní z jednotkové plochy zvodnělé vrstvy výšky b při jednotkovém poklesu hydrostatického tlaku (a naopak).

3.3.2.1 Specifická storativita

Specifická storativita zvodnělé vrstvy je definována jako objem vody, který se uvolní z jednotkového objemu zvodnělé vrstvy při jednotkovém poklesu piezometrické výšky. Snížení hydraulické výšky h způsobí snížení tlaku v kapalině a zvětšení efektivního napětí σ_{ef} . Uvolnění vody ze zásoby v porézním prostředí je způsobeno dvěma mechanismy a) zhuťněním zvodnělé vrstvy způsobené efektivním napětím, b) rozpínavostí vody způsobenou snížením tlaku ve vodě p .

První mechanismus je způsoben stlačitelností zvodnělé vrstvy α a druhý mechanismus je způsoben stlačitelností kapaliny β_v .

Nejprve uvažujme vodu, která se uvolní zhuťněním zvodnělé vrstvy. Objem vody uvolněné z jednotkového objemu zvodnělé vrstvy během zhuťnění bude rovný redukci objemu v jednotkovém objemu zvodnělé vrstvy. Redukce objemu dV_t bude negativní, ale množství vody produkované dV_v bude pozitivní. Ze vztahu (3.5) dostáváme

$$dV_v = -dV_t = \alpha V_t d\sigma_{ef} \quad (3.7)$$

Pro jednotkový objem, $V_t = 1$, je podle rovnice (3.4) $d\sigma_{ef} = -\rho g dh$. V případě jednotkového poklesu hydraulické výšky, $dh = -1$, máme

$$dV_v = \alpha \rho g \quad (3.8)$$

Objem vody produkovaný expanzí (rozpínavostí) vody je

$$dV_v = \beta_v V_v dp \quad (3.9)$$

Objem vody V_v v celkovém objemu V_t je nV_t , kde n je pórovitost zvodnělého prostředí. Při $V_t = 1$ a $dp = \rho g dh$, dostáváme pro $dh = -1$

$$dV_v = \beta_v n \rho g \quad (3.10)$$

Specifická storativita S_s je dána součtem dvou členů daných rovnicemi (3.8) a (3.10)

$$S_s = \rho g (\alpha + n \beta_v) \quad (3.11)$$

Je to objem vody uvolněné z jednotkového objemu zvodnělé vrstvy při jednotkovém poklesu piezometrické výšky a má rozměr (L^{-1}).

Odvozeným parametrem je storativita zvodnělé vrstvy

$$S = S_s b = \rho g b (\alpha + n \beta_v) \quad (3.12)$$

Koeficient storativity (pružné) je bezrozměrný parametr, který je definován jako objem vody uvolněný z objemu výšky b s plochou podstavy rovné 1 m^2 při jednotkovém poklesu piezometrické výšky

$S = (\text{objem vody})/[(\text{jednotková plocha}),(\text{jednotková změna})]$.

3.3.3 Pórovitost

Na obr. 5 je zobrazena část objemu zvodnělého prostředí, ze kterého jsou separovány jednotlivé části zvodnělého prostředí – objem pevné části ve vzorku (index s), póry vyplněné vzduchem (index a) a póry vyplněné vodou (index v).

Pórovitost zvodnělého prostředí je dána podílem celkového objemu pórů, které se nacházejí ve vymezeném objemu zvodnělého prostředí V_t

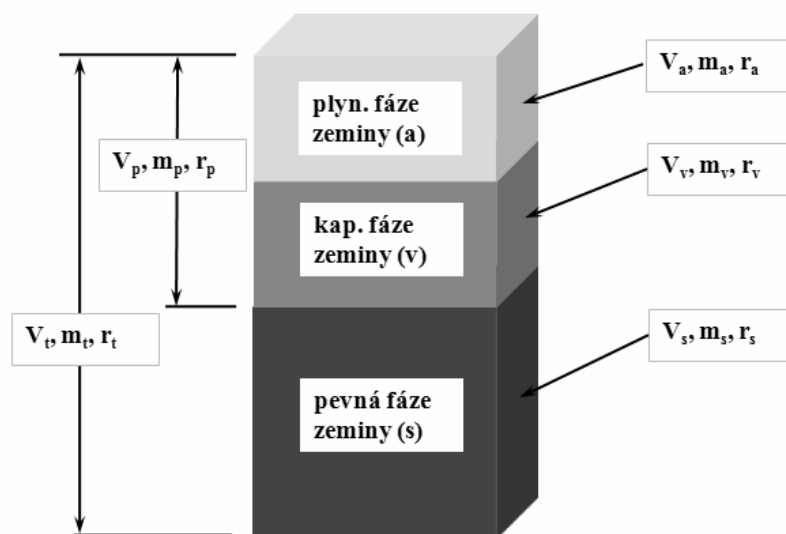
$$n = \frac{V_p}{V_t} \quad (3.13)$$

Vztah může být přepsán ve tvaru

$$n = \frac{V_t - V_s}{V_t} \quad (3.14)$$

kde V_t – celkový objem vzorku [L^3], V_s – objem pevné části [L^3].

Po vynásobení stem dostáváme procentuální podíl pórů v celkovém objemu vzorku (příklady pórovitosti – štěrk 25–50 %, písek 20–30 %, hlína 35–50 %, jíl 40–70 %). Kromě základní pórovitosti můžeme definovat např.



Obr. 5. Jednotlivé složky ve vzorku zeminy

Aktivní pórovitost

$$n_a = \frac{V_{pa}}{V_t} \quad (3.15)$$

kde V_{pa} – objem pórů, ze kterých odteče voda jen vlivem gravitace.

Efektivní pórovitost

$$n_e = \frac{V_{pe}}{V_t} \quad (3.16)$$

kde V_{pe} – součet objemů pórů, kde se při proudění podzemní vody porézním prostředím voda skutečně pohybuje.

Efektivní pórovitost je důležitý parametr, který používáme při řešení problematiky proudění podzemní vody.

3.3.4 Propustnost (k_p)

Propustnost je charakteristika porézního prostředí. Je mírou schopnosti materiálu propouštět vodu bez ohledu na fyzikální vlastnosti kapalin. Je vlastností jen pevné části zvodnělého prostředí, nezávisí na vlastnostech kapaliny. Může být vyjádřena např. empirickým vztahem (Bazer, Schweiger, 1969)

$$k_p = C d_{10}^2 \quad (3.17)$$

3.3.5 Hydraulická vodivost (K)

Hydraulická vodivost je koeficient, který se vyskytuje v Darcyho rovnici. Velikost hydraulické vodivosti závisí na vlastnostech zvodnělého prostředí a vlastnostech kapaliny proudící porézním prostředím a má rozměr rychlosti.

Hydraulickou vodivost můžeme určit ze vztahu

$$K = \frac{k_p \rho g}{\mu} \quad (3.18)$$

kde K – hydraulická vodivost [$L \cdot T^{-1}$]. K se určuje laboratorně nebo z terénních hydrodynamických zkoušek.

3.3.6 Transmisivita – průtočnost

Průtočnost je vlastnost celé zvodnělé vrstvy propouštět kapalinu. V případě homogenního prostředí se definuje jako součin koeficientu hydraulické vodivosti a výšky zvodnělé vrstvy

$$T = b \cdot K \quad (3.19)$$

kde b – výška zvodnělé vrstvy [L], T – transmisivita [$L^2 T^{-1}$].

3.4 Heterogenita a anizotropie

Homogenita a heterogenita

Jestliže hydraulická vodivost K nezávisí na pozici uvnitř geologické formace, potom se jedná o homogenní prostředí, pokud ale hydraulická vodivost závisí na poloze uvnitř geologické formace, jde o nehomogenní prostředí.

V geologickém prostředí můžeme nalézt řadu druhů heterogenity. Dva základní typy jsou a) heterogenita s náhlou změnou hydraulické vodivosti, b) heterogenita s postupnou změnou hydraulické vodivosti.

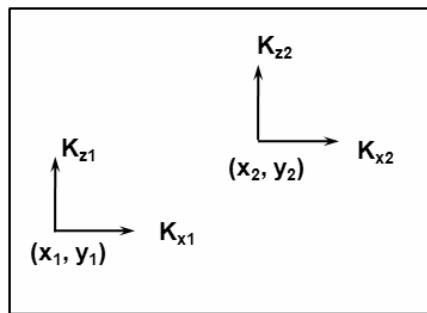
Izotropie a anizotropie

Jestliže hydraulická vodivost v daném bodě geologického prostředí nezávisí na směru, jedná se o izotropní prostředí. V opačném případě, tj. pokud v daném bodě je v různých směrech hydraulická vodivost různě velká, jde o anizotropní (neizotropní) prostředí. Pojem anizotropie zahrnuje anizotropii způsobenou orientací sedimentovaných částic sedimentované horniny, čímž vzniká různá propustnost v horizontálním a vertikálním směru, nebo vrstevnatou heterogenitu (Hálek, 1979), která je způsobena střídáním propustnějších a méně propustných vrstev. V tomto smyslu pojmem koeficient hydraulické vodivosti ve vertikálním směru rozumíme průměrný koeficient hydraulické vodivosti ve vertikálním směru.

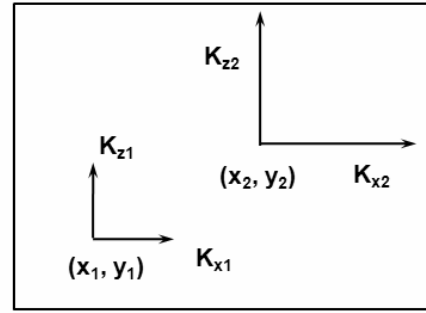
Možné kombinace homogenity, heterogenity, izotropie a anizotropie a změna hydraulické vodivosti ve svislém a vodorovném směru je podle *obr. 6* vyjádřena pro případ horizontálního a vertikálního směru.

3.4.1 Anizotropie zvodnělých vrstev

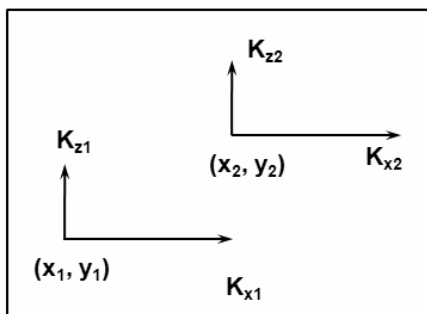
Homogenní a izotropní zvodnělé prostředí je v reálném prostředí vzácný případ. V následující části je probráno řešení častého případu, kdy nad sebou leží vrstvy s různou hodnotou hydraulické vodivosti. Jestliže jsou vrstvy uloženy horizontálně, jakákoliv vrstva s relativně nízkou hydraulickou vodivostí způsobuje zpomalení vertikálního proudění, ale horizontální proudění

**A) Homogenní, izotropní**

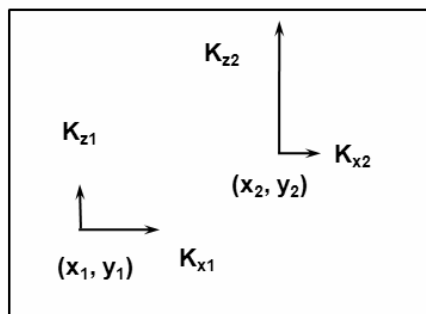
$$K_{x1} = K_{x2} \quad K_{z1} = K_{z2} \quad K_{x1} = K_{z1} \quad K_{x2} = K_{z2}$$

**B) Nehomogenní, izotropní**

$$K_{x1} \neq K_{x2} \quad K_{z1} \neq K_{z2} \quad K_{x1} = K_{z1} \quad K_{x2} = K_{z2}$$

**C) Homogenní, anizotropní**

$$K_{x1} = K_{x2} \quad K_{z1} = K_{z2} \quad K_{x1} \neq K_{z1} \quad K_{x2} \neq K_{z2}$$

**D) Nehomogenní, anizotropní**

$$K_{x1} \neq K_{x2} \quad K_{z1} \neq K_{z2} \quad K_{x1} \neq K_{z1} \quad K_{x2} \neq K_{z2}$$

Obr. 6. Izotropie, homogenita, anizotropie, nehomogenita porézního prostředí

dění se může vyskytovat jednoduše skrze jakoukoliv vrstvu s relativně vysokou hodnotou hydraulické vodivosti. Potom typickým úkolem je nalezení takové hydraulické vodivosti K_x v horizontálním směru, jež bude větší než K_z ve vertikálním směru.

Uvažujeme dvě horizontální vrstvy, které jsou samy o sobě izotropní s různou výškou – obr 7. Pro horizontální proudění paralelně s vrstvami je specifický průtok q_1 (průtok na jednotku šířky horní vrstvy) v horní vrstvě

$$q_1 = K_1 i z_1 \quad (3.20)$$

kde K – hydraulická vodivost [$L \cdot T^{-1}$], z_1 – výška horní vrstvy [L], i – hydraulický spád

a ve spodní vrstvě

$$q_2 = K_2 i z_2 \quad (3.21)$$

kde z_2 – výška horní vrstvy [L].

Protože hydraulický spád i musí být stejný v každé vrstvě, vyplývá pro horizontální proudění pro celkový tok v horizontálním směru q_x

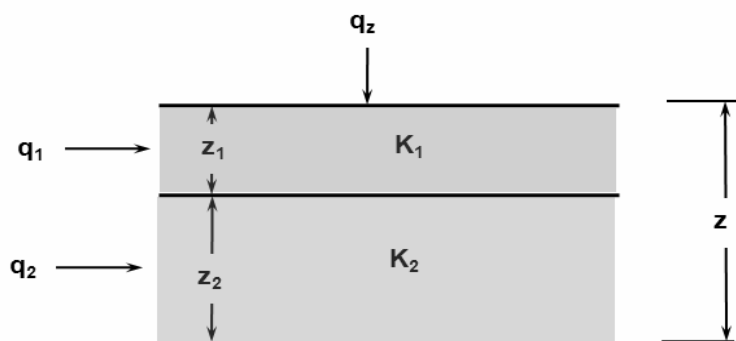
$$q_x = q_1 + q_2 = i (K_1 z_1 + K_2 z_2) \quad (3.22)$$

Pro homogenní systém by q_x mohlo být vyjádřeno

$$q_x = K_x i(z_1 + z_2) \quad (3.23)$$

K_x je horizontální hydraulická vodivost pro celý uvažovaný systém. Po vyjádření K_x dostáváme vztah

$$K_x = \frac{q_x}{i(z_1 + z_2)} \quad (3.24)$$



Obr. 7. Vícevrstevnaté prostředí

Dosazením za q_x z rovnice (3.22)

$$K_x = \frac{i(K_1 z_1 + K_2 z_2)}{i(z_1 + z_2)} \quad (3.25)$$

Po úpravě a při uvažování n vrstev dostaneme

$$K_x = \frac{K_1 z_1 + K_2 z_2 + \dots + K_n z_n}{z_1 + z_2 + \dots + z_n} = \frac{\sum_{i=1}^n K_i z_i}{\sum_{i=1}^n z_i} \quad (3.26)$$

Vztah (3.26) vyjadřuje ekvivalentní hydraulickou vodivost pro systém zvodnělého prostředí, který je složen z n vrstev s různou hydraulickou vodivostí.

Pro vertikální proudění dvěma vrstvami (obr. 7) specifický průtok q_z na jednotku vodorovné plochy v horní vrstvě je

$$q_z = K_1 \frac{dh_1}{z_1} \quad (3.27)$$

kde dh_1 – ztrátová výška uvnitř první vrstvy.

Vyjádříme ztrátovou výšku

$$dh_1 = \frac{z_1}{K_1} q_z \quad (3.28)$$

Z rovnice kontinuity musí být q_z stejné i pro ostatní vrstvy. Z toho vyplývá, že celková ztrátová výška je

$$dh_1 + dh_2 = \left[\frac{z_1}{K_1} + \frac{z_2}{K_2} \right] q_z \quad (3.29)$$

Pro ekvivalentní homogenní systém

$$q_z = K_z \left[\frac{dh_1 + dh_2}{z_1 + z_2} \right] \quad (3.30)$$

K_z je vertikální hydraulická vodivost pro celý systém. Po úpravě získáme

$$dh_1 + dh_2 = \left[\frac{z_1 + z_2}{K_z} \right] q_z \quad (3.31)$$

a s využitím rovnice (3.29) dostaneme

$$K_z = \frac{z_1 + z_2}{\frac{z_1}{K_1} + \frac{z_2}{K_2}} \quad (3.32)$$

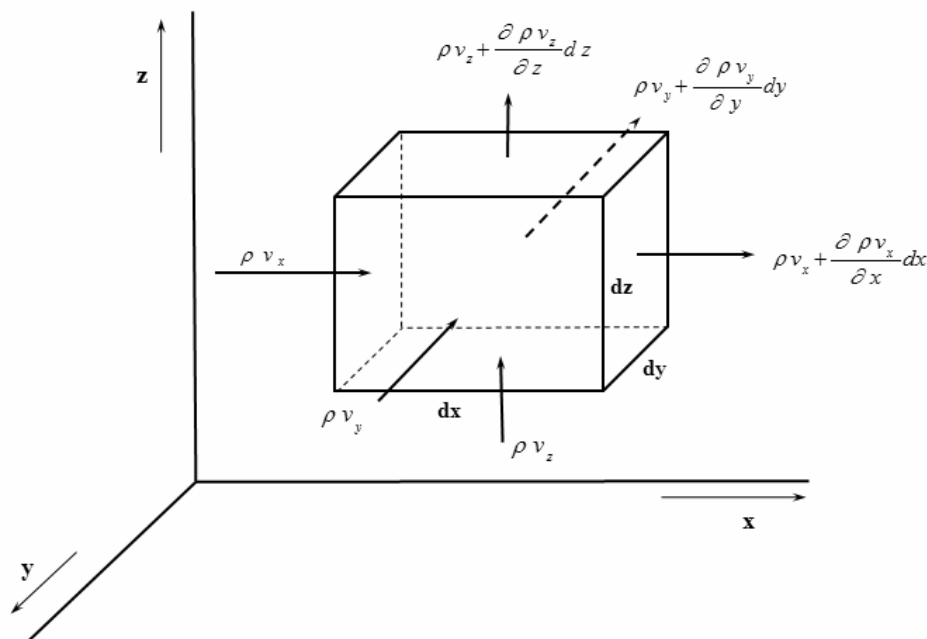
Po zevšeobecnění pro n vrstev

$$K_z = \frac{z_1 + z_2 + \dots + z_n}{\frac{z_1}{K_1} + \frac{z_2}{K_2} + \dots + \frac{z_n}{K_n}} = \frac{\sum_{i=1}^n z_i}{\sum_{i=1}^n \frac{z_i}{K_i}} \quad (3.33)$$

4 ZÁKLADNÍ ROVNICE

4.1 Rovnice kontinuity porézního prostředí

Rovnice kontinuity je vyjádřením základního fyzikálního zákona zachování hmoty. V proudu podzemní vody si vymežíme elementární rovnoběžnostěn s rozměry stran dx , dy , dz . Strany rovnoběžnostěny jsou rovnoběžné s jednotlivými souřadnými osami. Odvození rovnice kontinuity v proudu podzemní vody provedeme za předpokladu, že v uvažovaném rovnoběžnostěnu není ani zdroj, ani propad, kde by bilancovaná voda vznikala, nebo zanikala.



Obr. 8. Elementární rovnoběžnostěn

V elementárním rovnoběžnostěnu, jehož objem je $dx \cdot dy \cdot dz$, je obsažena hmotnost vody

$$m = n \cdot \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \quad (4.1)$$

kde n – součinitel pórovitosti zaplněné vodou, dx , dy , dz – rozměry elementárního rovnoběžnostěnu, ρ – měrná hmotnost vody.

Ve směru osy x vtéká do rovnoběžnostěnu levou stěnou $dy \cdot dz$ voda filtrační rychlostí v_x , takže za čas dt proteče skrze plochu $dy \cdot dz$ množství vody dané vztahem

$$\rho v_x \cdot dy \cdot dz \cdot dt \quad (4.2)$$

Pravou stěnou $dy \cdot dz$ vzdálenou o dx proteče za stejný okamžik množství vody

$$\rho v_x \cdot dy \cdot dz \cdot dt + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt \quad (4.3)$$

Rozdíl mezi množstvím vody vstupujícím a vystupujícím z rovnoběžnostěnu ve směru osy x je

$$\rho v_x d y d z d t - \rho v_x d y d z d t + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} d x d y d z d t = - \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} d x d y d z d t \quad (4.4)$$

Jedná se o množství vody, které se akumuluje v rovnoběžnostěnu za čas dt . Obdobně platí pro akumulovaná množství vody ve směrech souřadných os y a z

$$\rho v_y d y d z d t - \rho v_y d y d z d t + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} d x d y d z d t = - \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} d x d y d z d t \quad (4.5)$$

$$\rho v_z d y d z d t - \rho v_z d y d z d t + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} d x d y d z d t = - \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} d x d y d z d t \quad (4.6)$$

Celkové akumulované množství vody v rovnoběžnostěnu za čas dt je dáno součtem pravých stran rovnic (4.4), (4.5) a (4.6)

$$- \left[\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \right] d x d y d z d t \quad (4.7)$$

Hmotnost vody, která vyplňuje v proudu podzemní vody vymezený objem elementárního rovnoběžnostěnu, je dána vztahem (4.1). Změnou měrné hmotnosti vody ρ vlivem stlačitelnosti za čas dt se změní hmotnost vody o

$$\frac{\partial m}{\partial t} dt \quad (4.8)$$

Po dosazení vztahu (4.1) dostaneme

$$\frac{\partial n \rho}{\partial t} d x d y d z d t \quad (4.9)$$

Změna celkového akumulovaného množství vody v elementárním rovnoběžnostěnu vlivem přítoku a odtoku jednotlivými stěnami se musí podle zákona zachování hmoty rovnat změně akumulovaného množství vody v elementárním rovnoběžnostěnu za čas dt

$$- \left[\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \right] d x d y d z d t = \frac{\partial n \rho}{\partial t} d x d y d z d t \quad (4.10)$$

Po úpravě dostáváme

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} - \frac{\partial n \rho}{\partial t} = 0 \quad (4.11)$$

Budeme-li uvažovat ustálené proudění, potom rovnici (4.11) přepíšeme do tvaru

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0 \quad (4.12)$$

Uvažujeme-li konstantní měrnou hmotnost vody $\rho = konst.$, po úpravě lze rovnici (4.12) přepsat ve tvaru

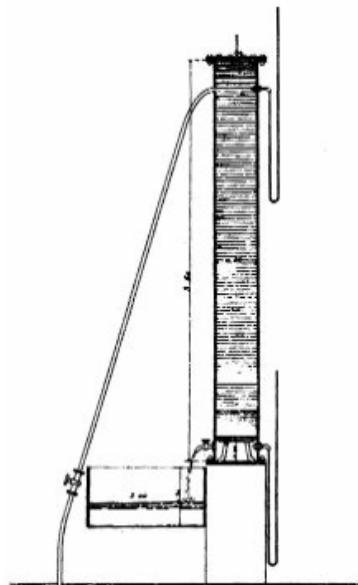
$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (4.13)$$

nebo

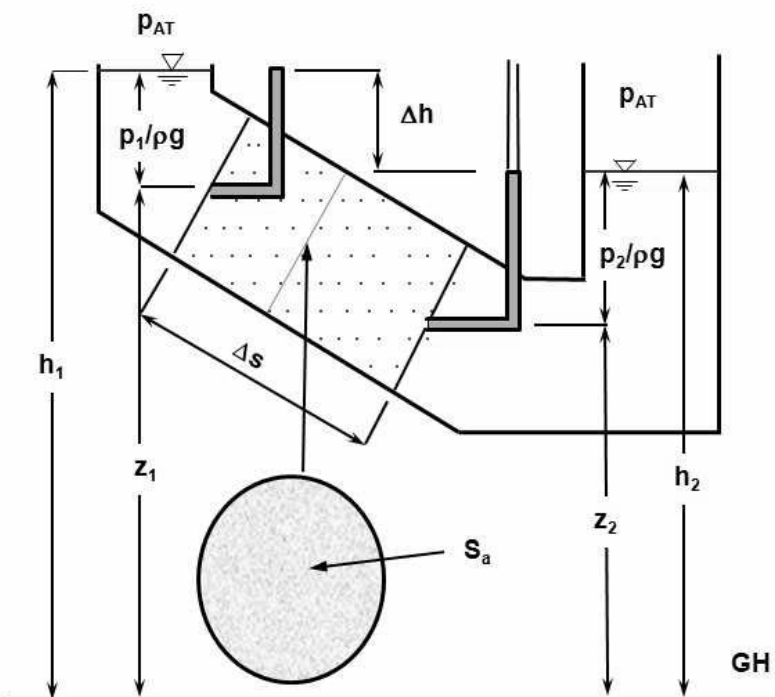
$$\operatorname{div} v = 0 \quad (4.14)$$

4.2 Darcyho rovnice

Henry Darcy (1803–1858)



V roce 1856 H. Darcy publikoval na základě experimentálního sledování průsaku vody písčivými vrstvami zákon odporu při proudění vody porézním prostředím. Darcy zjistil, že průtok při rovnoměrném filtračním proudění vody v kruhové trubici s příčným průřezem S_a je v lineárním vztahu k piezometrickému spádu (obr. 9).



Obr. 9. Schéma proudění vody porézním prostředím podle Darcyho

$$Q = K S_a \frac{h_1 - h_2}{\Delta s} \quad (4.15)$$

kde K – hydraulická vodivost [$L \cdot T^{-1}$], která charakterizuje odporové vlastnosti porézního prostředí a vlastnosti kapaliny při proudění, S_a – plocha průtočného průřezu [L^2], h_1, h_2 – piezometrické výšky v průřezu 1, resp. 2 [L], Δs – vzdálenost profilů 1 a 2 [L], Q – průtočné množství vody [$L^3 \cdot T^{-1}$].

Z rovnice (4.15) vyplývá pro rychlost proudění vody porézním prostředím vztah

$$v = K \frac{\Delta h}{\Delta s} \quad (4.16)$$

kde v – tzv. Darcyovská rychlost [$L \cdot T^{-1}$]. Jedná se o fiktivní rychlost, kdy daný průtok protéká celou plochou průtočného průřezu, tj. nejenom póry, ve kterých se voda skutečně pohybuje, ale i póry vyplněnými vodou v klidovém stavu (v zaslepených pórech), póry vyplněnými vzduchem a pevnou částí skeletu. Pokud chceme z této rychlosti získat velikost skutečné rychlosti v pórech, musíme Darcyovskou rychlost vydělit efektivní pórovitostí.

$$v_{sk} = \frac{v}{n_e} \quad (4.17)$$

kde v_{sk} – skutečná rychlost vody v pórech [$L \cdot T^{-1}$], n_e – efektivní pórovitost, v – fiktivní rychlost stanovená z Darcyho vztahu (4.16) [$L \cdot T^{-1}$].

V rovnici (4.16) $\Delta h = h_1 - h_2$ jsou piezometrické výšky

$$h_2 = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} \quad h_1 = z_1 + \frac{p_1}{\rho g}$$

kde z_1, z_2 – geodetická výška těžiště 1., resp. 2. průřezu nad srovnávací rovinou [L], $\frac{p_i}{\rho g}$ – tlaková výška v těžišti i -tého průřezu [L].

Protože tlak $p = p(x, y, z, t)$, je i piezometrická výška h spojitou funkcí místa a času $h = h(x, y, z, t)$. Rychlostní výška proudění kapaliny porézním prostředím je

$$h_{DF} = \frac{v_{sk}^2}{2g} \quad (4.18)$$

kde $v_{sk} (= \Delta Q / \Delta S_{pa})$ – skutečná rychlost vody v pórech [$L \cdot T^{-1}$], ΔQ – množství vody protékající plochou ΔS_{pa} [$L^3 \cdot T^{-1}$], ΔS_{pa} – plocha řezů pórů [L^2].

Rychlostní výška h_{DF} je vzhledem k malým rychlostem filtračního proudění zanedbatelná oproti piezometrické výšce h , takže výšku h můžeme považovat za energetickou výšku. Síly odporu, kterými působí prostředí proti pohybu vody, způsobují ztrátu piezometrické výšky Δh na dráze Δs .

Střední sklon čáry piezometrických výšek na dráze Δs můžeme psát jako podíl

$$\frac{\Delta h}{\Delta s} = i_{stř} \quad (4.19)$$

Přejdeme-li k nekonečně malým veličinám

$$\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \left(-\frac{h_2 - h_1}{\Delta s} \right) = -\frac{dh}{ds} = i \quad (4.20)$$

Rovnici (4.16) přepíšeme

$$v = -K \frac{dh}{ds} = Ki \quad (4.21)$$

což je matematickým vyjádřením Darcyho zákona, podle něhož vztah mezi filtrační rychlostí a hydraulickým sklonem je v uvažovaném bodě lineární. Pro obecný případ trojrozměrné filtrace v heterogenním anizotropním porézním prostředí můžeme vztah (4.21) přepsat do složek ve směru souřadných os x , y a z .

$$v_x = -K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} - K_{xy} \frac{\partial h}{\partial y} - K_{xz} \frac{\partial h}{\partial z} \quad (4.22a)$$

$$v_y = -K_{yx} \frac{\partial h}{\partial x} - K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} - K_{yz} \frac{\partial h}{\partial z} \quad (4.22b)$$

$$v_z = -K_{zx} \frac{\partial h}{\partial x} - K_{zy} \frac{\partial h}{\partial y} - K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \quad (4.22c)$$

Jsou-li osy zvoleného souřadného systému rovnoběžné s hlavními osami anizotropie, potom platí

$$K_{xy} = K_{yx} = 0, \quad K_{xz} = K_{zx} = 0, \quad K_{yz} = K_{zy} = 0$$

a koeficienty hydraulické vodivosti můžeme upravit

$$K_{xx} = K_x, \quad K_{yy} = K_y \quad \text{a} \quad K_{zz} = K_z$$

Rovnice (4.22a), (4.22b), (4.22c) přepíšeme do tvaru

$$v_x = -K_x \frac{\partial h}{\partial x} = K_x i_x \quad (4.23a)$$

$$v_y = -K_y \frac{\partial h}{\partial y} = K_y i_y \quad (4.23b)$$

$$v_z = -K_z \frac{\partial h}{\partial z} = K_z i_z \quad (4.23c)$$

Hydraulická vodivost K je závislá na vlastnostech pórovitého prostředí a na vlastnostech kapaliny. Pro izotropní prostředí platí, že $K_x = K_y = K_z$ a Darcyho vztah pro rychlost je

$$v_x = -K \frac{\partial h}{\partial x} \quad (4.24a)$$

$$v_y = -K \frac{\partial h}{\partial y} \quad (4.24b)$$

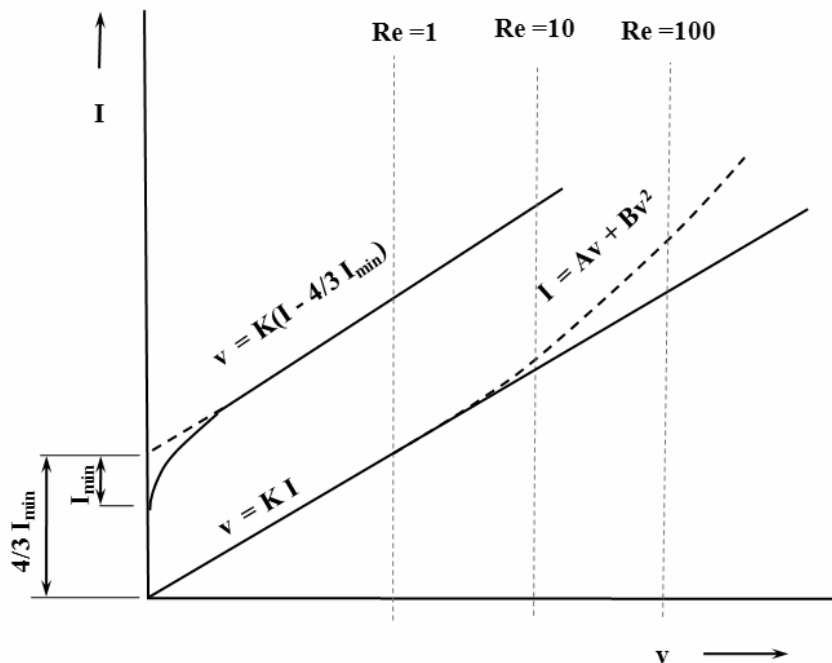
$$v_z = -K \frac{\partial h}{\partial z} \quad (4.24c)$$

nebo

$$v = K \text{ grad } h \quad (4.25)$$

4.2.1 Meze platnosti Darcyho zákona

Jak vyplývá ze vztahu, který odvodil H. Darcy, je souvislost mezi rychlostí vody proudící porézním prostředím a hydraulickým gradientem lineární. Lineární vztah však platí jen v určitých mezích.



Obr. 10. Meze platnosti Darcyho zákona

V mechanice tekutin se pro určení možného přechodu mezi laminárním a turbulentním prouděním používá Reynoldsovo číslo (Re), resp. jeho kritická hodnota. Jedná se o bezrozměrné číslo, které vyjadřuje poměr setrvačných a třecích sil. Kritická hodnota Reynoldsova čísla je taková velikost Re_{kr} , kdy je zajištěn laminární režim proudění.

Je-li přestoupena určitá kritická rychlost filtrace, přestává Darcyho vztah platit. Rovněž ve velmi jemnozrnných materiálech – jílovitých a prachovitých, kdy je voda vázána silnými molekulárními silami, Darcyho vztah začíná platit až po překročení určité hodnoty hydraulického gradientu. Potom lze upravit Darcyho vztah např. (Mucha, 1987)

$$v = K \left(I - \frac{4}{3} I_{\min} \right) \quad (4.26)$$

což ukazuje, že se hned nedá do pohybu všechna voda v pórech. Hodnota I_{\min} pro prachovité až hlinité zeminy se pohybuje okolo hodnoty 0,3–0,5 a pro jílovité zeminy 0,5–1,0 a někdy i více.

Definujeme-li filtrační Reynoldsovo číslo (např. dle Hálek, Švec 1979)

$$Re_f = \frac{\rho v d_e}{\mu} \quad (4.27)$$

kde d_e – efektivní průměr zrna [L] (např. podle Warda, 1964 $d_e = k_p^{1/2}$), μ – dynamická viskozita [$M.L^{-1}.T^{-1}$].

Stanovení d v Reynoldsově čísle je velice obtížné, a proto se často používá průměr zrna d_{10} , což je takový průměr zrna, kdy v daném vzorku je 10 procent z celkového množství zrn s menším průměrem než d_{10} .

Potom Darcyho vztah platí do hodnoty $Re = 1$ a do hodnoty Re přibližně 10 je odchýlení od lineárního průběhu velmi malé a můžeme rovněž předpokládat, že Darcyho vztah platí. Při překročení hodnoty $Re > 10$ a narušení laminárního proudění nejlépe vyhovuje všeobecný tvar odporového zákona

$$I = A v + B v^2 \quad (4.28)$$

Pro $Re > 100$ dostaneme již turbulentní proudění a vztah mezi hydraulickým spádem I a rychlostí je kvadratický a z rovnice zůstane na pravé straně pouze druhý člen

$$I = B v^2 \quad (4.29)$$

Proudění podzemní vody se většinou odehrává v oblasti lineárního zákona filtrace. Platnost lineárního zákona není zaručena jen při proudění podzemní vody ve velmi propustných zemínách při velkých rychlostech proudění podzemní vody, např. v blízkosti studny. S turbulentním prouděním v podzemních vodách se lze setkat jen zřídka, např. v krasových horninách nebo ve velkých puklinách.

4.3 Základní parciální diferenciální rovnice proudění zvodnělou vrstvou s napjatou hladinou

Při odvození základní parciální diferenciální rovnice popisující proudění podzemní vody porézním prostředím s napjatou hladinou vyjdeme z rovnice (4.11) v upraveném tvaru

$$\left[\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \right] = \frac{\partial m}{\partial t} \quad (4.30)$$

První člen v hranaté závorce na levé straně upravíme podle pravidla derivování součinu

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} = \rho \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (4.31)$$

Protože měrná hmotnost kapaliny ρ závisí na pořadnici x a tlaku p , druhý člen na pravé straně s využitím rovnice (4.31) přepíšeme do tvaru

$$v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} = v_x \frac{d\rho}{dp} \frac{\partial p}{\partial x} = v_x \rho \beta_v \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4.32)$$

kde β_v – součinitel stlačitelnosti kapaliny.

Za druhý člen na pravé straně rovnice (4.31) dosadíme vztah (4.32)

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} = \rho \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_x \rho \beta_v \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4.33)$$

Člen obsahující stlačitelnost vody

$$v_x \rho \beta_v \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4.34)$$

můžeme zanedbat, protože je velmi malý ve srovnání s prvním členem na pravé straně rovnice

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial x}$$

Potom můžeme psát

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} = \rho \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_x \rho \beta_v \frac{\partial p}{\partial x} \approx \rho \frac{\partial v_x}{\partial x} \quad (4.35a)$$

Obdobně pro zbývající směry y a z dostaneme

$$\frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} = \rho \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_y \rho \beta_v \frac{\partial p}{\partial y} \approx \rho \frac{\partial v_y}{\partial y} \quad (4.35b)$$

$$\frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = \rho \frac{\partial v_z}{\partial z} + v_z \rho \beta_v \frac{\partial p}{\partial z} \approx \rho \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (4.35c)$$

Po úpravě rovnice (4.11) dostáváme

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) dx dy dz = \frac{\partial m}{\partial t} \quad (4.36)$$

V dalším kroku dosadíme za v_x , v_y a v_z z Darcyho vztahu (rovnice 4.24a, b, c) a po vydělení $\rho dx dy dz$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial m}{\partial t} \quad (4.37)$$

Změna množství vody na jednotku objemu je dána rovnicí (3.11). S využitím této rovnice dostáváme

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = (\alpha_p + n\beta_v) \frac{\partial p}{\partial t} \quad (4.38)$$

Protože $dp \approx \rho g dh$ a s přihlédnutím k rovnici (3.11), upravíme rovnici (4.38) do tvaru

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (4.39)$$

kde S_s – specifická storativita.

Rovnice (4.39) je lineární parciální diferenciální rovnice, jejímž řešením je časové a prostorové rozdělení piezometrické výšky v nehomogenní anizotropní zvodnělé porézní vrstvě s napjatou hladinou. Pro homogenní a izotropní prostředí ($K_x = K_y = K_z = K$) po úpravách platí

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{S_s}{K} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (4.40)$$

V mnoha praktických aplikacích lze uvažovat konstantní výšku zvodnělé porézní vrstvy b , kterou probíhá filtrační proudění. Čitatele i jmenovatele na pravé straně rovnice (4.40) vynásobíme výškou zvodnělé vrstvy b a rovnicí upravíme do tvaru

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{S}{bK} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (4.41)$$

Součin výšky zvodnělé vrstvy b a koeficientu hydraulické vodivosti K je součinitel transmisivity. Dosazením koeficientu transmisivity za $b.K$ v rovnici (4.41) dostaneme

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (4.42)$$

Snížení s je někdy užíváno jako závislá proměnná v diferenciální rovnici popisující proudění podzemní vody porézním prostředím. Vztah pro snížení je

$$s = H - h \quad (4.43)$$

kde H – hodnota piezometrické výšky [L] (obvykle je to počáteční hodnota v čase $t = 0$, nebo v dosahu depresního kuželu R [L]), h – piezometrická výška v daném bodě [L].

Protože $ds = -dh$, lze rovnici (4.42) přepsat pro snížení do tvaru

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial s}{\partial t} \quad (4.44)$$

Rovnice (4.44) je základní parciální diferenciální rovnice trojrozměrného neustáleného proudění podzemní vody porézním prostředím s napjatou hladinou.

4.3.1 Využití rovnice (4.44) pro proudění podzemní vody zvodnělou vrstvou s volnou hladinou

Většina základních rovnic popisujících přítok vody k vrtu byla přímo odvozována pro proudění s napjatou hladinou (včetně rovnice 4.44), kde jsou hydrodynamické podmínky ve srovnání s prouděním s volnou hladinou jednodušší. Složitost při proudění podzemní vody porézní vrstvou s volnou hladinou je dána především skutečností, že změna úrovně volné hladiny znamená současně i změnu mocnosti porézního prostředí nasyceného vodou, tedy i změnu transmisivity nasycené vrstvy.

Při čerpání není transmisivita zvodnělé vrstvy v dosahu deprese konstantní, ale uvnitř depresní oblasti je funkcí vzdálenosti od vrtu a při nestacionárním režimu proudění je i funkcí času.

Při úpravě rovnic odvozených pro proudění podzemní vody zvodnělou vrstvou s napjatou hladinou do tvaru odpovídajícího proudění s volnou hladinou se přijímá předpoklad, že průměrná transmisivita T' , která se efektivně uplatňuje v oblasti ovlivněné čerpáním, je rovna v prvním přiblížení aritmetickému průměru z transmisivity $T_0(R)$ neovlivněné čerpáním (tj. na obvodě depresního kuželu) a z maximálně snížené transmisivity $T_v(r_v)$ na plášti vrtu

$$T' = \frac{T_0(R) + T_v(r_v)}{2} \quad (4.45)$$

Podle techniky výpočtu, tvaru výpočtových rovnic a druhu vstupních údajů lze tento předpoklad uplatnit ve výpočtu, buďto zavedením redukované mocnosti zvodnělé porézní vrstvy H' , nebo opraveného snížení s_c . Při redukci mocnosti H zavádíme opravenou průměrnou mocnost

$$H' = H - \frac{s_v}{2} \quad (4.46)$$

kde s_v – snížení hladiny vody ve vrtu [L], H – mocnost zvodnělé vrstvy v dosahu depresního kuželu [L].

Potom

$$T' = kH' = T - \frac{ks_v}{2} \quad (4.47)$$

$$T = T(R) = kH$$

Pokud zvolíme druhou alternativu úpravy rovnice, nahrazujeme ve výpočtech pro proudění podzemní vody s volnou hladinou naměřené snížení hladiny ve vrtu s_v opraveným snížením

$$s_c = s_v \frac{H'}{H} = s_v - \frac{s_v^2}{2H} \quad (4.48)$$

Jak vyplývá z rovnice (4.48), je při $s_v \ll H$ hodnota $(s_v^2/2H)$ zanedbatelně malá a poměr H'/H se blíží jedné. V takových případech potom lze pro podmínky proudění s volnou hladinou použít rovnic, které byly odvozeny pro proudění podzemní vody s napjatou hladinou bez uvedených redukcí H nebo s_v . Pro poměr $s_v < H/10$ klesají rozdíly ve výsledcích výpočtů s redukcí a bez redukce pod 5 %. Výše uvedené korekce mocnosti zvodnělé vrstvy nebo naměřeného snížení vycházejí z nejjednodušší aproximace průměrné hodnoty mocnosti zvodnělé vrstvy v dosahu deprese ve smyslu rovnic (4.45) a (4.48). Jacob (1963) ukázal, že je třeba při významnějším snížení volné hladiny během čerpací zkoušky uplatnit určitou korekci

i u vypočtených hodnot koeficientu storativity S . Skutečný opravený koeficient storativity S_c je dán vztahem

$$S_c = S(H - s) / H \quad (4.49)$$

kde s – snížení [L], S – koeficient storativity [-], H – původní nesnížená výška podzemní vody [L].

5 ŘEŠENÍ NEUSTÁLENÉHO PROUDĚNÍ K IDEÁLNÍMU VRTU

V této části bude ukázáno řešení základní parciální diferenciální rovnice filtračního proudění s napjatou hladinou k úplnému vrtu. Z metod používaných pro vyhodnocování přítokových zkoušek je prezentována Theisova metoda typových křivek a pro pozdější časy Jacobova semilogaritmická aproximace.

5.1 Řešení parciální diferenciální rovnice nestacionárního radiálního proudění k ideálnímu úplnému vrtu (neuvažuje se vliv objemu vrtu a dodatečných odporů na vrtu)

Předpokládejme horizontální proudění vody zvodnělou vrstvou s napjatou hladinou, která je omezena dvěma nepropustnými vrstvami s konstantní vzdáleností b . Vyjdeme z rovnice (4.44), kterou pro řešený případ přepíšeme do tvaru pro snížení s (při horizontálním proudění odpadá složka ve svislém směru)

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial s}{\partial t} \quad (5.1)$$

Řešíme-li axiálně symetrický průsak k dokonalému vrtu, parciální diferenciální rovnici (5.1) upravíme tak, abychom mohli pracovat s cylindrickými souřadnicemi. Vzhledem k tomu, že v axiálně-symetrickém proudu nezáleží na velikosti polárního úhlu, vystačíme s neodvisle proměnnou $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

Potom pro první derivaci snížení ve směru x platí

$$\frac{\partial s}{\partial x} = \frac{\partial s}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{\partial s}{\partial r} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{\partial s}{\partial r} \frac{x}{r} \quad (5.2)$$

Pro druhou derivaci ve směru x platí

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 s}{\partial r^2} \frac{\partial r}{\partial x} \frac{x}{r} + \frac{\partial s}{\partial r} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x}{r} \right) = \frac{\partial^2 s}{\partial r^2} \frac{x^2}{r^2} + \frac{\partial s}{\partial r} \frac{r - x(\partial r / \partial x)}{r^2} = \\ &= \frac{\partial^2 s}{\partial r^2} \frac{x^2}{r^2} + \frac{\partial s}{\partial r} \frac{r^2 - x^2}{r^3} = \frac{\partial^2 s}{\partial r^2} \frac{x^2}{r^2} + \frac{\partial s}{\partial r} \frac{y^2}{r^3} \end{aligned} \quad (5.3)$$

Stejným postupem pro směr y dostaneme

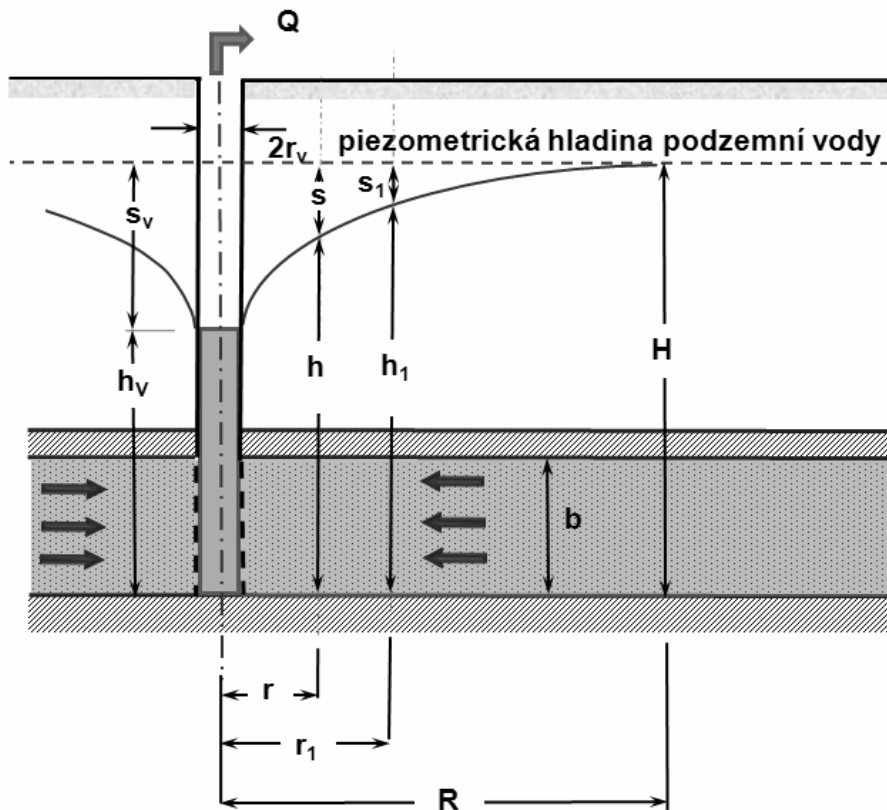
$$\frac{\partial^2 s}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 s}{\partial r^2} \frac{y^2}{r^2} + \frac{\partial s}{\partial r} \frac{x^2}{r^3} \quad (5.4)$$

Jestliže dosadíme rovnice (5.3) a (5.4) do základní rovnice (5.1), dostaneme po úpravě parciální diferenciální rovnici axiálně-symetrického průsaku podzemní vody nasyceným porézním prostředím s napjatou hladinou v cylindrických souřadnicích, který probíhá do hydraulicky dokonalého vrtu, a to ve tvaru

$$\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} = \frac{S}{T} \frac{\partial s}{\partial t} \quad (5.5)$$

a v upraveném tvaru

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial s}{\partial r} \right) = \frac{S}{T} \frac{\partial s}{\partial t} \quad (5.6)$$



Obr. 11. Schéma úplného ideálního vrtu ve zvodnělé vrstvě s napjatou hladinou

Řešení rovnice publikoval poprvé C. V. Theis. Při řešení rovnice (5.5) vyšel z následujících předpokladů:

- Zvodnělá vrstva je homogenní a izotropní.
- Výška zvodnělé vrstvy b je konstantní v celé řešené oblasti.
- Jde o nestlačitelnou kapalinu.
- Koeficienty transmisivity a storativity jsou v řešené oblasti konstantní v čase i v prostoru.
- Čerpané množství vody z vrtu je v čase konstantní.
- Vrt se nachází v neomezené zvodnělé vrstvě (tj. během celé doby čerpání snížení ve zvodnělé vrstvě vyvolané čerpáním nedosáhne k nepropustné ani napájecí hranici).

- V čase $t = 0$ je piezometrická výška hladiny podzemní vody ve všech místech zvodnělé vrstvy konstantní a je rovna H , a rovněž ve vrtu je výška vody H .
- Platí Darcyho vztah pro filtrační rychlost po celou dobu čerpací zkoušky.
- Objem čerpaného vrtu je zanedbatelně malý a nemusí být při řešení brán v úvahu.
- Na vrtu ani v jeho blízkém okolí nepůsobí dodatečné odpory (jde o tzv. „ideální“ vrt).

C. V. Theis dále vyšel z předpokladu, že

$$s(r, t = 0) = 0 \quad (5.7)$$

$$-2\pi T r \left. \frac{\partial s}{\partial r} \right|_{r=r_v} = Q = \text{konst} \quad (5.8)$$

Funkce snížení $s(r, t)$ je definována

$$s(r, t) = h(r, t) - h(r, 0) \quad (5.9)$$

kde $s(r, t)$ – snížení ve vzdálenosti r od osy odčerpávaného vrtu v čase t [T], $h(r, t)$ a $h(r, 0)$ – piezometrické výšky ve vzdálenosti r od osy odčerpávaného vrtu v časech t a 0 [L].

Z rovnice (5.8) pro zanedbatelně malý poloměr odčerpávaného vrtu platí

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left(-r \frac{\partial s}{\partial r} \right) = \frac{Q}{2\pi T} \quad (5.9a)$$

Podle teorie podobnosti (Hálek a Švec, 1979) má být řešení funkcí bezrozměrného čísla

$$\frac{r^2 S}{4Tt} \quad (5.10)$$

kde t – čas [T], r – radiální vzdálenost [L], T – koeficient transmisivity [$L^2 \cdot T^{-1}$], S – storativita zvodnělé vrstvy [-].

Je-li zvolena substituce ve tvaru

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt} \quad (5.11)$$

potom platí pro derivace podle t a r

$$\frac{du}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{r^2 S}{4Tt} \right) = -\frac{r^2 S}{4Tt^2} \quad (5.12a)$$

$$\frac{du}{dr} = \frac{d}{dr} \left(\frac{r^2 S}{4Tt} \right) = \frac{rS}{2Tt} \quad (5.12b)$$

Dále dostáváme pro parciální derivaci snížení podle času

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{ds}{du} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{ds}{du} \left(-\frac{r^2 S}{4Tt^2} \right) \quad (5.13)$$

Pro první a druhou derivaci snížení podle r potom obdržíme

$$\frac{\partial s}{\partial r} = \frac{ds}{du} \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{ds}{du} \left(\frac{rS}{2Tt} \right) \quad (5.14a)$$

$$\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} = \frac{d^2 s}{du^2} \left(\frac{du}{dr} \right)^2 + \frac{ds}{du} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \quad (5.14b)$$

Pro parametr u platí vztah

$$\left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{rS}{Tt} \right)^2 \quad (5.15a)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{S}{Tt} \right) \quad (5.15b)$$

Vztahy (5.13), (5.14a) a (5.14b) dosadíme do rovnice (5.5)

$$-\frac{r^2 S}{4Tt^2} \frac{ds}{du} = \frac{T}{S} \left[\left(\frac{S}{2Tt} \right)^2 \frac{d^2 s}{du^2} + \left(\frac{S}{2Tt} \right) \frac{ds}{du} + \left(\frac{S}{2Tt} \right) \frac{ds}{du} \right] \quad (5.16)$$

Po úpravě obdržíme

$$-u \frac{ds}{du} = u \frac{d^2 s}{du^2} + \frac{ds}{du} \quad (5.17)$$

A dále dostaneme

$$\frac{d^2 s}{du^2} + \frac{1+u}{u} \frac{ds}{du} = 0 \quad (5.18)$$

což je obyčejná diferenciální rovnice, jejíž obecné řešení má tvar

$$s(r,t) = C_1 + C_2 \int_u^\infty \frac{\exp(-u)}{u} du \quad (5.19)$$

Pro čas $t = 0$ je předepsáno $s(r, 0) = 0$, proto první integrační konstanta $C_1 = 0$

$$s(r,t) = C_2 \int_u^\infty \frac{\exp(-u)}{u} du \quad (5.20)$$

Z podmínky (5.8) plyne

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left(-2\pi r T \frac{\partial s}{\partial r} \right) = Q \quad (5.21)$$

$$\frac{\partial s}{\partial r} = \frac{\partial s}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial r} \quad (5.22)$$

$$\frac{\partial s}{\partial u} = -C_2 \frac{\exp(-u)}{u} \quad (5.23)$$

$$\frac{\partial s}{\partial r} = -C_2 \frac{\exp(-u)}{u} \left(\frac{rS}{2Tt} \right) \quad (5.24)$$

$$\frac{\partial s}{\partial r} = -\frac{2}{r} C_2 \exp(-u) \quad (5.25)$$

Z podmínky (5.8) a ze vztahu (5.25) vyplývá

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left(-2\pi r T \frac{\partial s}{\partial r} \right) = \lim_{r \rightarrow 0} \left[2\pi T 2 C_2 \exp(-u) \right] = 4\pi T C_2 = Q \quad (5.26)$$

odkud je možné určit integrační konstantu C_2

$$C_2 = \frac{Q}{4\pi T} \quad (5.27)$$

Z rovnice (5.20) po dosazení integrační konstanty je snížení v libovolné vzdálenosti od odčerpávaného vrtu r v čase t dáno rovnicí

$$s(r,t) = \frac{Q}{4\pi T} \int_u^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du \quad (5.28)$$

nebo

$$s(r,t) = \frac{Q}{4\pi T} \left(-E_i(-u) \right) \quad (5.29)$$

u v rovnici (5.29) je argument Theisovy studňové funkce: $u = \frac{r^2 S}{4Tt}$

$$-E_i(-u) = -\gamma - \ln u + u - \frac{u^2}{2!} + \frac{u^3}{3!} - \dots \quad (5.30)$$

$\gamma = 0,577216$ – Eulerova konstanta.

Theis (1935) jako první aplikoval rovnici (5.30) na proudění podzemní vody k úplnému vrtu ve zvodnělé vrstvě s napjatou hladinou a snížení uvádí ve tvaru

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u) \quad (5.31)$$

kde $W(u)$ – Theisova studňová funkce, která odpovídá integrální exponenciální funkci $-E_i(-u)$ a vztah (5.30) lze přepsat

$$W(u) = -0,577216 - \ln u + \sum_n^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{u^n}{n!n} \quad (5.32)$$

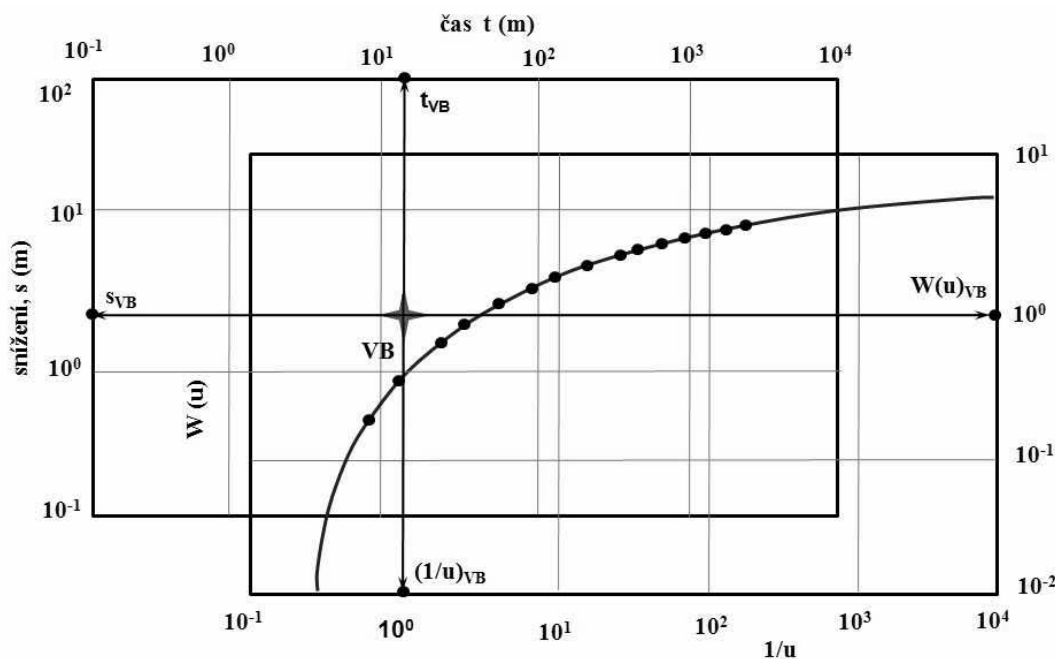
$$n = 1, 2, 3 \dots$$

5.1.1 Theisova metoda typové křivky

Rovnice (5.31) je základem vyhodnocení přítokových zkoušek za nestacionárního režimu proudění. V literatuře je tato metoda nazývána „Theisova metoda typové křivky“.

Rovnice (5.31) může být použita pro vyhodnocení transmisivity a storativity z hodnot čerpací zkoušky za neustáleného proudění, kdy $Q = \text{konst.}$ a známe i ostatní parametry. Teoretická křivka $W(u)$ vs. $1/u$ je v log-log vyjádření uvedena v příloze 1, včetně numerických hodnot.

Hodnoty snížení vody v odčerpávaném vrtu v závislosti na čase získané z čerpací zkoušky vyneseme v odděleném grafu ve stejném log-log měřítku separátně. Je nezbytné, aby oba grafy měly stejné logaritmické měřítko, jak je vidět na obr. 12.



Obr. 12. Theisova metoda typové křivky

Jakmile posuneme křivky získané z reálné čerpací zkoušky po Theisově typové křivce dosáhneme shody, zvolíme libovolný vztahový bod VB. Na obou grafech odečteme pro tento vztahový bod hodnoty s_{VB} , t_{VB} , $(1/u)_{VB}$ a $W(u)_{VB}$.

Dosažením $W(u)_{VB}$ a s_{VB} do rovnice (5.31) určíme koeficient transmisivity

$$T = \frac{Q}{4\pi s_{VB}} W(u)_{VB} \quad (5.33)$$

Dosazením odečtených hodnot $(1/u)_{VB}$ a t_{VB} do vztahu pro argument Theisovy funkce (5.11) dostaneme pro hodnotu koeficientu storativity

$$S = \frac{4T u_{VB} t_{VB}}{r^2} \quad (5.34)$$

Je nutné konstatovat, že Theisovu metodu typové křivky můžeme na odčerpávaném vrtu použít za podmínky, že na vrtu a jeho blízkém okolí jsou dodatečné odpory zanedbatelné a vlastní objem vrtu se blíží zanedbatelné hodnotě.

5.1.2 Jacobova semilogaritmická metoda přímkou

Pro hodnoty $1/u > 100$ s chybou menší než 0,25 % lze Theisovu studňovou funkci vyjádřenou rovnicí (5.32) zjednodušit zanedbáním třetího, čtvrtého a dalších členů na pravé straně na semilogaritmickou aproximaci studňové funkce podle Jacoba (1946)

$$W(u) \cong -0,577216 - \ln u \quad (5.35)$$

Po dosazení za argument Theisovy studňové funkce u z rovnice (5.11) je po úpravě možno nahradit Theisovu studňovou funkci výrazem

$$W(u) \cong \ln \frac{2,246Tt}{r^2 S} \quad (5.36)$$

Dosazením rovnice (5.36) do rovnice (5.31) dostáváme pro snížení vztah

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{2,246Tt}{r^2 S} \quad (5.37)$$

Použitím dekadického logaritmu v rovnici (5.37) místo přirozeného logaritmu dostaneme upravený vztah pro snížení v libovolné vzdálenosti od osy odčerpávaného vrtu v čase t po úpravě

$$s = \frac{0,183Q}{T} \log \frac{2,246Tt}{r^2 S} \quad (5.38a)$$

Pro snížení vody ve vrtu v čase t platí

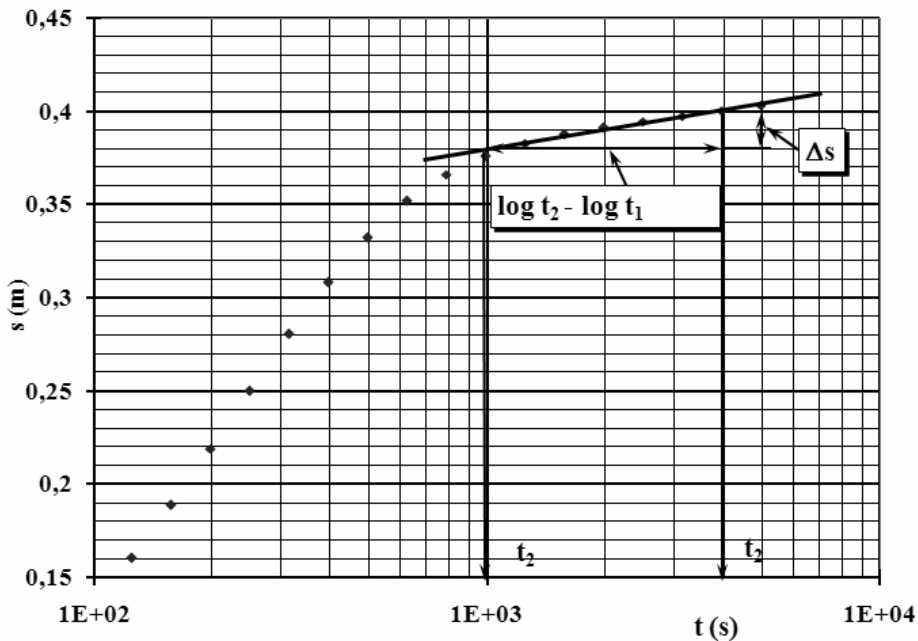
$$s = \frac{0,183Q}{T} \log \frac{2,246Tt}{r_v^2 S} \quad (5.38b)$$

Rovnici (5.38a) můžeme dále upravit

$$s = \frac{0,183Q}{T} \log \frac{2,246T}{S} + \frac{0,183Q}{T} \log \frac{t}{r^2} \quad (5.39)$$

První člen na pravé straně rovnice (5.39) je konstantní. Z vynesené křivky čerpací zkoušky ve tvaru snížení, s vs. $\log t$ (obr. 13) vyplývá, že pro „delší“ časy se křivka čerpací zkoušky transformuje do přímky se sklonem

$$i = (s_2 - s_1) / (\log t_2 - \log t_1) \quad (5.40)$$

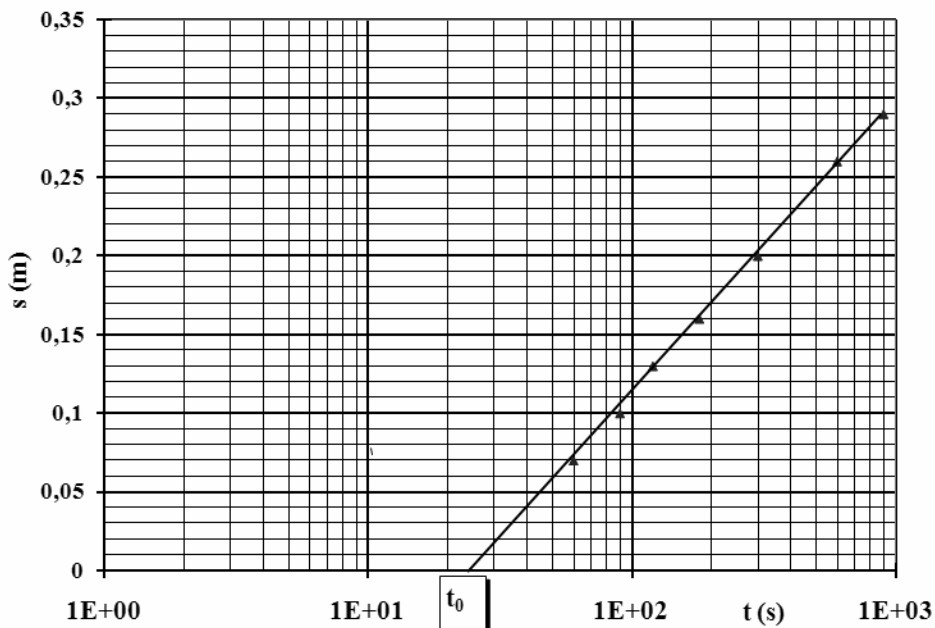


Obr. 13. Graf čerpací zkoušky s vs. $\log t$

Koeficient transmisivity potom určíme na základě rovnic (5.39) a (5.40) ze vztahu

$$T = 0,183 \frac{Q}{i} \tag{5.41}$$

Jsou-li k dispozici údaje z alespoň jednoho pozorovacího vrtu, lze určit koeficient storativity S . Na obr. 14 jsou vyneseny hodnoty snížení s vs. $\log t$ na pozorovacím vrtu, který je od odčerpávaného vrtu vzdálen r_p .



Obr. 14. Graf čerpací zkoušky na pozorovacím vrtu

Body v semilogaritmicke grafu (*obr. 14*) leží na přímce. Tato přímka protíná vodorovnou časovou osu v bodě t_0 . Pro čas t_0 platí, že snížení v pozorovacím vrtu je nulové (jedná se o čas, kdy se snížení piezometrické hladiny začalo projevovat na pozorovacím vrtu). Z rovnice (5.37) vyplývá

$$s(r_p, t_0) = 0 = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{2,246 T t}{r_p^2 S} \quad (5.42)$$

Pravá strana rovnice (5.42) se rovná nule, jestliže se druhý člen na pravé straně rovná nule (první člen $Q/(4\pi T)$ je kladné nenulové číslo). Položíme-li druhý člen rovnice (5.42) rovný nule, dostáváme vztah

$$\frac{2,246 T t}{r_p^2 S} = 1 \quad (5.43)$$

odkud vyjádříme koeficient storativity

$$S = 2,246 \frac{T t_0}{r^2} \quad (5.44)$$

kde t_0 – „čas průsečíku“ extrapolované přímky $s = f(\log t)$ s osou $\log t$ (tj. $s = 0$) [T], r_p – vzdálenost pozorovacího vrtu od osy odběrového vrtu [L].

6 ŘEŠENÍ ZÁKLADNÍ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE V BEZROZMĚRNÝCH PARAMETRECH – SKUTEČNÝ VRT

V této kapitole je uvedeno řešení základní parciální diferenciální rovnice nestacionárního radiálně-symetrického průsaku podzemní vody k úplnému vrtu ve zvodnělé vrstvě s napjatou hladinou v bezrozměrných parametrech. Řešení je uvedeno pro tzv. skutečný vrt, tj. případ, kdy na odčerpávaném vrtu a jeho nejbližším okolí uvažujeme působení dodatečných odporů a do výpočtů zavádíme také vliv vlastního objemu odčerpávaného vrtu na počáteční úsek hydrodynamické zkoušky.

6.1 Bezrozměrné parametry

- Bezrozměrné snížení piezometrické výšky ve vzdálenosti r od vrtu

$$s(r_D, t_D) = \frac{2\pi T}{Q}(H - h(r, t)) \quad (6.1)$$

kde $T = kb$ – transmisivita [$L^2 \cdot T^{-1}$], K – hydraulická vodivost [$L \cdot T^{-1}$], b – mocnost zvodnělé vrstvy, tj. vzdálenost mezi dvěma nepropustnými vrstvami [L], Q – odběr vody z vrtu [$L^3 \cdot T^{-1}$], $h(r, t)$ – piezometrická výška v čase t ve vzdálenosti r od odčerpávaného vrtu [L]; H – piezometrická výška v čase $t = 0$ (tj. v čase před zahájením hydrodynamické zkoušky) [L], t – čas měřený od počátku hydrodynamické zkoušky [T], t_D – bezrozměrný čas, r_D – bezrozměrný poloměr.

- Bezrozměrné snížení hladiny vody v odběrovém vrtu

$$s_{VD}(t_D) = \frac{2\pi T}{Q}(H - h_V(t)) \quad (6.2)$$

kde h_V – výška hladiny vody v odběrovém vrtu v čase t [L], Q – čerpané množství vody z odběrového vrtu [$L^3 \cdot T^{-1}$], H – původní piezometrická výška v čase $t = 0$ [L].

- Bezrozměrný čas

$$t_D = \frac{Tt}{r_V^2 S} \quad (6.3)$$

kde r_V – poloměr odčerpávaného vrtu [L], S – koeficient storativity, T – koeficient transmisivity zvodnělé vrstvy [$L^2 \cdot T^{-1}$], t – čas [T].

- Bezrozměrný poloměr

$$r_D = \frac{r}{r_V} \quad (6.4)$$

kde r – radiální vzdálenost od osy odčerpávaného vrtu.

- Bezrozměrný koeficient storativity vrtu

$$C_D = \frac{C}{2\pi r_v^2 S} \quad (6.5)$$

kde C – jednotkový faktor storativity vrtu, S – storativita.

- Bezrozměrný koeficient dodatečných odporů

$$W = \frac{2\pi T s_w}{Q} \quad (6.6)$$

kde s_w – část snížení ve vrtu, připadající na vliv dodatečných odporů [L].

6.2 Dodatečné odpory

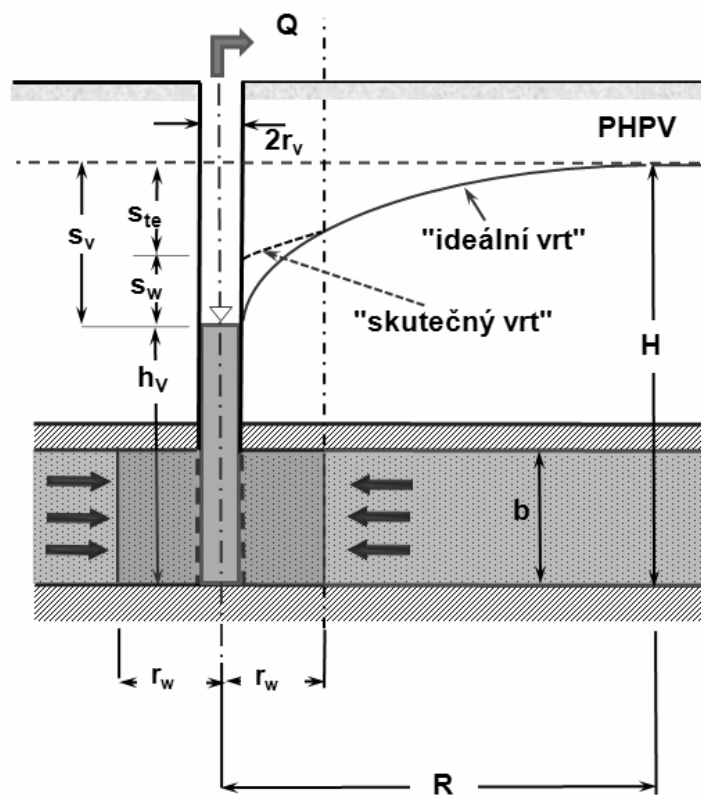
Snížení hladiny vody ve „skutečném“ vrtu (tj. případ, kdy uvažujeme existenci dodatečných odporů na odčerpávaném vrtu a jeho blízkém okolí) závisí na odporu porézního prostředí nasyceného vodou, viskozitě a na tzv. dodatečných ztrátách vznikajících ve vrtu, na jeho stěnách a blízkém okolí vrtu. Pod pojmem dodatečné odpory rozumíme souhrn jevů, jejichž vlivem dochází k odchýlení naměřených hodnot snížení vody na „skutečném“ vrtu oproti teoretickému snížení získanému za předpokladu „ideálního“ modelu proudění vody k úplnému vrtu (jedná se o případ, kdy se na vrtu neuvažuje existence dodatečných odporů a vlastní objem vrtu se neprojeví na průběhu přítokové zkoušky, tj. nedochází k ovlivnění snížení tímto objemem – viz dále). Snížení hladiny vody (resp. zvýšení) naměřené na odběrovém (resp. nálevovém) vrtu je potom větší než výpočtové snížení (resp. zvýšení) hladiny vody ve vrtu, které by vyvolalo daný hydraulický zásah prostřednictvím hydrodynamicky dokonalého vrtu bez těchto dodatečných odporů. Některé druhy dodatečných odporů mohou vzniknout již při zhotovování vrtu a jejich zdrojem jsou nedostatky a nedokonalosti techniky a technologie hloubení a zejména vystrojení odběrových vrtů (například snížení propustnosti v bezprostředním okolí vrtu vlivem vniknutí výplachu do porézního prostředí nasyceného vodou při rotačním způsobu vrtání, důsledkem čehož je vznik tzv. „kalové kůry“ nebo při nárazovém vrtání, kdy dochází ke zhutnění porézního prostředí v blízkosti vrtu, a tím ke snížení propustnosti). Dalšími příčinami vzniku dodatečných odporů na vrtu jsou různé hydromechanické, chemické, biologické a další jevy, které se mohou vyskytnout na vrtu a jeho okolí v průběhu využívání vrtu. Znalost velikosti dodatečných odporů, resp. dodatečného snížení připadajícího na působnost dodatečných odporů, je nezbytná při stanovení storativity z údajů o snížení hladiny naměřených na odběrovém vrtu za nestacionárního režimu proudění a při stanovení koeficientu filtrace za stacionárního režimu.

Část snížení připadající na působení dodatečných odporů je možné rozdělit na snížení způsobené

– *kolmatací vrtu* (s_K), tj. ucpáváním pórů např. jemným materiálem, čímž dochází ke snížení průtočnosti porézního prostředí, nebo narušením původní vnitřní struktury porézního prostředí v těsném okolí odběrového vrtu při jeho hloubení a vystrojování – jde o snížení propustnosti porézního prostředí vlivem vniknutí výplachu do zvodnělé vrstvy při rotačním způsobu vrtání, jehož důsledkem je tzv. kalová kůra, nebo jde o případ, kdy při nárazovém vrtání dojde ke zhutnění porézního prostředí, a tím ke snížení propustnosti,

– *zmenšením aktivního průřezu stěny vrtu* pro přítok vody (s_F) tam, kde je stěna vrtu tvořena filtrem, perforovanou pažnicí apod.,

- *neúplným průnikem* (s_P) – neúplným otevřením mocnosti zvodnělé vrstvy vrtem (tzv. neúplné vrty),
- *ucpáváním* (s_I) – zachycováním částic horniny nebo obsypu v otvorech filtru, kam přiřazujeme také chemickou inkrustaci a ucpávání otvorů filtru působením mikroorganismů a bakterií,
- *třením* (s_T) vody o stěny vrtu a jejím vnitřním třením (do této skupiny zařazujeme i dodatečné odpory vznikající turbulencí uvnitř vrtu),
- *turbulentním režimem proudění* (s_{TP}) ve zvodnělé vrstvě, zejména v blízkosti odběrového vrtu,
- *dalšími druhy dodatečných odporů* (s_O).



Obr. 15. Snížení na odběrovém vrtu s dodatečnými odpory

Celkové snížení připadající na působení dodatečných odporů vyjádříme

$$s_w = s_K + s_F + s_P + s_I + s_T + s_{TP} + s_O \quad (6.7)$$

kde s_w – snížení ve vrtu způsobené dodatečnými odpory, s_K , s_F , s_P , s_I , s_T , s_{TP} , s_O – dílčí snížení, která jsou způsobena jednotlivými druhy dodatečných odporů.

Separace jednotlivých složek dodatečných odporů je velmi problematická, a proto v této práci (stejně jako ve většině publikací zabývajících se zde řešenou problematikou) bude k charakteristice dodatečných odporů užito sumárního bezrozměrného koeficientu dodatečných odporů W (v anglosaské literatuře označovaném jako skin factor).

Celkové snížení hladiny vody naměřené v odběrovém vrtu během přítokové zkoušky lze vyjádřit vztahem (obr. 15)

$$s_v = s_{te} + s_w \quad (6.8)$$

kde s_{te} – teoretické snížení hladiny vody na „ideálním“ vrtu (nulové dodatečné odpory) [L^2],
 s_w – dodatečné snížení vody ve vrtu způsobené vlivem dodatečných odporů [L].

Při zanedbání části snížení, které připadá na působení nelineárních odporů s_T a s_{TP} , je velikost dodatečného snížení v odběrovém vrtu závislá na odebírané vydatnosti Q podle lineárního vztahu (van Everdingen, 1953).

$$s_w = \frac{Q}{2\pi T} W \quad (6.9)$$

kde W – bezrozměrný koeficient dodatečných odporů.

Vliv dodatečných odporů zahrneme do celkového snížení na „skutečném“ vrtu při proudění s napjatou hladinou následovně

- při stacionárním režimu proudění

$$s_v = \frac{Q}{2\pi T} \left(\ln \frac{R}{r_v} + W \right) \quad (6.10)$$

- při nestacionárním režimu proudění

a) dosazením do Theisovy rovnice (5.31)

$$s_v = \frac{Q}{4\pi T} (W(u) + 2W) \quad (6.11)$$

b) pro bezrozměrný čas $t_D > 25$ (viz kapitolu 5.1.2)

$$s_v = \frac{Q}{4\pi T} \left(\ln \frac{2,246Tt}{r_v^2 S} + 2W \right) \quad (6.12)$$

Pro rozdíl snížení v čase t_2 a t_1 z rovnice (6.12) platí

$$s_2 - s_1 = \Delta s = \frac{Q}{4\pi T} \left(\ln \frac{2,246Tt_2}{r_v^2 S} + \ln t_2 + 2W - \ln \frac{2,246Tt_1}{r_v^2 S} - \ln t_1 - 2W \right) \quad (6.13)$$

odkud vyplývá

$$\Delta s = \frac{Q}{4\pi T} \left(\ln \frac{t_2}{t_1} \right) \quad (6.14)$$

a po převedení na dekadické logaritmy

$$\Delta s = 0,183 \frac{Q}{T} \left(\log \frac{t_2}{t_1} \right) \quad (6.15)$$

Ze vztahu (6.15) plyne, že dodatečné odpory nemají vliv na sklon přímkového úseku přítokové zkoušky (tj. části přítokové zkoušky vyhodnotitelné Jacobovou metodou).

Koeficient dodatečných odporů určíme z rovnice (6.12)

$$W = \frac{2\pi T s_v}{Q} - \frac{1}{2} \ln \frac{2,246 T t}{r_v^2 S} \quad (6.16)$$

což lze rozepsat

$$W = \frac{2\pi T s_v}{Q} - \frac{1}{2} \left(\ln t + \ln \frac{T}{r_v^2 S} + 0,8091 \right) \quad (6.17)$$

Při vyhodnocování semilogaritmického úseku přítokové zkoušky Jacobovou aproximací se hladinový skok neprojevuje ani na odběrovém, ani na pozorovacím vrtu, a to při výpočtech koeficientu transmisivity T a koeficientu hydraulické vodivosti K . Je to způsobeno tím, že dodatečné odpory neovlivní směrnici přímkové části grafu, ale ovlivní délku a tvar počátečního úseku.

Vliv dodatečných odporů na odběrovém vrtu a jeho blízkém okolí lze vyjádřit

– *dodatečným snížením* (rovnice 6.9),

– *nahrazením poloměru „skutečného“ vrtu r_v poloměrem ideálního vrtu bez dodatečných odporů r_{ev} , který by byl svým hydraulickým účinkem ekvivalentní danému „skutečnému“ vrtu s danými odpory.*

Koeficient dodatečných odporů lze psát jako

$$W = \ln \left(\frac{r_v}{r_{ev}} \right) \quad (6.18)$$

což je

$$\ln r_{ev} = \ln r_v - W \quad (6.19a)$$

$$r_{ev} = r_v e^{-W} \quad (6.19b)$$

Dosadíme-li do hydraulických výpočtů r_{ev} místo r_v , eliminujeme deformace naměřených závislostí způsobených existencí dodatečných odporů.

Aplikací vztahů (6.9) a (5.9a) na rovnici (6.8) dostáváme

$$s_v = s_{te} + \left(r \frac{\partial s}{\partial r} \right)_{r=r_v} W \quad (6.20)$$

6.3 Storativita vrtu

Storativita vrtu – neboli dodatečný přítok či prázdnění vrtu – ovlivňuje zásadním způsobem počáteční úsek přítokové zkoušky. Pokud není brán v úvahu vliv storativity vrtu při vyhodnocování přítokových zkoušek, tj. té části čerpací zkoušky, která předchází úseku vyhodnotitelnému Jacobovou semilogaritmickou aproximací, dostaneme zkreslené výsledky.

Začneme-li z vrtu čerpat množství vody $Q = konst.$, je zpočátku čerpána voda z vlastního objemu vrtu a přítok vody do vrtu ze zvodnělé vrstvy je nulový ($Q_p = 0$). S narůstajícím časem odběru množství vody Q z vrtu se přitékající množství vody bude měnit z nuly do přibližně čerpaného množství Q , přičemž množství vody odčerpávané z vlastního objemu vrtu se bude zmenšovat, až dosáhne zanedbatelné hodnoty vzhledem k přítoku vody ze zvodnělé vrstvy Q_p .

Ramey (1970), který se zabýval vlivem objemu vrtu na průběh čerpací, resp. stoupací zkoušky v počátečním časovém úseku u naftových vrtů, definoval tzv. jednotkový faktor storativity vrtu C ve zjednodušeném tvaru

$$C = \frac{\Delta V}{\Delta h} \quad (6.21)$$

kde ΔV – objemová změna [L^3], Δh – změna výšky vody ve vrtu [L].

Pro rovnováhu podzemní vody vstupující do vrtu ze zvodnělé vrstvy a vody odčerpávané z vrtu lze odvodit

$$Q_p = Q - C \frac{ds_v}{dt} \quad (6.22)$$

kde Q_p – množství vody přitékající do vrtu ze zvodnělé vrstvy [$L^3 \cdot T^{-1}$], Q – množství vody odebírané z vrtu [$L^3 \cdot T^{-1}$], s_v – snížení hladiny vody ve vrtu v čase t [L].

Využitím bezrozměrných parametrů – rovnice (6.2) a (6.3) – lze psát

$$\frac{ds_D}{dt_D} = \frac{d\left(\frac{s_v 2\pi T}{Q}\right)}{d\left(\frac{Tt}{r_v^2 S}\right)} = \frac{2\pi T}{Q} \frac{r_v S}{T} \frac{ds_v}{dt} \quad (6.23)$$

Pro ds_v/dt dostáváme po úpravě

$$\frac{ds_v}{dt} = \frac{Q}{2\pi} \frac{1}{r_v^2 S} \frac{ds_D}{dt_D} \quad (6.24)$$

Dosaďme rovnici (6.24) do rovnice (6.22)

$$Q_p = Q - \frac{CQ}{2\pi r_v^2 S} \frac{ds_D}{dt_D} \quad (6.25)$$

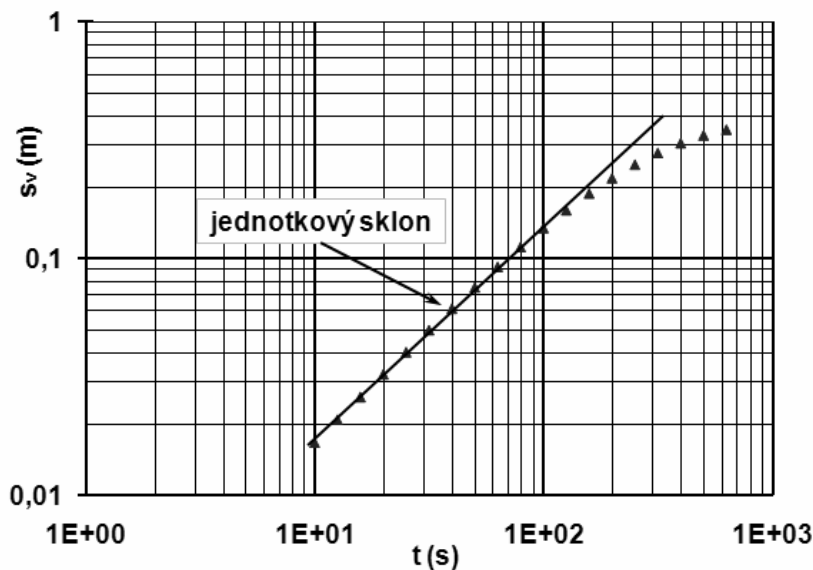
V rovnici (6.22) dosadíme do druhého členu na pravé straně bezrozměrnou storativitu vrtu – rovnice (6.5)

$$Q_p = Q - QC_D \frac{ds_D}{dt_D} \quad (6.26)$$

Po úpravě

$$\frac{Q_p}{Q} = 1 - C_D \frac{ds_D}{dt_D} \quad (6.27)$$

Rovnice (6.27) je okrajová podmínka, je-li v řešení brán v úvahu vliv objemu vrtu.



Obr. 16. Závislost $\log s_v$ vs. $\log t$

Z rovnice (6.27) vyplývá pro malou hodnotu ds_D/dt_D nebo malou hodnotu koeficientu storativity vrtu $Q_p/Q = 1$. To znamená, že vliv objemu vrtu na snížení při čerpací zkoušce je zanedbatelný a odčerpávané množství vody z vrtu je přibližně rovno přítoku vody ze zvodnělé vrstvy do vrtu Q_p .

Ramey (1970) upozornil na fakt, že v počátečním úseku přítokových zkoušek (týká se to jak čerpacích, tak i stoupacích zkoušek) pro danou hodnotu bezrozměrné storativity vrtu C_D a pro většinu hodnot koeficientu dodatečných odporů (bylo ověřeno řešením základní parciální diferenciální rovnice (5.5) Laplaceovou transformací – viz dále) lze nalézt v grafu přítokové zkoušky tzv. jednotkový sklon – 45° (na obr. 16 je uveden příklad jednotkového sklonu pro hodnotu bezrozměrné storativity vrtu $C_D = 100$ a koeficient dodatečných odporů $W = 10$). Přímková část s jednotkovým sklonem v grafické závislosti $\log s$ vs. $\log t$ „trvá“, dokud je všechna voda čerpána pouze z vlastního objemu vrtu, tzn. $Q_p/Q = 0$.

Z rovnice (6.27) vyplývá

$$1 - C_D \frac{ds_D}{dt_D} = 0 \quad (6.28)$$

$$dt_D = C_D ds_D \quad (6.29)$$

Rovnici (6.29) integrujeme v mezích $t_p = 0$; $s_D = 0$ a t_D, s_D

$$C_D s_D = t_D \quad (6.30)$$

Zlogaritmuje obě strany rovnice

$$\log C_D + \log s_D = \log t_D \quad (6.31)$$

Je-li přítok ze zvodnělé vrstvy nulový, $Q_p = 0$, grafické vyjádření $\log s_D$ vs. $\log t_D$ má přímkový úsek se sklonem rovným jedné. Pro libovolný bod na tomto přímkovém úseku musí být splněna rovnice

$$\frac{C_D s_D}{t_D} = 1 \quad (6.32)$$

Dosazením rovnic (6.2), (6.3), (6.4) za bezrozměrné veličiny v rovnici (6.32) dostáváme jednotkový faktor storativity vrtu

$$C = Q \frac{t_j}{s_j} \quad (6.33)$$

kde t_j, s_j – dvojice odpovídajících si hodnot na přímém úseku jednotkového sklonu v grafu $\log s$ vs. $\log t$ (obr. 16).

7 ŘEŠENÍ ZÁKLADNÍ PARCIÁLNÍ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE V BEZROZMĚRNÝCH PARAMETRECH POMOCÍ LAPLACEOVY TRANSFORMACE

Výsledkem řešení základní parciální diferenciální rovnice neustáleného radiálně-symetrického proudění k úplnému vrtu ve zvodnělé vrstvě s napjatou hladinou, uvedeného v této kapitole, je odvození vztahu pro snížení hladiny vody ve vrtu, resp. snížení piezometrické hladiny v libovolném bodě řešené oblasti pro případ skutečného vrtu, kdy uvažujeme vliv dodatečných odporů na odčerpávaném vrtu a jeho blízkém okolí a konečnou velikost poloměru vrtu. V naftové oblasti publikoval řešení Agarwal et al. (1970).

Vyjdeme z rovnice (5.5) ve tvaru pro snížení hladiny

$$\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} = \frac{S}{T} \frac{\partial s}{\partial t} \quad (7.1)$$

Rovnice je řešena za platnosti následujících předpokladů

- jedná se o proudění s napjatou hladinou do úplného vrtu,
- gravitační síly jsou zanedbatelné,
- zvodnělá vrstva je homogenní a izotropní,
- výška zvodnělé vrstvy, kde dochází k proudění vody k vrtu, je konstantní a má velikost b ,
- úplný vrt se nachází v neomezené zvodnělé vrstvě – odkud vyplývá, že vnější hranice nemají vliv na průběh snížení v závislosti na čase,
- koeficienty průtočnosti T a storativity S jsou konstantní v čase a prostoru,
- přítok vody ze zvodnělé vrstvy do vrtu se mění během čerpací zkoušky z hodnoty $Q_p = 0$ do konečného přítoku $Q_p = Q = konst.$,
- platí Darcyho zákon,
- čerpané množství vody je konstantní ($Q = konst.$),
- před začátkem čerpání, tj. pro $t = 0$, je piezometrická výška hladiny podzemní vody ve všech bodech zvodnělého prostředí konstantní a rovná se H – to platí i pro výšku hladiny vody ve vrtu,
- vrt je konečného objemu,
- koeficient storativity vrtu je konstantní a v průběhu čerpání se nemění jeho velikost,
- vliv dodatečných odporů na vrtu nelze zanedbat a dodatečné odpory působí jen do malé vzdálenosti od vrtu.

Nejprve upravíme rovnici (7.1) tak, abychom dostali tvar v bezrozměrných parametrech. Derivujeme-li bezrozměrné snížení (rovnice 6.1) podle bezrozměrného poloměru r_D

$$\frac{\partial s_D}{\partial r_D} = \frac{\partial \left(\frac{2\pi T s}{Q} \right)}{\partial \left(\frac{r}{r_v} \right)} \quad (7.2)$$

Úpravou získáme

$$\frac{\partial s_D}{\partial r_D} = \frac{2\pi r_v T}{Q} \frac{\partial s}{\partial r} \quad (7.3)$$

Z rovnice (7.2) vyjádříme

$$\frac{\partial s}{\partial r} = \frac{Q}{2\pi r_v T} \frac{\partial s}{\partial r} \frac{\partial s_D}{\partial r_D} \quad (7.4)$$

Obdobně postupujeme i pro druhou derivaci bezrozměrného snížení s_D podle bezrozměrného poloměru r_D

$$\frac{\partial^2 s_D}{\partial r_D^2} = \frac{\partial^2 \left(\frac{2\pi T s}{Q} \right)}{\partial \left(\frac{r}{r_v} \right)^2} \quad (7.5)$$

Po úpravě rovnice (7.5) dostáváme druhou derivaci bezrozměrného snížení podle bezrozměrného poloměru r_D ve tvaru

$$\frac{\partial^2 s_D}{\partial r_D^2} = \frac{2\pi T r_v^2}{Q} \frac{\partial^2 s}{\partial r^2} \quad (7.6)$$

Z této rovnice lze vyjádřit

$$\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} = \frac{Q}{2\pi T r_v} \frac{\partial^2 s_D}{\partial r_D^2} \quad (7.7)$$

Pro derivaci bezrozměrného snížení s_D podle bezrozměrného času platí

$$\frac{\partial s_D}{\partial t_D} = \frac{\partial \left(\frac{2\pi T s}{Q} \right)}{\partial \left(\frac{T t}{r_v S} \right)} \quad (7.8)$$

Rovnici (7.8) upravíme

$$\frac{\partial s_D}{\partial t_D} = \frac{2\pi T}{Q} \frac{r_v^2 S}{T} \frac{\partial s}{\partial t} \quad (7.9)$$

Vyjádříme derivaci snížení s podle času t

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{Q}{2\pi r_v^2 T} \frac{\partial s_D}{\partial t_D} \quad (7.10)$$

Odvozené vztahy (7.4), (7.7) a (7.10) dosadíme do základní rovnice (7.1)

$$\frac{Q}{2\pi T} \frac{1}{r_v^2} \frac{\partial^2 s_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r} \frac{Q}{2\pi T} \frac{1}{r_v} \frac{\partial s_D}{\partial r_D} = \frac{Q}{2\pi r_v^2} \frac{S}{T} \frac{\partial s_D}{\partial t_D} \quad (7.11)$$

Po úpravě rovnice (7.11) dostáváme parciální diferenciální rovnici axiálně-symetrického proudění podzemní vody s napjatou hladinou v bezrozměrných parametrech ve tvaru

$$\frac{\partial^2 s_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial s_D}{\partial r_D} = \frac{\partial s_D}{\partial t_D} \quad (7.12)$$

Počáteční a okrajové podmínky

V čase $t = 0$ (tj. před začátkem čerpání) při aplikaci bezrozměrných parametrů rovnice (6.1) až (6.5) platí

$$s_D(r_D, t_D = 0) = 0 \quad (7.13)$$

Pro bezrozměrné snížení ve vrtu je

$$s_{vD}(r_D = 1, t_D = 0) = 0 \quad (7.14)$$

Pro $r_D \rightarrow \infty$ je bezrozměrné snížení

$$s_D(r_D, t_D) = 0 \quad (7.15)$$

Odvodíme okrajové podmínky pro odběrový vrt. Uvažujeme-li vliv dodatečných odporů, je snížení ve vrtu dáno rovnicí (6.8)

$$s_v = s_{te} + \frac{Q}{2\pi T} W \quad (7.16)$$

kde s_{te} – teoretické snížení při nulových dodatečných odporech na odběrovém vrtu a jeho blízkém okolí [L].

Z rovnice (7.3) dostáváme přenásobením poloměrem r

$$r_D \frac{\partial s_D}{\partial r_D} = \frac{2\pi T r}{Q} \frac{\partial s}{\partial r} \Rightarrow r \frac{\partial s}{\partial r} = \frac{Q}{2\pi T} \left(r_D \frac{\partial s_D}{\partial r_D} \right) \quad (7.17)$$

Odebírané množství vody z vrtu lze vyjádřit

$$Q = 2\pi T \left(r \frac{\partial s}{\partial r} \right)_{r=r_v} \quad (7.18)$$

Množství vody přitékající ze zvodnělé vrstvy je

$$Q_p = 2\pi T \left(r \frac{\partial s}{\partial r} \right)_r \quad (7.19)$$

Dosažením rovnice (7.18) do rovnice (7.16) dostaneme snížení vody v odběrovém vrtu

$$s_v = s + \left(r \frac{\partial s}{\partial r} \right)_{r_v} W \quad (7.20)$$

Aplikací rovnice (7.17) na pravý člen rovnice (7.20) obdržíme

$$\left(r \frac{\partial s}{\partial r} \right) W = \frac{Q}{2\pi T} \left(r_D \frac{\partial s_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} W \quad (7.21)$$

Dosažením rovnice (7.21) do rovnice (7.20) dostaneme

$$s_v = s + \frac{Q}{2\pi T} \left(r_D \frac{\partial s_D}{\partial r_D} \right)_{r_v} W \quad (7.22)$$

Vynásobíme-li rovnici (7.22) výrazem $(2\pi T / Q)$, dostaneme po úpravě okrajovou podmínku v bezrozměrných parametrech na odčerpávaném vrtu, uvažujeme-li ve vrtu a jeho blízkém okolí vliv dodatečných odporů charakterizovaný ve smyslu kapitoly 6.2 koeficientem dodatečných odporů W

$$s_{vD} = s_D + \left(r_D \frac{\partial s_D}{\partial r_D} \right)_{r_v} W \quad (7.23)$$

Uvažujeme-li vliv objemu vrtu na průběh přítokové zkoušky, platí rovnice (6.22) ve tvaru

$$Q_p = Q - C \frac{ds_v}{dt} \quad (7.24)$$

Dosažením za Q_p můžeme rovnici přepsat ve tvaru

$$2\pi T \left(r \frac{\partial s}{\partial r} \right)_{r_v} = Q - C \frac{ds_v}{dt} \quad (7.25)$$

Levou stranu rovnice (7.25) upravíme pomocí vztahu (7.17)

$$2\pi T \left(r \frac{\partial s}{\partial r} \right)_{r_v} = Q \left(r_D \frac{\partial s_D}{\partial r_D} \right) \quad (7.26)$$

Do druhého členu na pravé straně rovnice (7.25) dosadíme bezrozměrné parametry

$$C \frac{ds_v}{dt} = QC_D \frac{ds_{VD}}{dt_D} \quad (7.27)$$

Po dosazení rovnic (7.26) a (7.27) do rovnice (7.24) je výsledkem

$$Q \left(r_D \frac{\partial s_D}{\partial r_D} \right) = Q - QC_D \frac{ds_D}{dt_D} \quad (7.28)$$

Vydělením celé rovnice odebraným množstvím vody Q a následnou úpravou dostáváme okrajovou podmínku na odběrovém vrtu pro případ, kdy je brán v úvahu vliv objemu vrtu na průběh přítokové zkoušky

$$C_D \frac{ds_D}{dt_D} - \left(r_D \frac{\partial s_D}{\partial r_D} \right) = 1 \quad (7.29)$$

Při řešení parciální diferenciální rovnice axiálně-symetrického proudění podzemní vody s napatou hladinou v bezrozměrných parametrech vyjdeme z rovnice ve tvaru

$$\frac{\partial^2 s_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial s_D}{\partial r_D} = \frac{\partial s_D}{\partial t_D} \quad (7.30)$$

Počáteční a okrajové podmínky jsou dány rovnicemi (7.13), (7.15), (7.23) a (7.29)

$$s_D(r_D, 0) = 0 \quad (7.31a)$$

$$s_D(r_D, t_D) = 0 \quad \text{pro } r_D \rightarrow \infty \quad (7.31b)$$

$$s_{VD} = s_D + \left(r_D \frac{\partial s_D}{\partial r_D} \right)_{r_V} W \quad (7.31c)$$

$$C_D \frac{ds_D}{dt_D} - \left(r_D \frac{\partial s_D}{\partial r_D} \right) = 1 \quad (7.31d)$$

K řešení rovnice (7.30) je užita jednorozměrná jednostranná Laplaceova transformace. K převodu parciální diferenciální rovnice v bezrozměrných parametrech na obyčejnou diferenciální rovnici je užita transformační funkce typu

$$F(p) = L(f(t)) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt \quad (7.32)$$

Jedná se o integrální transformaci s jádrem $\exp(-pt)$, kde p je komplexní proměnná. $F(p)$ je obraz daného předmětu $f(t)$. V řešeném případě budeme hledat obraz $F(p)$ ze vztahu

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t_D) e^{-pt_D} dt_D \quad (7.33)$$

Všechny členy rovnice (7.12) vynásobíme hodnotou $\exp(-pt_D)$ a zintegrujeme podle bezrozměrného času t_D v mezích od nuly do nekonečna

$$\begin{aligned} & \int_0^{\infty} \exp(-pt_D) \frac{\partial^2 s_D}{\partial r_D^2} dt_D + \frac{1}{r_D} \int_0^{\infty} \exp(-pt_D) \frac{\partial s_D}{\partial r_D} dt_D = \\ & = \int_0^{\infty} \exp(-pt_D) \frac{\partial s_D}{\partial r_D} dt_D \end{aligned} \quad (7.34)$$

Integrál na pravé straně integrujeme metodou per-partes

$$\begin{aligned} & \int_0^{\infty} \exp(-pt_D) \frac{\partial s_D}{\partial r_D} dt_D = [\exp(-pt_D) s_D(r_D, t_D)]_0^{\infty} + \\ & + p \int_0^{\infty} \exp(-pt_D) s_D(r_D, t_D) dt_D \end{aligned} \quad (7.35)$$

Za předpokladu, že platí

$$\lim_{t_D \rightarrow \infty} \exp(-pt_D) s_D(r_D, t_D) = 0 \quad (7.36)$$

a při

$$s_D(r_D, 0) = 0 \quad (7.37)$$

můžeme psát

$$\int_0^{\infty} \exp(-pt_D) \frac{\partial s_D(r_D, t_D)}{\partial t_D} dt_D = p \int_0^{\infty} \exp(-pt_D) s_D(r_D, t_D) dt_D = p \overline{s_D}(r_D, p) \quad (7.38)$$

$\overline{s_D}(r_D, p)$ je nová funkce zavedená do řešení a značí bezrozměrné snížení v Laplaceově prostoru. Oba integrály na levé straně rovnice (7.35) upravíme

$$\int_0^{\infty} \exp(-pt_D) \frac{\partial^2 s_D}{\partial r_D^2} dt_D = \frac{\partial^2}{\partial r_D^2} \int_0^{\infty} \exp(-pt_D) s_D dt_D = \frac{\partial^2 \overline{s_D}}{\partial r_D^2} \quad (7.39)$$

$$\frac{1}{r_D} \int_0^{\infty} \exp(-pt_D) \frac{\partial s_D}{\partial r_D} dt_D = \frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \int_0^{\infty} \exp(-pt_D) s_D dt_D \quad (7.40)$$

pravou stranu rovnice (7.40) upravíme

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \int_0^{\infty} \exp(-pt_D) s_D dt_D = \frac{1}{r_D} \frac{\partial \overline{s_D}}{\partial r_D} \quad (7.41)$$

Na základě vztahů (7.38), (7.39) a (7.41) můžeme rovnici (7.30) přepsat ve tvaru pro bezrozměrné snížení v Laplaceově prostoru

$$\frac{\partial^2 \overline{s_D}(r_D, p)}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial \overline{s_D}(r_D, p)}{\partial r_D} = p \overline{s_D}(r_D, p) \quad (7.42)$$

Protože se v rovnici (7.42) vyskytují derivace pouze podle jedné nezávisle proměnné r_D , přepíšeme rovnici do tvaru

$$r_D \frac{d^2 \overline{s_D}}{d r_D^2} + \frac{d \overline{s_D}}{d r_D} - r_D \overline{s_D} = 0 \quad (7.43)$$

Obdobně aplikujeme Laplaceovu transformaci na okrajové podmínky rovnic (7.31c) a (7.31d)

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} C_D \exp(-pt_D) \frac{\partial s_{VD}}{\partial t_D} dt_D = \\ = C_D [\exp(-pt_D) s_{VD}(r_D, t_D)]_0^{\infty} + p \int_0^{\infty} \exp(-pt_D) s_{VD}(r_D, t_D) dt_D \end{aligned} \quad (7.44)$$

Za předpokladu

$$\lim_{t_D \rightarrow \infty} \exp(-pt_D) s_{VD}(r_D, t_D) = 0 \quad (7.45)$$

současně podle rovnice (7.31a) platí

$$s_{VD}(r_D = 1, t_D = 0) = 0 \quad (7.46)$$

potom obdobně jako u rovnice (7.35) můžeme psát

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \exp(-pt_D) \frac{\partial s_{VD}(r_D=1, t_D)}{\partial t_D} dt_D = \\ = p \int_0^{\infty} \exp(-pt_D) s_{VD}(r_D=1, t_D) dt_D = p \overline{s_{VD}}(r_D=1, t_D) \end{aligned} \quad (7.47)$$

kde $\overline{s_{VD}}$ – bezrozměrné snížení ve vrtu v Laplaceově prostoru.

Pro pravou stranu rovnice (7.31d) platí

$$\int_0^{\infty} \exp(-pt_D) dt_D = \frac{1}{p} \quad (7.48)$$

Okrajovou podmínku (7.31d) s užitím odvozených vztahů přepíšeme ve tvaru

$$C_D p \overline{s_{VD}}(r_D = 1, p) - \frac{d \overline{s_D}}{dr_D} = \frac{1}{p} \quad (7.49)$$

a okrajovou podmínku (7.31c)

$$\overline{s_{VD}} = \overline{s_D} + W \left(\frac{d \overline{s_D}}{dr_D} \right)_{r_D=1} \quad (7.50)$$

Bezrozměrné snížení ve vrtu v Laplaceově prostoru – rovnice (7.50) – dosadíme do rovnice (7.49)

$$C_D p \left(\overline{s_D} - W \left(\frac{d \overline{s_D}}{dr_D} \right)_{r_D=1} \right) - \left(\frac{d \overline{s_D}}{dr_D} \right)_{r_D=1} = \frac{1}{p} \quad (7.51)$$

Úloha byla převedena na řešení Besselovy rovnice, jejíž obecný integrál má tvar

$$\overline{s_D} = C_1 I_0(r_D p^{1/2}) + C_2 K_0(r_D p^{1/2}) \quad (7.52)$$

kde I_0 – modifikovaná Besselova funkce prvního druhu nultého řádu (imaginárního argumentu), K_0 – modifikovaná Besselova funkce druhého druhu nultého řádu (imaginárního argumentu), C_1, C_2 – integrační konstanty.

Vzhledem k rovnici (7.31b) – pro bezrozměrné snížení v Laplaceově prostoru platí vztah $\overline{s_D} = 0$ pro $r_D \rightarrow \infty$ – musí být integrační konstanta C_1 v rovnici (7.52) rovna nule. Potom pro bezrozměrné snížení v Laplaceově prostoru platí

$$\overline{s_D} = C_2 K_0(r_D p^{1/2}) \quad (7.53)$$

K vyhodnocení integrační konstanty C_2 dosadíme rovnici (7.53) do okrajové podmínky specifikované vztahem (7.51)

$$C_D p (C_2 K_0(p^{1/2}) + C_2 W K_1(p^{1/2}) p^{1/2}) + C_2 K_1(p^{1/2}) p^{1/2} = \frac{1}{p} \quad (7.54)$$

K_1 je Besselova funkce druhého druhu prvního řádu (imaginárního argumentu).

Ve výpočtech byly užity Besselovy funkce ve tvaru

$$K_0(p^{1/2}) = \frac{2}{\pi} \left[\ln \frac{p^{1/2}}{2} + \gamma + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{p^{1/2}}{2}\right)^{2k}}{(k!)^2} \right]$$

$$\left(\ln \frac{p^{1/2}}{2} + \gamma - \sum_{m=1}^k \frac{1}{m} \right) \quad (7.55)$$

$$K_1(p^{1/2}) = -\frac{2}{\pi} \left[\frac{1}{p} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} \left(\frac{p^{1/2}}{2}\right)^{2k-1}}{(k-1)!k!} \right]$$

$$\left(\ln \frac{p^{1/2}}{2} + \gamma - \sum_{m=1}^k \frac{1}{m} \right) \quad (7.56)$$

$\gamma = 0,57721$ (Eulerova konstanta).

Z rovnice (7.54) vyjádříme integrační konstanu C_2

$$C_2 = \frac{1}{p p^{1/2} K_1(p^{1/2}) + C_D p [K_0(p^{1/2}) + W p^{1/2} K_1(p^{1/2})]} \quad (7.57)$$

Dosazením rovnice integrační konstanty C_2 do řešení (7.53) dostáváme transformované řešení v Laplaceově prostoru pro bezrozměrné snížení

$$\overline{s_D} = \frac{K_0(r_D p^{1/2})}{p \{ p^{1/2} K_1(p^{1/2}) + C_D p [K_0(p^{1/2}) + W p^{1/2} K_1(p^{1/2})] \}} \quad (7.58)$$

Další fází řešení je nalezení předmětu $f(t_D)$ z daného obrazu $F(p)$

$$s_D(r_D, t_D) = f(t_D) = L^{-1}(F(p)) \quad (7.59)$$

V naftové oblasti např. (Raghavan, 1980) bylo prokázáno, že pro nalezení předmětu $f(t_D)$, u daného typu řešení, může být užit algoritmus 368 publikovaný Stehfestem (1970). Ten pro originál $f(t_D)$ k Laplaceově obrazu $F(p)$ uvádí vztah (pro dané řešení upraven)

$$f(t_D) = \sum_{j=1}^{n/2} X_j(n/2) P_{n/2+1-j} \quad (7.60)$$

kde

$$X_j(n/2) = \frac{(-1)^{j-1}}{(n/2)!} \binom{n/2}{j} j(n/2+1-j)^{n/2-1} \quad (7.61)$$

$$P_n = \frac{\ln 2}{t_D} \frac{(2n)!}{n!(n-1)!} \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} (-1)^i F \left((n+i) \frac{\ln 2}{t_D} \right) \quad (7.62)$$

Hodnota veličiny n byla určena podle Stehfesta ($n = 10$). Aplikací rovnice (7.60) na rovnici (7.58) získáme bezrozměrné snížení hladiny ve vzdálenosti r od odčerpávaného vrtu s_D

$$s_D(r_D, t_D) = \sum_{j=1}^k \frac{(-1)^{j-1}}{k} \binom{k}{j} j m^{k-1} \frac{\ln 2}{t_D} \frac{(2m)!}{m!(m-1)!} \sum_{i=0}^m \binom{m}{i} (-1)^i \cdot \frac{K_0(r_D c^{1/2})}{c^{3/2} [c^{1/2} K_1(c^{1/2}) + C_D c^{1/2} (K_0(c^{1/2}) + W c^{1/2} K_1(c^{1/2}))]} \quad (7.63)$$

kde $k = n/2$, $m = k + 1 - j$, $c = (m + i)(\ln 2)/t_D$.

Pokud označíme

$$con(j, k) = \frac{(-1)^{j-1}}{k} \binom{k}{j} j m^{k-1} \frac{\ln 2}{t_D} \frac{(2m)!}{m!(m-1)!} \quad (7.64)$$

má rovnice (7.63) tvar

$$s_D = \sum_{j=1}^k con(j, k) \sum_{i=0}^m \binom{m}{i} (-1)^i \cdot \frac{K_0(r_D c^{1/2})}{c^{3/2} [c^{1/2} K_1(c^{1/2}) + C_D c^{1/2} (K_0(c^{1/2}) + W c^{1/2} K_1(c^{1/2}))]} \quad (7.65)$$

Po dosazení za bezrozměrné snížení s_D a bezrozměrný čas t_D z rovnic (6.1) a (6.3) je snížení piezometrické hladiny v čase t ve vzdálenosti r od osy odběrového vrtu (při nenulových hodnotách koeficientu dodatečných odporů a storativity vrtu)

$$s(r, t) = \frac{Q}{2\pi T} \sum_{j=1}^k con(j, k) \sum_{i=0}^m \binom{m}{i} (-1)^i \cdot \frac{K_0(r_D c^{1/2})}{c^{3/2} [c^{1/2} K_1(c^{1/2}) + C_D c^{1/2} (K_0(c^{1/2}) + W c^{1/2} K_1(c^{1/2}))]} \quad (7.66)$$

Jestliže uvažujeme $W = 0$ a $C_D = 0$, potom pro snížení piezometrické hladiny ve vzdálenosti r od osy odběrového vrtu platí (z rovnice 7.66).

$$s(r, t) = \frac{Q}{2\pi T} \sum_{j=1}^k con(j, k) \sum_{i=0}^m \binom{m}{i} (-1)^i \cdot \frac{K_0(r_D c^{1/2})}{c^{3/2} [c^{1/2} K_1(c^{1/2})]} \quad (7.67)$$

kde

$$con(j, k) = \frac{(-1)^{j-1}}{k} \binom{k}{j} j m^{k-1} \frac{\ln 2}{t_D r_D} \frac{(2m)!}{m!(m-1)!} \quad (7.68)$$

Při vyhodnocování přítokových zkoušek na odběrovém vrtu však potřebujeme znát vztah pro snížení hladiny vody ve vrtu. Vydeme ze vztahu (7.50)

$$\overline{s_{VD}} = \overline{s_D} + W \left(\frac{d \overline{s_D}}{d r_D} \right)_{r_D=1} \quad (7.69)$$

Z rovnice (7.58) určíme derivaci bezrozměrného snížení v Laplaceově prostoru podle bezrozměrného poloměru

$$\frac{d \overline{s_D}}{d r_D} = - \frac{W p^{1/2} K_1(p^{1/2})}{p \{ p^{1/2} K_1(p^{1/2}) + C_D p [K_0(p^{1/2}) + W p^{1/2} K_1(p^{1/2})] \}} \quad (7.70)$$

Dosazením rovnic (7.58) a (7.70) do vztahu (7.69) dostaneme bezrozměrné snížení sloupce vody ve vrtu v Laplaceově prostoru ve tvaru

$$s_{VD} = \frac{K_0(c^{1/2}) - W c^{1/2} K_1(c^{1/2})}{c^{3/2} [c^{1/2} K_1(c^{1/2}) + C_D c^{1/2} (K_0(c^{1/2}) + W c^{1/2} K_1(c^{1/2}))]} \quad (7.71)$$

Stejným způsobem jako u stanovení snížení ve vzdálenosti r od odběrového vrtu budeme postupovat i při určení snížení hladiny v odběrovém vrtu. Po dosazení rovnic (7.60) a (7.58) a zavedení bezrozměrných parametrů je snížení v odběrovém vrtu vyjádřeno

$$s_v(r_v, t) = \frac{Q}{2\pi T} \sum_{j=1}^k \text{con}(j, k) \sum_{i=0}^m \binom{m}{i} (-1)^i \cdot \frac{K_0(c^{1/2}) - W c^{1/2} K_1(c^{1/2})}{c^{3/2} [c^{1/2} K_1(c^{1/2}) + C_D c^{1/2} (K_0(c^{1/2}) + W c^{1/2} K_1(c^{1/2}))]} \quad (7.72)$$

Vztah (7.72) vyjadřuje velikost snížení v odčerpávaném vrtu v čase t , jestliže jde o vrt s nezanedbatelným objemem a uvažujeme-li vliv dodatečných odporů v odběrovém vrtu a jeho nejbližším okolí na průběh čerpací zkoušky. Pro případ vrtu s malým průměrem (vliv objemu vrtu v počáteční fázi čerpací zkoušky je zanedbatelný), tj. bezrozměrný koeficient storativity vrtu se blíží nule $C_D = 0$, lze rovnici (7.72) upravit

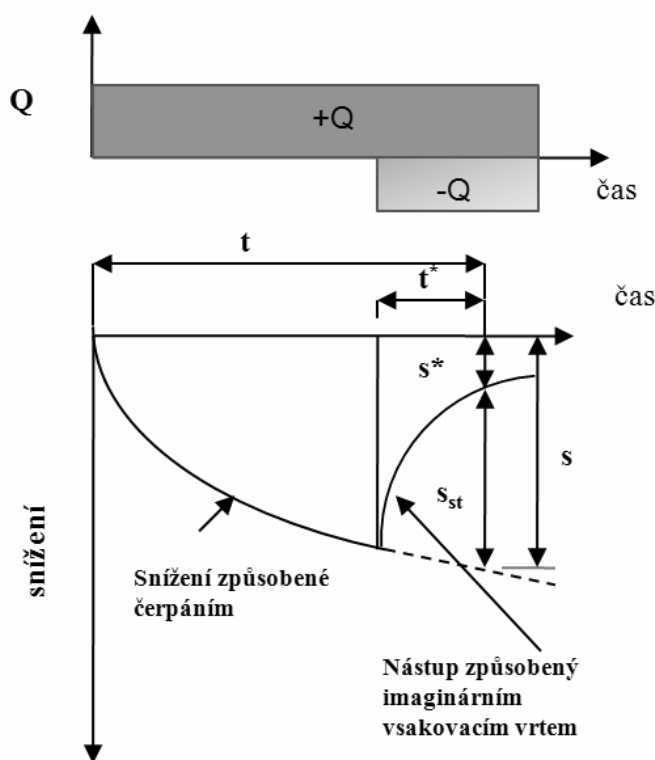
$$s_v(r_v, t) = \frac{Q}{2\pi T} \sum_{j=1}^k \text{con}(j, k) \sum_{i=0}^m \binom{m}{i} (-1)^i \cdot \frac{K_0(c^{1/2}) - W c^{1/2} K_1(c^{1/2})}{c^2 K_1(c^{1/2})} \quad (7.73)$$

Uvedené řešení základní parciální diferenciální rovnice (7.30) dané vztahy (7.66) a (7.72) bylo využito k sestavení programu pro výpočet bezrozměrného snížení v odběrovém vrtu „STEHFEST“. Program byl testován na výpočtech bezrozměrného snížení pro různé hodnoty koeficientu storativity vrtu C_D a W . Výsledky byly porovnány jak s typovými křivkami publikovanými Agarwalem et al. (1970), tak pro část přítokové zkoušky vyhodnotitelné Jacobovou semilogaritmickou aproximací (viz kapitola 5.1.2). U všech testovaných hodnot byla nalezena velmi dobrá shoda. Program STEHFEST (tvůrcem programu je autor monografie) je uveden v příloze 2.

8 STOUPACÍ ZKOUŠKY

Jestliže je čerpání na vrtu přerušeno z předchozího ustáleného nebo neustáleného stavu s konstantním čerpaným množstvím, začne hladina vody ve vrtu stoupat.

Při řešení vyhodnocování průběhu stoupaní hladiny ve vrtu i v pozorovacích vrtech použijeme metodu superpozice. Tento princip poprvé definoval C. V. Theis (1935). Když z vrtu čerpáme množství vody Q po daný časový interval a potom čerpání skončí, snížení je stejné, jako by čerpání pokračovalo se stejným odčerpávaným množstvím a po ukončení čerpání zároveň docházelo k plnění vrtu se stejným množstvím vody. Teoreticky platí, že hladina ve zvodnělé vrstvě (kolektoru) se vrací na úroveň před začátkem čerpání. Přítok vody ze zvodnělé vrstvy během stoupací zkoušky můžeme simulovat pomocí imaginárního vsakovacího vrtu do zvodnělé vrstvy (se vsakováním množstvím vody stejné velikosti jako bylo odčerpávané množství, ale se záporným znaménkem). Zbytkové snížení během stoupací zkoušky lze určit použitím principu superpozice – jako součet snížení při pokračování čerpání a negativního snížení ze zavedeného imaginárního vsakovacího vrtu (Charbebeau, 2006) – *obr. 18*. Předpokládáme, že transmisivita T je stejná pro čerpanou i nástupovou část, ale storativita nemusí být stejná pro pokles a pro nástup hladiny.



Obr. 17. Stoupací zkouška

Zbytkové snížení během stoupací zkoušky pro zvodnělou vrstvu s napjatou hladinou můžeme vyjádřit použitím Theisovy rovnice (Kresic, 2006)

$$s^* = s + s_{st} \quad (8.1)$$

kde s^* – výsledné snížení naměřené ve vrtu během stoupací zkoušky [L], s – snížení z „pokračující čerpací zkoušky“ [L], s_{st} – zvýšení hladiny ve vrtu v průběhu stoupací zkoušky [L].

Pro výsledné snížení ve vrtu můžeme psát (Kresic, 2006)

$$s^* = \frac{+Q}{4\pi T} W(u) + \frac{-Q}{4\pi T} W(u_{st}) \quad (8.2)$$

Parametr Theisovy studňové funkce u pro čerpací zkoušku je dán

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt} \quad (8.3)$$

kde r – radiální vzdálenost od osy odčerpávaného vrtu [L], S (-) – koeficient storativity, T – koeficient transmisivity (průtočnosti) [$L^2 \cdot T^{-1}$], t – čas měřený od počátku čerpání [T].

Pro imaginární vsakovací vrt (stoupací zkouška)

$$u_{st} = \frac{r^2 S'}{4Tt^*} \quad (8.4)$$

kde u_{st} – parametr Theisovy studňové funkce pro stoupací zkoušku, t^* – čas měřený od okamžiku zastavení čerpání [T]. S' – koeficient storativity stanovený ze stoupací zkoušky.

Nebo můžeme psát

$$s^* = \frac{+Q}{4\pi T} W\left(\frac{r^2 S}{4Tt}\right) + \frac{-Q}{4\pi T} W\left(\frac{r^2 S'}{4Tt^*}\right) \quad (8.5)$$

Pro nástup hladiny platí

$$s^* = \frac{Q}{4\pi T} W\left(\frac{r^2 S'}{4Tt^*}\right) \quad (8.6)$$

Pro parametr Theisovy studňové funkce u , resp. u_{st} menší než 0,05 se Theisova rovnice (5.31) může zjednodušit podle Beara (1979)

$$s^* = \frac{Q}{4\pi T} \left(\ln \frac{2,246Tt}{r^2 S} - \ln \frac{2,246Tt^*}{r^2 S'} \right) \quad (8.7)$$

Po úpravě (pro $S = S'$) dostáváme pro výsledné snížení během stoupací zkoušky vztah

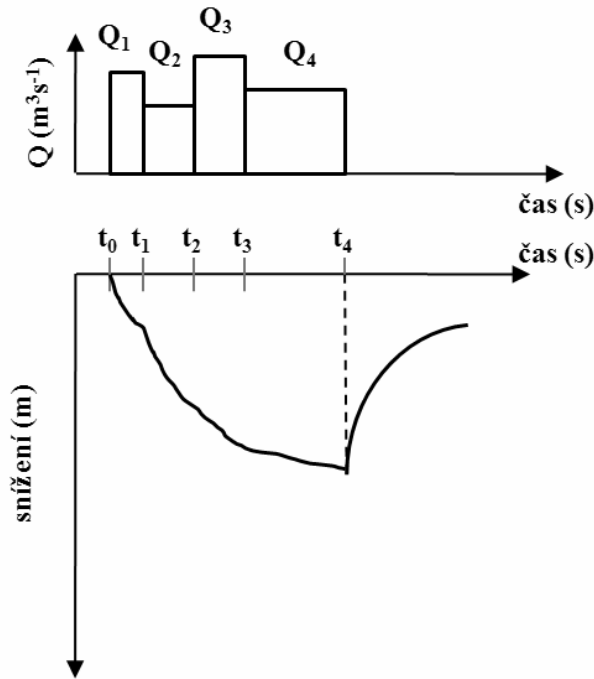
$$s^* = \frac{Q}{4\pi T} \left(\ln \frac{t}{t^*} \right) \quad (8.8)$$

Nebo zavedením dekadických algoritmů obdržíme

$$s^* = \frac{2,303 Q}{4\pi T} \left(\log \frac{2,246Tt}{r^2 S} - \log \frac{2,246Tt^*}{r^2 S} \right) \quad (8.9)$$

Po úpravě (pro $S = S'$) dostáváme pro výsledné snížení během stoupací zkoušky vztah

$$s^* = \frac{2,303 Q}{4 \pi T} \left(\log \frac{t}{t^*} \right) \quad (8.10)$$



Obr. 18. Stoupací zkouška po čerpací zkoušce s několika Q

V případě, že stoupací zkoušce předcházelo čerpání z vrtu s různou velikostí odčerpávaného množství vody Q_i (obr. 18), nemůžeme u stoupací zkoušky použít aritmetický průměr všech čerpaných množství vody před stoupací zkouškou, ale musí se použít poslední čerpané množství před ukončením čerpání a zároveň je nutné provést korekci času (Kresic, 2006)

$$t_{ps}^* = \frac{Q_1 \cdot t_1 + Q_2 \cdot (t_2 - t_1) + \dots + Q_n \cdot (t_n - t_{n-1})}{Q_n} \quad (8.11)$$

Nebo můžeme vztah (8.11) upravit

$$t_{ps}^* = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i (t_i - t_{i-1})}{Q_n} \quad (8.12)$$

kde t_{ps}^* – celkový korigovaný čas [T], $t_i(s)$ – čas čerpání daného Q_i ($t_0 = 0s$ – začátek čerpání) [T], Q_n – poslední čerpané množství před ukončením čerpání [$L^3 \cdot T^{-1}$].

8.1 Stoupací zkouška na vrtu s dodatečnými odpory a objemem konečné velikosti

Pro výsledné snížení ve vrtu v průběhu stoupací zkoušky na vrtu s dodatečnými odpory a poměru vrtu konečné velikosti můžeme psát podle (7.72) s využitím vztahu (8.1)

$$s_v(r_v, t) = \frac{Q}{2\pi T} \sum_{j=1}^k \text{con}(j, k) \sum_{i=0}^m \binom{m}{i} (-1)^i \cdot \frac{K_0(c^{1/2}) - Wc^{1/2} K_1(c^{1/2})}{c^{3/2} [c^{1/2} K_1(c^{1/2}) + C_D c^{1/2} (K_0(c^{1/2}) + Wc^{1/2} K_1(c^{1/2}))]} - \frac{Q}{2\pi T} \sum_{j=1}^k \text{con}_{st}(j, k) \sum_{i=0}^m \binom{m}{i} (-1)^i \cdot \frac{K_0(c_{st}^{1/2}) - Wc_{st}^{1/2} K_1(c_{st}^{1/2})}{c_{st}^{3/2} [c_{st}^{1/2} K_1(c_{st}^{1/2}) + C_D c_{st}^{1/2} (K_0(c_{st}^{1/2}) + Wc_{st}^{1/2} K_1(c_{st}^{1/2}))]} \quad (8.13)$$

kde $c_{st} = (m + i)(\ln 2)/t_D^*$; $\text{con}_{st}(j, k) = \frac{(-1)^{j-1} \binom{k}{j} j m^{k-1} \ln 2}{k} \frac{(2m)!}{t_D^* m!(m-1)!}$

a $t_D^* = \frac{Tt}{r^2 S}$;

8.2 Stoupací zkouška na vrtu s dodatečnými odpory bez vlivu objemu vrtu

Pro určení snížení v odběrovém vrtu se rovnice (8.12), je-li $C_D = 0$, zjednoduší na tvar

$$s_v(r_v, t) = \frac{Q}{2\pi T} \sum_{j=1}^k \text{con}(j, k) \sum_{i=0}^m \binom{m}{i} (-1)^i \cdot \frac{K_0(c^{1/2}) - Wc^{1/2} K_1(c^{1/2})}{c^2 K_1(c^{1/2})} - \frac{Q}{2\pi T} \sum_{j=1}^k \text{con}_{st}(j, k) \sum_{i=0}^m \binom{m}{i} (-1)^i \cdot \frac{K_0(c_{st}^{1/2}) - Wc_{st}^{1/2} K_1(c_{st}^{1/2})}{c_{st}^2 K_1(c_{st}^{1/2})} \quad (8.14)$$

V příloze 3 je ukázána aplikace vyhodnocení stoupacích zkoušek při výpočtu koeficientu transmisivity z přímkového úseku stoupací zkoušky a využití stoupacích zkoušek k vyhodnocení efektu regenerace vrtů.

9 VRTY V BLÍZKOSTI NEPROPUSTNÉ A NAPÁJECÍ HRANICE

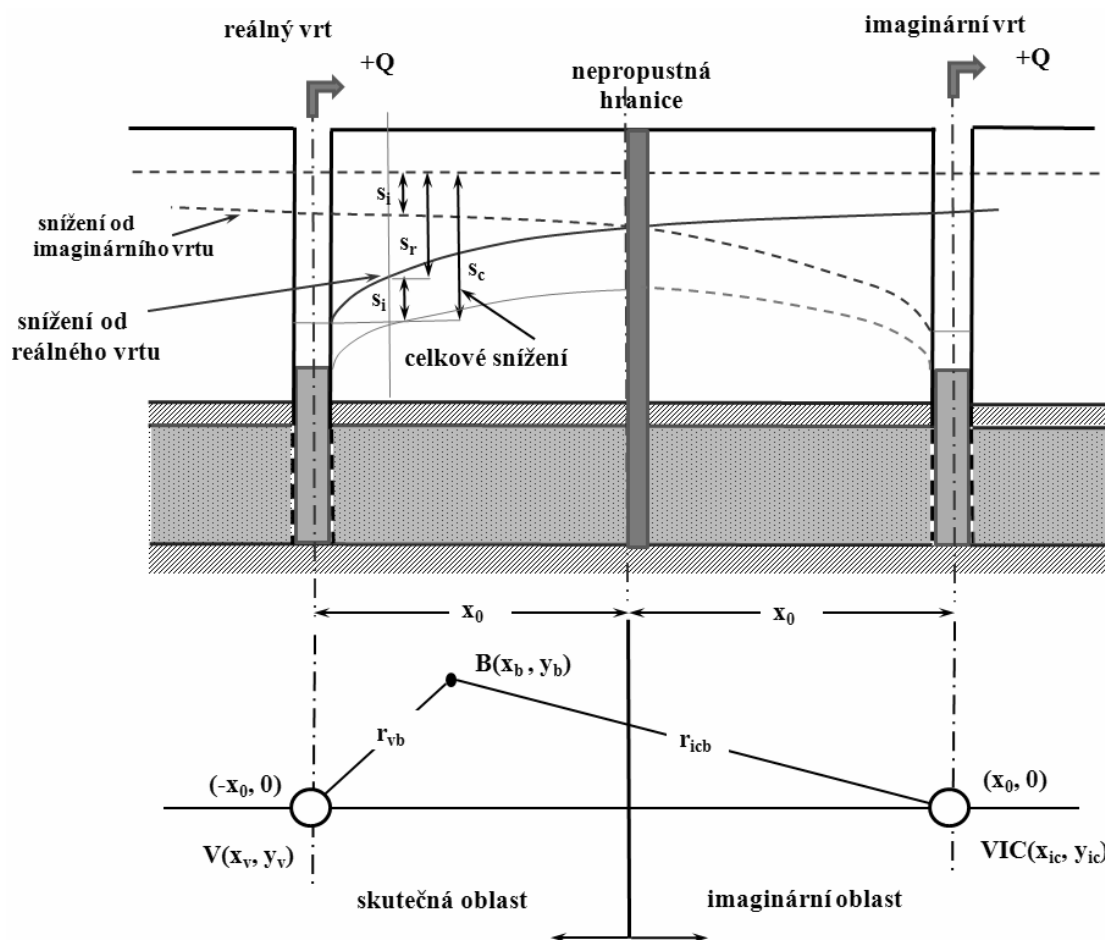
9.1 Teorie zrcadlového zobrazení

V dosavadním řešení úplného vrtu se vycházelo z předpokladu nekonečné zvodnělé vrstvy. Tento předpoklad nebývá splněn tam, kde se vrt nachází v blízkosti hranice (napájecí nebo nepropustné), neboli boční hranice se nachází v dosahu vrtu (při čerpání depresní kužel přesahuje hranici). Při odběru z vrtu, v jehož dosahu se nachází boční hranice (napájecí nebo nepropustná), lze na řešení uvedeného případu aplikovat teorii zrcadlového zobrazení imaginárních vrtů. Postup odvodil v roce 1935 P. Forchheimer.

9.2 Vrt v blízkosti boční nepropustné hranice

9.2.1 Ideální vrt

Na obr.19 je zachyceno schéma vrtu v blízkosti nepropustné hranice. Vliv nepropustné hranice se aplikací zrcadlového zobrazení řeší tak, že snížení hladiny podzemní vody při odběru z vrtu je totožné s vlivem, který je výsledkem superpozice účinku odběru Q z daného reálného vrtu a účinku současného odběru stejné vydatnosti Q z imaginárního vrtu, který je umístěn jako zrcadlový obraz reálného vrtu za nepropustnou hranicí (ve stejné vzdálenosti od nepropustné hranice jako reálný vrt).



Obr. 19. „Ideální“ vrt v blízkosti nepropustné hranice

Z uvedeného vyplývá, že výsledné snížení s_c při odčerpávaném množství vody z vrtu Q v blízkosti boční nepropustné hranice (a kdy je tato hranice v „dosahu“ vrtu) je dáno součtem teoretického snížení s_{te} , které je vyvoláno odběrem z reálného vrtu, a snížení s_i vyvolaného odběrem ze zrcadlově umístěného vrtu.

$$s_c = s_{te} + s_i \quad (9.1)$$

Uvažujeme-li nestacionární režim proudění, snížení v reálném vrtu, s přihlédnutím k rovnicím (5.31) a (9.1), je

$$s_{cv} = \frac{Q}{4\pi T} [W(u_{rv}) + W(u_{ic})] \quad (9.1a)$$

kde Q – čerpané množství vody z vrtu [$L^3 \cdot T^{-1}$], T – transmisivita [$L^2 \cdot T^{-1}$], $W(u_{rv})$ a $W(u_{ic})$ – bezrozměrné Theisovy funkce pro reálný odčerpávaný vrt a imaginární vrt, u_{rv} a u_{ic} – argument Theisovy studňové funkce pro reálný a imaginární vrt.

Dosažením za u_{rv} a u_{ic} z rovnice (5.11) do rovnice (9.1a) dostaneme vztah pro celkové snížení v reálném vrtu

$$s_{rv} = \frac{+Q}{4\pi T} W\left(\frac{r_v^2 S}{4Tt}\right) + \frac{+Q}{4\pi T} W\left(\frac{4x_0^2 S}{4Tt}\right) = \frac{Q}{4\pi T} \left[W\left(\frac{r_v^2 S}{4Tt}\right) + W\left(\frac{4x_0^2 S}{4Tt}\right) \right] \quad (9.2)$$

Pro větší hodnoty času, kdy $t_D > 25$ nebo $(l/u) > 100$, může být Theisova studňová funkce (rovnice 5.32) vyjádřena jen prvními dvěma členy s chybou menší než 0,25 %

$$s_{rv} = \frac{+Q}{4\pi T} \left[\ln \frac{2,246Tt}{r_v^2 S} + \ln \frac{2,246Tt}{4x_0^2 S} \right] \quad (9.3)$$

Pro ustálené proudění, použijeme-li hodnotu dosahu depresního kuželu R , je dána vztahem

$$s_{rv} = \frac{+Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r_v} + \frac{+Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{2x_0} \quad (9.4)$$

9.2.2 Určení snížení v libovolném bodě B řešené oblasti

Pro snížení v libovolném bodě B se souřadnicemi x_b , y_b dané oblasti nejprve určíme vzdálenosti reálného a imaginárního vrtu od bodu B , r_{vb} a r_{icb}

$$r_{vb} = \sqrt{(x_v - x_b)^2 + (y_v - y_b)^2} \quad (9.5)$$

a

$$r_{icb} = \sqrt{(x_{ic} - x_b)^2 + (y_{ic} - y_b)^2} \quad (9.6)$$

Snížení v bodě $B(x_b, y_b)$ za neustáleného režimu je

$$s_B = \frac{+Q}{4\pi T} W\left(\frac{r_{vb}^2 S}{4Tt}\right) + \frac{+Q}{4\pi T} W\left(\frac{r_{icb}^2 S}{4Tt}\right) = \frac{Q}{4\pi T} \left[W\left(\frac{r_{vb}^2 S}{4Tt}\right) + W\left(\frac{r_{icb}^2 S}{4Tt}\right) \right] \quad (9.7)$$

Pro větší časy, kdy $t_D > 25$ nebo $(l/u) > 100$, můžeme použít obdobně Jacobovu semilogaritmickou aproximaci

$$s_B = \frac{+Q}{4\pi T} \left[\ln \frac{2,246Tt}{r_{vb}^2 S} + \ln \frac{2,246Tt}{r_{icb}^2 S} \right] \quad (9.8)$$

Pro ustálené proudění

$$s_B = \frac{+Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r_{vb}} + \frac{+Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r_{icb}} \quad (9.9)$$

9.2.3 Skutečný vrt

Na obr. 20 je zachyceno schéma „reálného“ (skutečného) vrtu v blízkosti nepropustné hranice. Vliv nepropustné hranice se aplikací zrcadlového zobrazení řeší obdobně jako u ideálního vrtu. Snížení hladiny podzemní vody při odběru z vrtu je totožné s vlivem, který je výsledkem superpozice účinku odběru Q z daného reálného (skutečného) vrtu a účinku současného odběru stejné vydatnosti Q z imaginárního vrtu, který je umístěn jako zrcadlový obraz reálného vrtu za nepropustnou hranicí (ve stejné vzdálenosti od nepropustné hranice jako reálný – skutečný vrt).

Výsledné snížení s při odčerpávaném množství vody z vrtu Q v blízkosti boční nepropustné hranice (a kdy je tato hranice v „dosahu“ vrtu) je dáno součtem teoretického snížení s_{te} s uvažováním dodatečných odporů a eventuálního vlastního objemu vrtu, které je vyvoláno odběrem z reálného vrtu, a snížení s_i vyvolaného odběrem ze zrcadlově umístěného vrtu (kde již dodatečné odpory neuvažujeme – Lee, 1980).

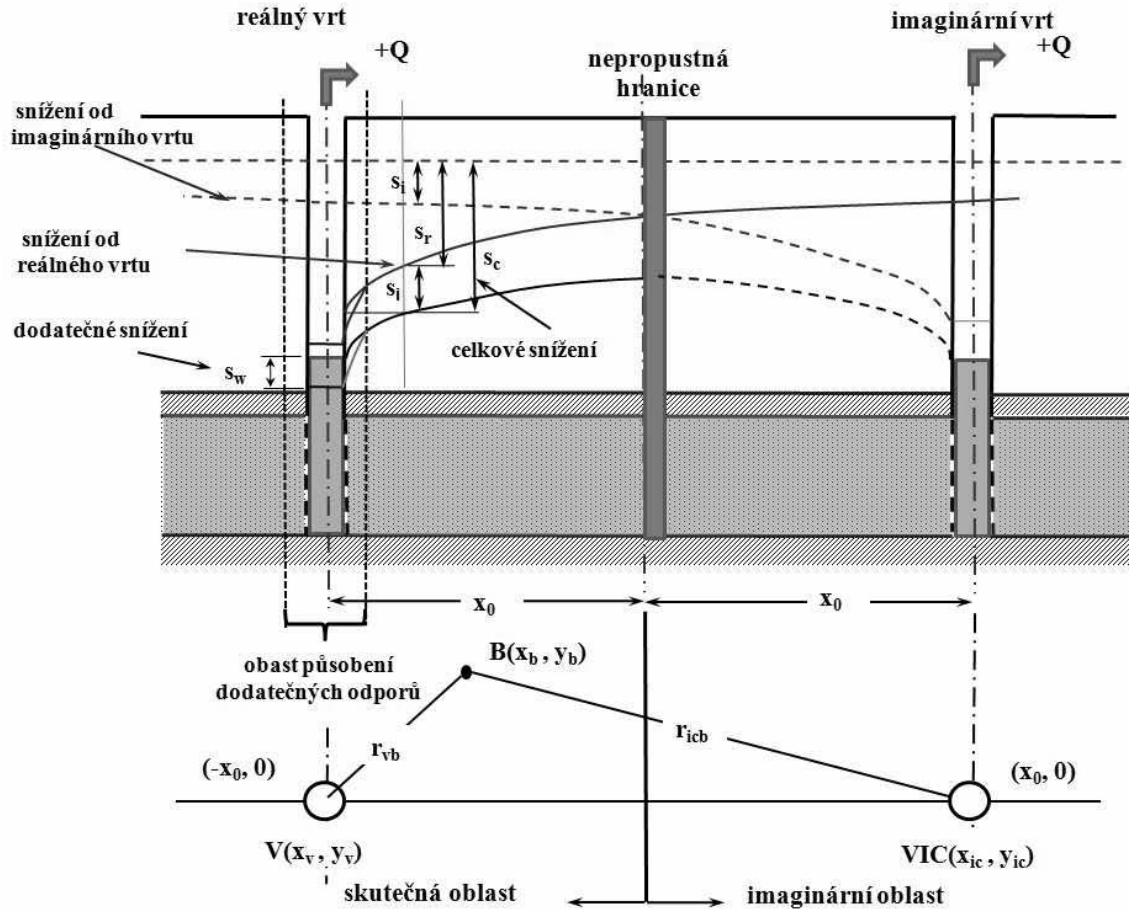
Pro nestacionární režim proudění je snížení v „reálném“ (skutečném) vrtu s dodatečnými odpory a vlivem vlastního objemu vrtu (s přihlédnutím k rovnici 7.72)

$$s_V = \frac{Q}{2\pi T} \left(\sum_{i=1}^n \text{con}(j,k) \sum_{i=0}^n \binom{m}{i} (-1)^i \cdot \left[\frac{K_0(c^{1/2}) - Wc^{1/2} K_1(c^{1/2})}{c^{3/2} [c^{1/2} K_1(c^{1/2}) + C_D c^{1/2} (K_0(c^{1/2}) + Wc^{1/2} K_1(c^{1/2}))]} \right] + \frac{+Q}{4\pi T} W\left(\frac{4x_0^2 S}{4Tt}\right) \right) \quad (9.10)$$

$$r_D = 2x_0/r_V$$

$$t_D = \frac{Tt}{r_V^2 S}$$

Jako druhý člen na pravé straně pro „imaginární nálevový vrt“ můžeme použít vztah (5.31), protože vliv dodatečných odporů od imaginárního vrtu nemusíme pro reálný vrt uvažovat (Lee, 1980).



Obr. 20. Schéma vrtu v blízkosti nepropustné boční hranice

Pro případ, kdy $t_D > 25$ nebo $(l/u) > 100$, tj. v podmínkách, kdy platí Jacobova semilogaritmická aproximace Theisovy studňové funkce, je snížení v odběrovém vrtu možno vyjádřit vztahem

$$s_v = \frac{Q}{2\pi T} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{2,246 T t}{r_v^2 S} + \frac{1}{2} \ln \frac{2,246 T t}{4 x_0^2 S} \right] + \frac{Q}{2\pi T} W \quad (9.11)$$

kde W – bezrozměrný koeficient dodatečných odporů.

Po úpravě

$$s_v = \frac{Q}{2\pi T} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{2,246 T t}{r_v^2 S} + W + \frac{1}{2} \ln \frac{2,246 T t}{4 x_0^2 S} \right] \quad (9.12)$$

a pro ustálené proudění, pokud použijeme dosah depresního kuželu R , pak vztahem

$$s_v = \frac{+Q}{2\pi T} \left[\ln \frac{R}{r_v} + W + \ln \frac{R}{2 x_0} \right] \quad (9.13)$$

9.2.4 Určení snížení v libovolném bodě B dané oblasti – skutečný vrt

Pro snížení v libovolném bodě B se souřadnicemi x_b , y_b dané oblasti nejprve určíme vzdálenosti vrtů od bodu B , r_{vb} a r_{icb}

$$r_{vb} = \sqrt{(x_v - x_b)^2 + (y_v - y_b)^2} \quad (9.14)$$

$$r_{icb} = \sqrt{(x_{ic} - x_b)^2 + (y_{ic} - y_b)^2} \quad (9.15)$$

Dále pro snížení v bodě B (x_b, y_b) za neustáleného režimu platí obdobné vztahy jako u ideálního vrtu, protože při určení snížení v libovolném bodě oblasti (kromě případu, kdy se bod B nachází v blízkosti skutečného vrtu, kde se ještě projevuje vliv dodatečných odporů), již vliv dodatečných odporů neuvažujeme (Lee, 1980)

$$s_B = \frac{Q}{4\pi T} \left[W \left(\frac{r_{vb}^2 S}{4Tt} \right) + W \left(\frac{r_{ivb}^2 S}{4Tt} \right) \right] \quad (9.16)$$

Pro větší časy, kdy $t_D > 25$ nebo $(l/u) > 100$, můžeme použít obdobně Jacobovu semi-logaritmickou aproximaci

$$s_B = \frac{+Q}{4\pi T} \left[\ln \frac{2,246Tt}{r_{vb}^2 S} + \ln \frac{2,246Tt}{r_{icb}^2 S} \right] \quad (9.17)$$

Pro ustálené proudění platí vztah

$$s_B = \frac{+Q}{2\pi T} \left[\ln \frac{R}{r_{vb}} + \ln \frac{R}{r_{icb}} \right] \quad (9.18)$$

9.3 Vrt v blízkosti boční napájecí hranice

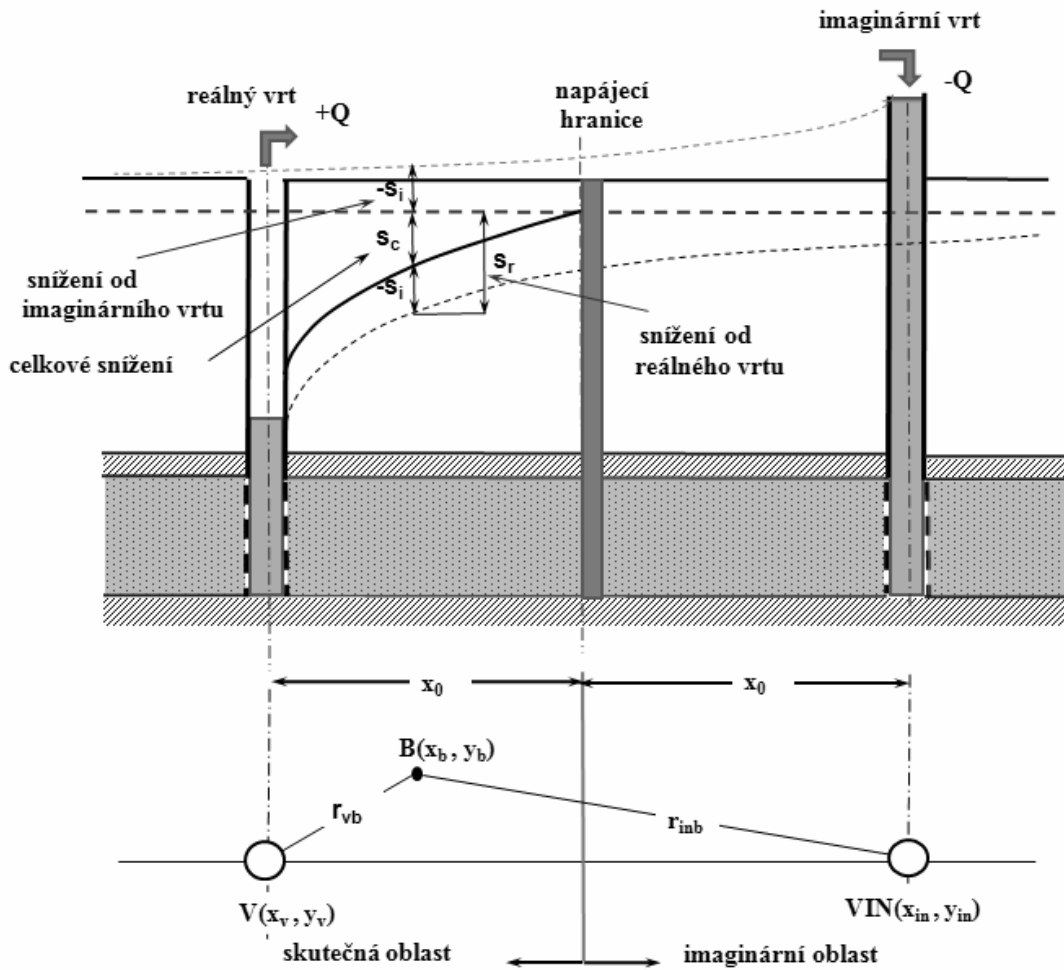
9.3.1 Ideální vrt

Příkladem může být vrt v blízkosti nezakolmatovaného povrchového toku zařízleho do sledované zvodnělé vrstvy. Řešení je obdobné jako u nepropustné hranice. Rozdílem je, že u imaginárního vrtu uvažujeme konstantní nálev Q (jedná se o vsakovací vrt). Celkové snížení vyvolané odběrem Q z reálného vrtu je dáno součtem snížení na reálném vrtu se záporným snížením vyvolaným nálevem Q do imaginárního vrtu.

Obdobně jako u nepropustné boční hranice (rovnice 9.1) je celkové snížení

$$s_c = s_{te} - s_i \quad (9.19)$$

Rozdíl je jen ve znaménku u druhého členu, protože imaginární vrt je nálevový.



Obr. 21. Schéma vrtu v blízkosti boční napájecí hranice

Uvažujeme-li nestacionární režim proudění, snížení v reálném vrtu (s přihlédnutím k rovnici 7.72) je

$$s_v = \frac{+Q}{4\pi T} W\left(\frac{r_v^2 S}{4Tt}\right) + \frac{-Q}{4\pi T} W\left(\frac{4x_0^2 S}{4Tt}\right) = \frac{Q}{4\pi T} \left[W\left(\frac{r_v^2 S}{4Tt}\right) - W\left(\frac{4x_0^2 S}{4Tt}\right) \right] \quad (9.20)$$

Pro větší časy, kdy $t_D > 25$ nebo $(l/u) > 100$, můžeme použít obdobně Jacobovu semilogaritmickou aproximaci

$$s_v = \frac{+Q}{4\pi T} \ln \frac{2,246Tt}{r_v^2 S} + \frac{-Q}{4\pi T} \ln \frac{2,246Tt}{4x_0^2 S} = \frac{+Q}{4\pi T} \left[\ln \frac{4x_0^2}{r_v^2} \right] \quad (9.21)$$

Pro ustálené proudění, použijeme-li hodnotu dosahu depresního kuželu R , platí

$$s_v = \frac{+Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r_v} + \frac{-Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{2x_0} = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{2x_0}{r_v} \quad (9.22)$$

9.3.2 Určení snížení v libovolném bodě oblasti B – ideální vrt

Pro snížení v libovolném bodě B se souřadnicemi x_b, y_b dané oblasti nejprve určíme vzdálenosti vrtů od bodu B , r_{vb} a r_{inb}

$$r_{vb} = \sqrt{(x_v - x_b)^2 + (y_v - y_b)^2} \quad (9.23a)$$

a

$$r_{inb} = \sqrt{(x_{in} - x_b)^2 + (y_{in} - y_b)^2} \quad (9.23b)$$

Snížení v bodě $B(x_b, y_b)$ za neustáleného režimu je

$$s_B = \frac{+Q}{4\pi T} W\left(\frac{r_{vb}^2 S}{4Tt}\right) + \frac{-Q}{4\pi T} W\left(\frac{r_{inb}^2 S}{4Tt}\right) = \frac{Q}{4\pi T} \left[W\left(\frac{r_{vb}^2 S}{4Tt}\right) - W\left(\frac{r_{inb}^2 S}{4Tt}\right) \right] \quad (9.24)$$

Pro větší časy, kdy $t_D > 25$ nebo $(l/u) > 100$, můžeme použít obdobně Jacobovu aproximaci

$$s_B = \frac{+Q}{4\pi T} \ln \frac{2,246Tt}{r_{vb}^2 S} + \frac{-Q}{4\pi T} \ln \frac{2,246Tt}{r_{inb}^2 S} = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{r_{inb}^2}{r_{vb}^2} \quad (9.25)$$

Pro ustálené proudění

$$s_B = \frac{+Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r_{vb}} + \frac{-Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r_{inb}} = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{r_{inb}}{r_{vb}} \quad (9.26)$$

9.3.3 Skutečný vrt

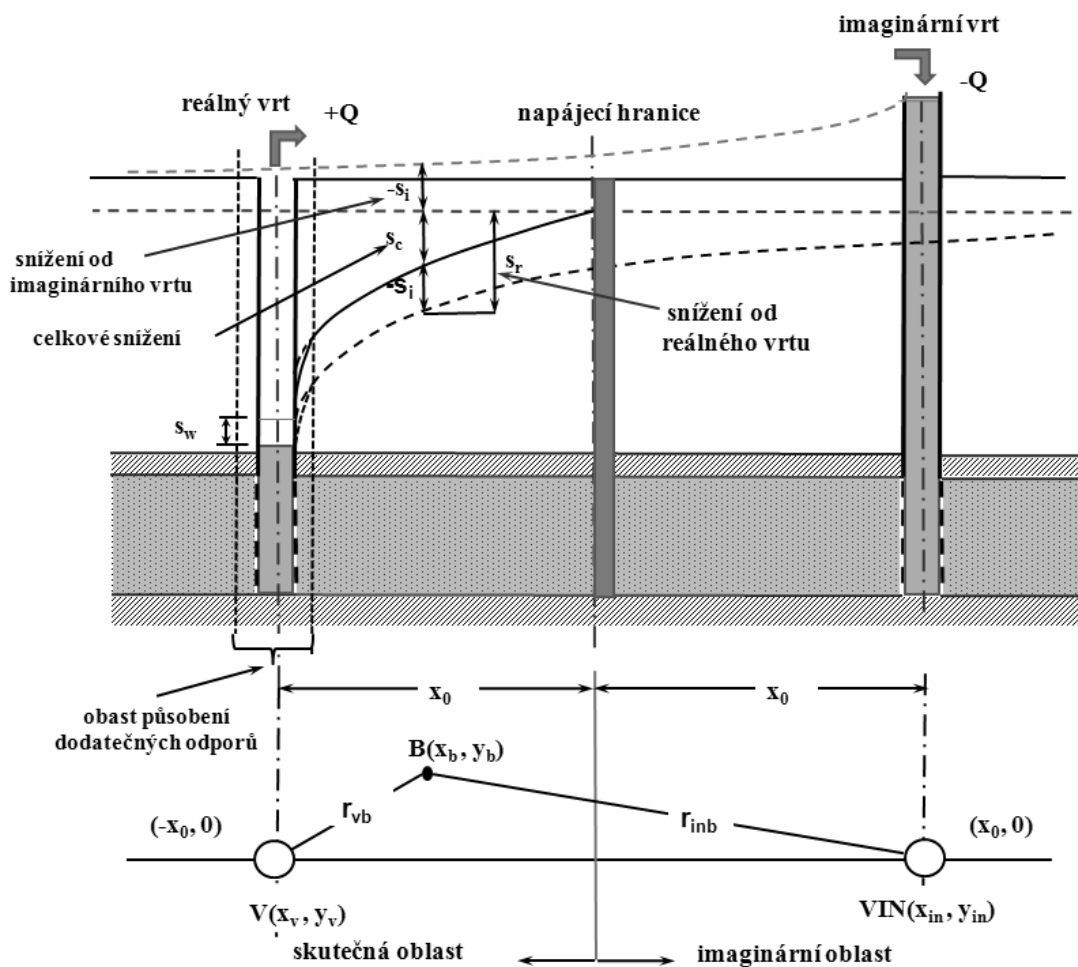
Na obr. 22 je zachyceno schéma reálného (skutečného) vrtu v blízkosti napájecí hranice. Vliv napájecí hranice se aplikací zrcadlového zobrazení řeší obdobně jako u ideálního vrtu. Snížení hladiny podzemní vody při odběru z vrtu je totožné s vlivem, který je výsledkem superpozice účinku odběru Q z daného reálného (skutečného) vrtu a účinku současného vsakování stejné vydatnosti Q z imaginárního vrtu, který je umístěn jako zrcadlový obraz reálného vrtu za napájecí hranicí (ve stejné vzdálenosti od napájecí hranice jako reálný – skutečný vrt).

Výsledné snížení s při odčerpávaném množství vody z vrtu Q v blízkosti boční napájecí hranice (a kdy je tato hranice v „dosahu“ vrtu) je dáno součtem teoretického snížení s_{te} s uvažováním dodatečných odporů a eventuálního vlastního objemu vrtu, které je vyvoláno odběrem z reálného vrtu, a snížení s_i vyvolaného odběrem ze zrcadlově umístěného vrtu (kde již dodatečné odpory neuvažujeme – Lee, 1980).

Pro nestacionární režim proudění je snížení v reálném – skutečném vrtu s přihlédnutím k rovnicím (5.31) a (9.1)

$$s_v = \frac{Q}{2\pi T} \left(\sum_{i=1}^n \text{con}(j,k) \sum_{i=0}^n \binom{m}{i} (-1)^i \cdot \left[\frac{K_0(c^{1/2}) - Wc^{1/2} K_1(c^{1/2})}{c^{3/2} [c^{1/2} K_1(c^{1/2}) + C_D c^{1/2} (K_0(c^{1/2}) + Wc^{1/2} K_1(c^{1/2}))]} \right] + \frac{-Q}{4\pi T} W \left(\frac{x_0^2 S}{Tt} \right) \right) \quad (9.27)$$

kde $r_D = 2x_0/r_v$.



Obr. 22. Schéma vrtu v blízkosti nepropustné boční hranice

Pro případ $t_D > 25$, tj. v podmínkách, kdy platí Jacobova semilogaritmická aproximace Theisovy studňové funkce, je snížení v odběrovém vrtu

$$s_v = \frac{Q}{2\pi T} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{2,246Tt}{r_v^2 S} + W - \frac{1}{2} \ln \frac{2,246Tt}{4x_0^2 S} \right] = \frac{Q}{2\pi T} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{4x_0^2}{r_v^2} + W \right] \quad (9.28)$$

Po úpravě je snížení ve vrtu vyjádřeno vztahem pro ustálené proudění

$$s_v = \frac{+Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r_v} + \frac{+Q}{2\pi T} W + \frac{-Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{2x_0} = \frac{Q}{2\pi T} \left(\ln \frac{2x_0}{r_v} + W \right) \quad (9.29)$$

9.3.4 Snížení v libovolném bodě *B*

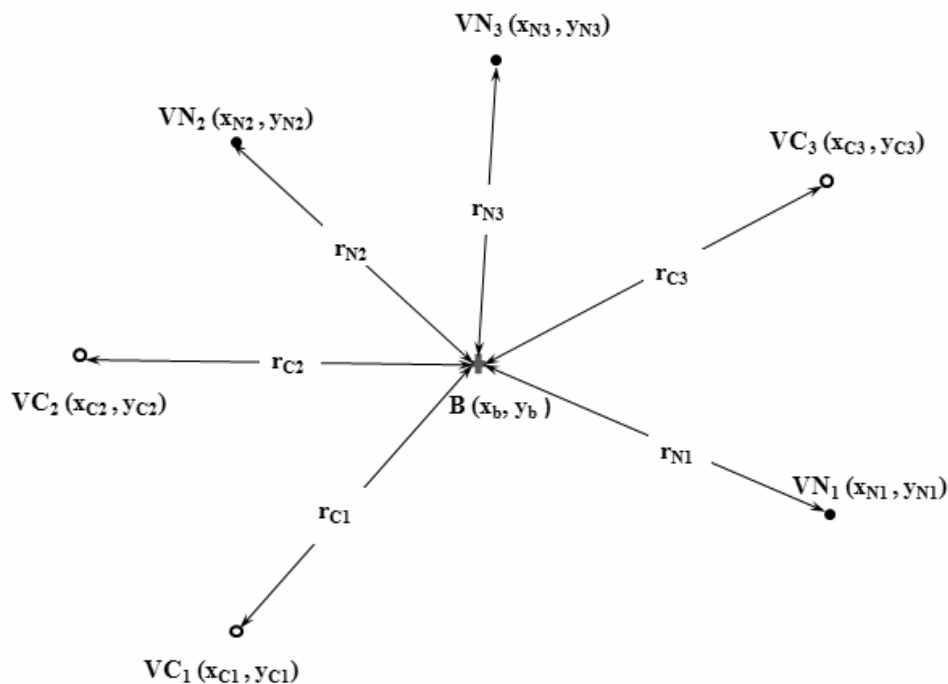
Pro určení snížení v libovolném bodě *B* o souřadnicích x_b, y_b (obr. 22) lze využít stejné rovnice jako pro ideální vrt (rovnice 9.24 až 9.26), protože v bodě *B* se účinek dodatečných odporů ani vliv vlastního objemu vrtu neprojeví (Lee, 1980).

10 SOUSTAVY VRTŮ

V následující kapitole jsou řešeny dva případy. Nejprve jde o zjišťování stavu hladiny v daném vrtu, což umožňuje sledování, popř. modelování stavu hladiny v jednotlivých vrtech soustavy, zda nedochází k překročení kritické hloubky ve vrtu, a tím i k překračování kritické rychlosti. V případě překročení kritické rychlosti na plášti vrtu dochází k vyplavování jemných částic zeminy, porušení filtrační stability a následně dochází k zakolmatování filtru vrtu. Výrazně vzrůstají dodatečné odpory na vrtu a jeho blízkém okolí (v anglosaské literatuře označované jako „skinový efekt“) a v konečné fázi může dojít k úplnému zakolmatování vrtu a jeho zhroucení. Jako druhý případ je řešen průběh hladiny v dané oblasti, kde se nachází řešená soustava vrtů tak, aby bylo možné modelovat okrajové podmínky i různý časový průběh piezometrické hladiny při různém náběhu vrtů a nesterajných odčerpávaných množství vody z jednotlivých vrtů, a to za platnosti předpokladů uvedených v kapitolách 3 a 4, tj. při uvažování dodatečných odporů na vrtu, ve zvodnělých vrstvách s libovolným počtem odběrových a vsakovacích vrtů při existenci napjaté hladiny.

Ve zvodnělé vrstvě předpokládáme, že je splněn předpoklad nezávislosti koeficientů transmisivity a storativity na čase. Jestliže poměrné změny hodnot koeficientů transmisivity nejsou velké (malá snížení viz kapitolu 2), dále uvedené vztahy je možné použít i pro případy zvodnělé vrstvy s volnou hladinou. Jsou-li tyto změny velké, lze použít přepočty výšky volné hladiny pomocí vztahu (4.48).

Při řešení soustavy vrtů je využita „metoda superpozice“, což znamená, že pokud je ve zvodnělé vrstvě více odběrů nebo vtoků, pak se průběh piezometrické výšky hladiny podzemní vody rovná algebraickému součtu snížení piezometrických výšek vyvolaných jednotlivými vtoky nebo výtoky, měřených od původního stavu (od průběhu piezometrické hladiny podzemní vody před začátkem činnosti těchto vtoků a výtoků).



Obr. 23. Superpozice šesti vrtů (tři čerpané a tři vsakovací – nálevové)

Celkové snížení, vyvolané jednotlivými vtoky nebo výtoky vody, se určí jako algebraický součet snížení vypočítaných pro jednotlivé zdroje v určitém bodě.

Pro případ šesti vrtů (obr. 23) se snížení v bodě B určí ze vztahu

$$s_B = s_{C1,B} + s_{C2,B} + s_{C3,B} - (s_{N1,B} + s_{N2,B} + s_{N3,B}) \quad (10.1)$$

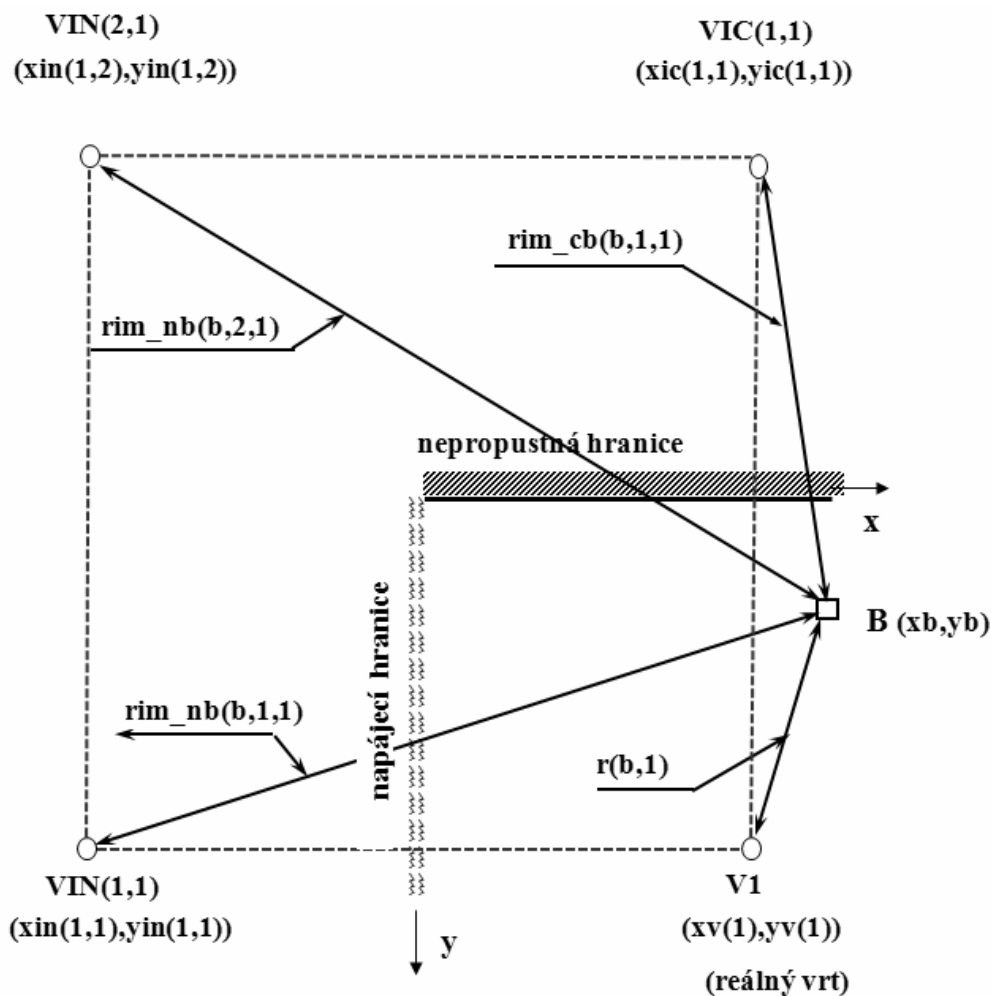
nebo obecně pro n vrtů čerpaných a k vrtů nálevových (vsakovacích)

$$s_B = \sum_{i=1}^n s_{Ci,B} - \sum_{j=1}^k s_{Nj,B} \quad (10.2)$$

kde s_B – celkové snížení v bodě B , s_{CiB} – snížení vyvolaná vlivem čerpaných vrtů, s_{NjB} – snížení vyvolaná vlivem vrtů.

10.1 Řešení soustavy vrtů s okrajovými podmínkami – aplikace

Uvažujeme nestacionární režim proudění. Na obr. 24 je zachycena situace dvou „reálných“ vrtů $V1$ a $V2$ v oblasti ohraničené nepropustnou a propustnou vrstvou, které svírají úhel 90° . Vliv hranic oblasti je nahrazen imaginárními vrty nálevovými a odčerpávanými VIC a VIN – obr. 24 (Walton, 1970).



Obr. 24. Schéma dvou vrtů v blízkosti napájecí a nepropustné hranice, které svírají úhel 90°

Na základě rovnic (9.1), (9.18) a (10.1) můžeme pro celkové snížení hladiny vody v ii -tém reálném vrtu psát

$$sv_celk(ii) = s_v(ii) - \sum_{\substack{jj=1 \\ kk=1}}^{pim_n(k)} sim_nv(ii, jj, kk) + \sum_{\substack{jj=1 \\ kk=1}}^{pim_c(k)} sim_cv(ii, jj, kk) + \sum_{ll=1}^{p_v} s(ll, ii) \quad (10.3)$$

kde $sv_celk(ii)$ – celkové snížení v ii -tém reálném vrtu, $sv(ii)$ – snížení v ii -tém reálném vrtu, pokud nebereme v úvahu vliv ostatních reálných a imaginárních vrtů (jde pouze o snížení v reálném odběrovém vrtu), $sim_nv(ii, jj, kk)$ – část snížení v ii -tém reálném vrtu připadající na působení jj -tého imaginárního nálevového vrtu, který náleží kk -tému reálnému vrtu, $sim_cv(ii, jj, kk)$ – část snížení v ii -tém reálném vrtu připadající na působení jj -tého imaginárního čerpaného vrtu, který náleží kk -tému reálnému vrtu, p_v – celkový počet reálných vrtů v řešené oblasti, $pim_n(k)$ – celkový počet imaginárních nálevových vrtů uvažovaných u kk -tého reálného vrtu, $pim_c(k)$ – celkový počet imaginárních čerpaných vrtů uvažovaných u kk -tého reálného vrtu, p_v – celkový počet reálných vrtů v řešené oblasti, $s(ll, ii)$ – část snížení v ii -tém reálném vrtu, připadající na působení ll -tého reálného vrtu.

Jednotlivé členy pravé strany rovnice (10.3) vyjádříme následovně:

1) Na reálných odběrových vrtech uvažujeme vliv jak dodatečných odporů na vrtu a jeho blízkém okolí, tak i vlastní objem vrtu charakterizovaný storativitou vrtu. Vyjdeme-li z rovnice (7.72), potom

a) první člen je

$$s_v(ii) = \frac{Q(ii)}{2\pi T} \sum_{j=1}^k con(j, k) \sum_{i=0}^m \binom{m}{i} (-1)^i \cdot \frac{K_0(c^{1/2}) - W(ii)c^{1/2} K_1(c^{1/2})}{c^{3/2} [c^{1/2} K_1(c^{1/2}) + C_D(ii)c^{1/2} (K_0(c^{1/2}) + W(ii)c^{1/2} K_1(c^{1/2}))]} \quad (10.4)$$

kde $Q(ii)$ – odčerpávané množství vody v ii -tém reálném vrtu [$L^3 \cdot T^{-1}$], T – koeficient transmisivity [$L^2 \cdot T^{-1}$], S – koeficient storativity, $c = (m + i) (\ln 2) / t_{D_i}$, $m = k + 1 - j$

$$con(j, k) = \frac{(-1)^{j-1} \binom{k}{j} j m^{k-1} \ln 2}{k} \frac{(2m)!}{t_{D_i} m!(m-1)!} \quad (10.5)$$

Bezrozměrný čas t_{D_i} vyjádříme

$$t_{D_i} = \frac{T(t_s - t_p(ii) - t_0)}{r_v(ii)^2 S} \quad (10.6)$$

kde $r_v(ii)$ – poloměr ii -tého reálného vrtu, t_s – čas, ve kterém zjišťujeme velikost snížení v ii -tém reálném vrtu, t_p – čas, ve kterém začalo čerpání v ii -tém reálném vrtu, t_0 – srovnávací čas pro všechny vrty (např. čas, kdy se začalo čerpat v prvním reálném vrtu oblasti), $W(ii)$ – koeficient dodatečných odporů na ii -tém reálném vrtu, $C_D(ii)$ – bezrozměrný koeficient storativity vrtu ii -tého reálného vrtu.

b) druhý člen

$$\begin{aligned} sim_nv(ii, jj, kk) &= \frac{Q(kk)}{2\pi T} \sum_{j=1}^k con(j, k) \sum_{i=0}^m \binom{m}{i} (-1)^i \cdot \\ &\cdot \frac{K_0 \left(\frac{rim_n(ii, jj, kk)}{r_v(kk)} \cdot c^{1/2} \right)}{c^2 K_1(c^{1/2})} \end{aligned} \quad (10.7)$$

Bezrozměrný čas t_{Dt} má tvar

$$t_{Dt} = \frac{T(t_s - t_p(kk) - t_0)}{rim_n(ii, jj, kk)^2 S} \quad (10.8)$$

kde $Q(kk)$ – čerpané množství vody v kk -tém reálném vrtu, ke kterému náleží jj -tý imaginární nálevový vrt, $t_p(kk)$ – čas, kdy začalo čerpání v kk -tém reálném vrtu, ke kterému náleží jj -tý imaginární nálevový vrt, $rim_n(ii, jj, kk)$ – vzdálenost ii -tého reálného vrtu a jj -tého imaginárního nálevového vrtu, který náleží kk -tému reálnému vrtu a určí se ze vztahu

$$rim_n(ii, jj, kk) = \sqrt{(xv(ii) - xin(kk, jj))^2 + (yv(ii) - yin(kk, jj))^2} \quad (10.9)$$

kde $xv(ii)$, $yv(ii)$ – x, y -ové souřadnice ii -tého reálného vrtu, $xin(kk, jj)$ – x, y -ové souřadnice jj -tého imaginárního nálevového vrtu, který náleží kk -tému reálnému vrtu.

c) třetí člen

$$\begin{aligned} sim_nc(ii, jj, kk) &= \frac{Q(kk)}{2\pi T} \sum_{j=1}^k con(j, k) \sum_{i=0}^m \binom{m}{i} (-1)^i \cdot \\ &\cdot \frac{K_0 \left(\frac{rim_c(ii, jj, kk)}{r_v(kk)} \cdot c^{1/2} \right)}{c^2 K_1(c^{1/2})} \end{aligned} \quad (10.10)$$

kde $rim_c(ii, jj, kk)$ – vzdálenost ii -tého reálného vrtu a jj -tého imaginárního čerpaného vrtu, který náleží kk -tému reálnému vrtu a určí se ze vztahu

$$rim_c(ii, jj, kk) = \sqrt{(xv(ii) - xic(kk, jj))^2 + (yv(ii) - yic(kk, jj))^2} \quad (10.11)$$

kde $xic(kk, jj)$, $yic(kk, jj)$ – x, y -ové souřadnice jj -tého imaginárního čerpaného vrtu, který náleží kk -tému reálnému vrtu.

d) čtvrtý člen

$$s(ll, ii) = \frac{Q(ll)}{2\pi T} \sum_{j=1}^k con(j, k) \sum_{i=0}^m \binom{m}{i} (-1)^i \frac{K_0 \left(\frac{r(ll, ii)}{r_v(ll)} c^{1/2} \right)}{c^2 K_1(c^{1/2})} \quad (10.12)$$

kde $s(l, ii)$ – snížení v ii -tém reálném vrtu, které připadá na působení ll -tého reálného vrtu, $Q(ll)$ – čerpané množství vody v ll -tém reálném vrtu, $r_v(ll)$ – poloměr ll -tého reálného vrtu, $r(ll, ii)$ – vzdálenost ii -tého a ll -tého reálného vrtu, která se určí ze vztahu

$$r(ll, ii) = \sqrt{(x_v(ll) - x_v(ii))^2 + (y_v(ll) - y_v(ii))^2} \quad (10.13)$$

kde $x_v(ll)$, $x_v(ii)$, $y_v(ll)$ a $y_v(ii)$ – x,y-ové souřadnice ll -tého a ii -tého reálného vrtu.

Za bezrozměrný čas t_{Dt} dosadíme

$$t_{Dt} = \frac{T(t_s - t_p(ll) - t_0)}{r(ll, ii)^2 S} \quad (10.14)$$

kde t_p – čas, kdy začalo čerpání v ll -tém reálném vrtu.

2) V případě, kdy lze na odběrových vrtech zanedbat vliv jejich objemu na průběh přítokové zkoušky (tj. storativita vrtu je nulová) a uvažujeme-li pouze vliv dodatečných odporů na vrtu a jeho blízkém okolí, vyjdeme z Theisovy rovnice (rov. 5.31). Značení jednotlivých veličin je stejné jako u předchozích rovnic. Jednotlivé členy pravé strany rovnice (10.3) potom vyjádříme

a) první člen

$$s_v(ii) = \frac{Q(ii)}{4\pi T} \left(W \left(\frac{r_v(ii)^2 S}{4T(t_s - t_p(ii) - t_0)} \right) + 2W_{ii} \right) \quad (10.15)$$

kde W_{ii} – koeficient dodatečných odporů na ii -tém reálném vrtu, $W(u)$ – Theisova studňová funkce (rovnice 5.32)

$$t_{Dt} = \frac{T(t_s - t_p(ii) - t_0)}{r_v(ii)^2 S} \quad (10.16)$$

b) druhý člen

$$sim_{nv}(ii, jj, kk) = \frac{Q(kk)}{4\pi T} \left(W \left(\frac{rim_{n}(ii, jj, kk)^2 S}{4T(t_s - t_p(kk) - t_0)} \right) \right) \quad (10.17)$$

c) třetí člen

$$sim_{nc}(ii, jj, kk) = \frac{Q(kk)}{4\pi T} \left(W \left(\frac{rim_{c}(ii, jj, kk)^2 S}{4T(t_s - t_p(kk) - t_0)} \right) \right) \quad (10.18)$$

d) poslední člen pravé strany rovnice (10.3) je

$$s(ll, ii) = \frac{Q(ll)}{4\pi T} \left(W \left(\frac{r(ll, ii)^2 S}{4T(t_s - t_p(ll) - t_0)} \right) \right) \quad (10.19)$$

3) Pro bezrozměrný čas $t_D > 25$ lze využít vztahů Jacobovy semilogaritmické aproximace, které mají pro jednotlivé členy pravé strany rovnice (10.3) tvary

a) pro první člen

$$s_v(ii) = \frac{Q(ii)}{4\pi T} \left(\ln \frac{2,246 T (t_s - t_p(ii) - t_0)}{r_v(ii)^2 S} + 2W_{ii} \right) \quad (10.20)$$

b) druhý člen

$$sim_{-nv}(ii, jj, kk) = \frac{Q(kk)}{4\pi T} \left(\ln \frac{2,246 T (t_s - t_p(ii) - t_0)}{rim_{-nv}(ii, jj, kk)^2 S} \right) \quad (10.21)$$

c) třetí člen

$$sim_{-cv}(ii, jj, kk) = \frac{Q(kk)}{4\pi T} \left(\ln \frac{2,246 T (t_s - t_p(ii) - t_0)}{rim_{-nc}(ii, jj, kk)^2 S} \right) \quad (10.22)$$

d) pro poslední člen na pravé straně rovnice (10.3) platí

$$s(ll, ii) = \frac{Q(ll)}{4\pi T} \left(\ln \frac{2,246 T (t_s - t_p(ll) - t_0)}{r(ll, ii)^2 S} \right) \quad (10.23)$$

10.2 Řešení průběhu piezometrické hladiny v libovolném bodě oblasti

V oblasti ohraničené ze dvou stran nepropustnou a napájecí hranicí svírající úhel 90° uvažujeme jeden reálný vrt. Pro zahrnutí vlivu hranic do řešení doplníme reálný vrt dvěma imaginárními nálevovými vrty a jedním imaginárním čerpaným vrtem. Situace je schematicky vykreslena na obr. 25. Počátek souřadného systému leží v průsečíku nepropustné a napájecí hranice. V řešené oblasti si zvolíme libovolný bod B , jehož souřadnice jsou xb , y_b . Bod B leží v „reálné“ části oblasti (tj. tam, kde leží reálný odběrový vrt).

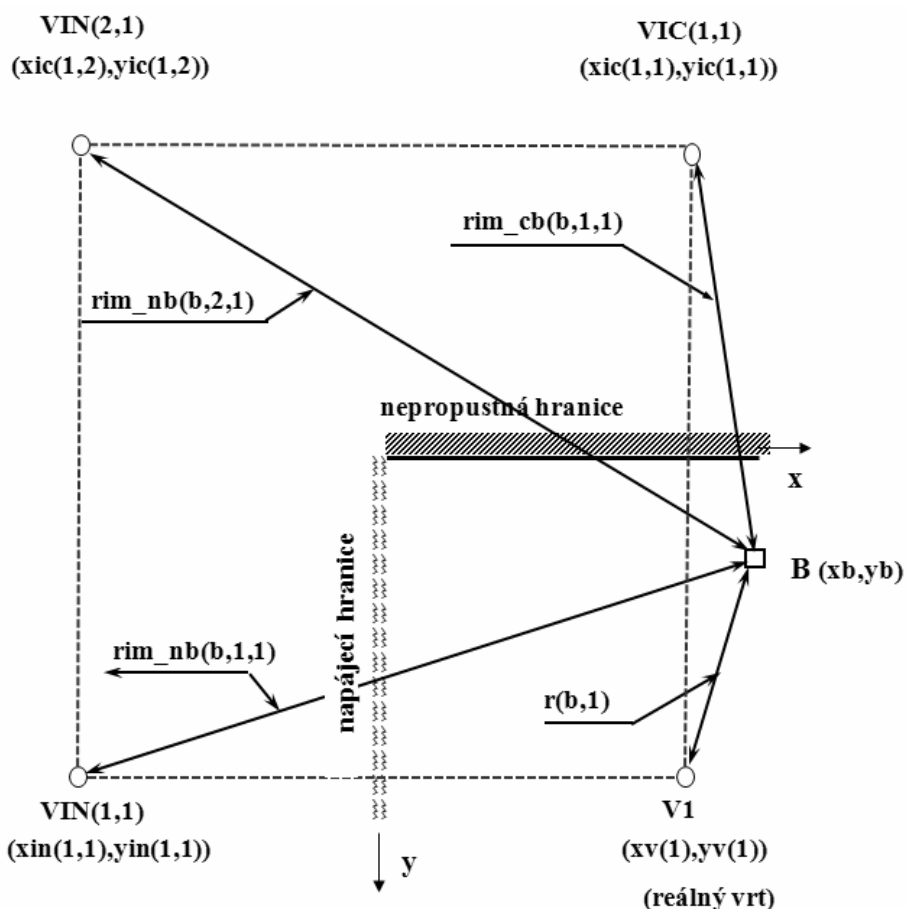
Celkové snížení v bodě B o souřadnicích xb a y_b , vyjdeme-li z rovnic (10.3) a (7.2), je

$$s(xb, yb) = \sum_{ii=1}^{p-v} s(b, ii) - \sum_{\substack{jj=1 \\ kk=1}}^{pim_{-n}(k)} sim_{-nb}(b, jj, ii) + \sum_{\substack{jj=1 \\ kk=1}}^{pim_{-c}(k)} sim_{-cb}(b, jj, ii) \quad (10.24)$$

kde $s(b, ii)$ – část snížení v bodě B způsobená vlivem ii -tého reálného vrtu,

$$\left. \begin{array}{l} p-v \\ pim_{-nk} \\ pim_{-vk} \end{array} \right\} \text{ – veličiny mají stejný význam jako u rovnice (10.3),}$$

$sim_nb(b, jj, ii)$ – část snížení v bodě B způsobené vlivem jj -tého imaginárního nálevového vrtu, který náleží ii -tému reálnému vrtu, $sim_cb(b, jj, ii)$ – část snížení v bodě B způsobené vlivem jj -tého imaginárního odčerpávaného vrtu, který náleží ii -tému reálnému vrtu.



Obr. 25. Schéma reálného vrtu, nepropustná a napájecí hranice svírají úhel 90°

Jednotlivé členy pravé strany rovnice (10.24) vyjádříme obdobně jako v předešlé části. Je uvažován pouze nestacionární režim proudění. Pro nestacionární režim proudění uijeme řešení (7.66) rovnice (7.1).

Pro jednotlivé členy platí

$$s(b, ii) = \frac{Q(ii)}{2\pi T} \sum_{j=1}^k con(j, k) \sum_{i=0}^m \binom{m}{i} (-1)^i \frac{K_0\left(\frac{r(b, ii)}{r_v(ii)} c^{1/2}\right)}{c^2 K_1(c^{1/2})} \quad (10.25)$$

Do hodnoty c dosadíme za t_{Dt}

$$t_{Dt} = \frac{T(t_s - t_p(ii) - t_0)}{r(b, ii)^2 S} \quad (10.26)$$

Veličiny s indexem ii se vztahují k ii -tému reálnému vrtu:

$r(b, ii)$ – vzdálenost bodu B od ii -tého reálného vrtu, kterou určíme

$$r(b,ii) = \sqrt{(xb - xv(ii))^2 + (yb - yv(ii))^2} \quad (10.27)$$

kde xb, yb – x, y -ové souřadnice bodu B ,

$$s(b,ii) = \frac{Q(ii)}{2\pi T} \sum_{j=1}^k con(j,k) \sum_{i=0}^m \binom{m}{i} (-1)^i \frac{K_0\left(\frac{r(b,ii)}{r_v(ii)} c^{1/2}\right)}{c^2 K_1(c^{1/2})} \quad (10.28)$$

Za bezrozměrný čas dosazujeme

$$t_{Dt} = \frac{T(t_s - t_p(kk) - t_0)}{rim_n(b, jj, kk)^2 S} \quad (10.29)$$

kde $rim_nb(b, jj, kk)$ – vzdálenost bodu B od jj -tého imaginárního vrtu, který náleží kk -tému reálnému vrtu,

$$rim_nb(b, jj, kk) = \sqrt{(xb - xin(jj, kk))^2 + (yb - yin(jj, kk))^2} \quad (10.30)$$

kde $xin(jj, kk), yin(jj, kk)$ – x, y -ové souřadnice jj -tého imaginárního nálevového vrtu, který náleží kk -tému reálnému vrtu,

$$sim_cb(b, jj, kk) = \frac{Q(kk)}{2\pi T} \sum_{j=1}^k con(j,k) \sum_{i=0}^m \binom{m}{i} (-1)^i \cdot \frac{K_0\left(\frac{rim_c(b, jj, kk)}{r_v(kk)} c^{1/2}\right)}{c^2 K_1(c^{1/2})} \quad (10.31)$$

Za t_{Dt} dosadíme

$$t_{Dt} = \frac{T(t_s - t_p(kk) - t_0)}{rim_cb(b, jj, kk)^2 S} \quad (10.32)$$

kde $rim_cb(b, jj, kk)$ – vzdálenost bodu B od jj -tého imaginárního čerpaného vrtu, který náleží kk -tému reálnému vrtu,

$$rim_cb(b, jj, kk) = \sqrt{(xb - xic(jj, kk))^2 + (yb - yic(jj, kk))^2} \quad (10.33)$$

kde $xic(jj, kk), yic(jj, kk)$ – x, y -ové souřadnice jj -tého imaginárního nálevového vrtu, který náleží kk -tému reálnému vrtu.

11 ZÁVĚR

Monografie se nezabývá podrobným rozbohem hydrauliky podzemních vod, ani řešením celé problematiky studní. Cílem bylo přispět k řešení několika dílčích problémů, které mají doplnit postupy používané u tzv. ideálních vrtů (bez vlivu dodatečných odporů) na řešení skutečných vrtů, kde je uvažován vliv dodatečných odporů a objem vrtu. Bylo uvažováno řešení pro zvodnělou vrstvu s napjatou hladinou. Výsledky lze použít i na řešení zvodnělé vrstvy s volnou hladinou, pokud je maximální snížení na vrtu menší než desetina piezometrické výšky ve zvodnělé vrstvě. Při větších hodnotách snížení je možné pro použití získaných postupů korigovat snížení podle Jetela (1980).

V práci je uvedeno podrobné řešení základní parciální diferenciální rovnice neustáleného radiálně symetrického proudění k úplnému vrtu, které poprvé publikoval C. V. Theis. Na toto řešení navazuje řešení stejného problému pro úplný vrt, kde jsou uvažovány dodatečné odpory ve vrtu a jeho nejbližším okolí. Rovněž je zahrnut vliv vlastního objemu vrtu. Řešení je provedeno v bezrozměrných veličinách s použitím Laplaceovy transformace. K inverzi Laplaceovy transformace byl použit Stehfestův algoritmus (Stehfest, 1970). Pro určení snížení na čerpaném vrtu s dodatečnými odpory a objemem vrtu konečné velikosti byl sestaven program STEHFEST – příloha 2.

V kapitole 8 je ukázáno zahrnutí dodatečných odporů a vlastního objemu vrtu do vyhodnocení stoupacích zkoušek. V příloze 3 je ukázáno vyhodnocení efektu regenerace na vrtu pomocí počátečního úseku stoupací zkoušky. V kapitole 9 byly odvozeny vztahy pro stanovení snížení ve vrtech, které se nacházejí v blízkosti nepropustné a napájecí hranice. Do výpočtů snížení byly opět zahrnuty dodatečné odpory i objem vrtu. Z uvedených vztahů se vychází při tvorbě programu SIM, pomocí něhož bude možné modelovat průběhy snížení ze soustavy vrtů ovlivněné bočními napájecími nebo nepropustnými hranicemi při různém náběhu čerpání jednotlivých vrtů a sledovat, zda nebylo překročeno kritické snížení, a tak regulovat maximální možné odběry z jednotlivých vrtů, tj. snížení, kdy dochází k překročení kritických rychlostí na plášti vrtu. Todd (1970) uvádí, že v případech, kdy nedochází k překračování kritických hodnot snížení ve vrtu, lze proces stárnutí vrtu zpomalit nebo úplně zastavit, a tím značně prodloužit životnost vrtů. V práci jsou také ukázány případy složitějšího uspořádání nočních napájecích a nepropustných hranic. Při řešení dalších typů uspořádání bočních hranic je možné využít výsledky kapitoly 9.

ABSTRACT

Groundwater Hydraulics – Special Cases

Unsteady flow to a single well fully penetrating a confined aquifer (homogeneous and isotropic) is analyzed. The well is assumed to be located in an infinite system; that is, the effect of boundaries is not considered. The line source solution presented first by Theis assumes that the storage capacity of the flowing well and skin region around the pumping well are negligible. The additional resistances and finite volume of a wellbore are the two main factors which influence pumping test data measured at the well. The drawdown caused by additional resistance (the skin effect) was noted for the first time by van Everdingen (1953) and Hurst (1953).

For a “real” well, the effect of wellbore storage and skin on the pumping well is significant and effect the behavior during the early portion of pumping tests. Solution of basic equation for unsteady flow to the real well with skin and wellbore storage by means of Stehfest algorithm 370 is presented. For evaluation of drawdown at a real well the software Stehfest was developed. This software is part of appendix 2.

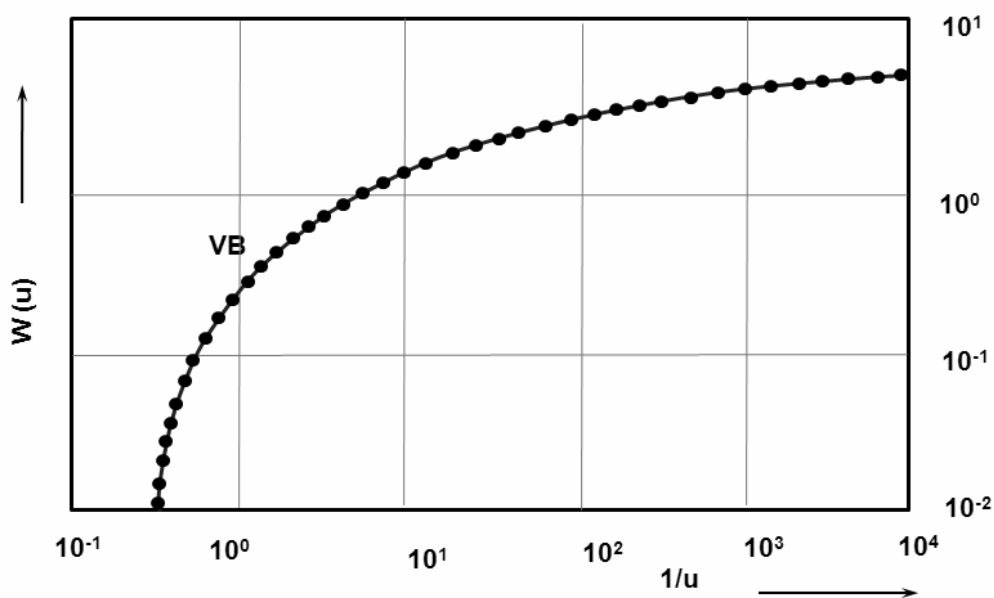
Chapter 8 deals with application of recovery (build-up) tests for evaluation of the well rehabilitation. The recovery analysis at the real well can be used to calculate “skin factor” with reasonable accuracy when the pumping rate was not kept constant during the test. Application of this procedure is presented on a practical evaluation of the well S3 rehabilitation at Pracejovice spring area (near České Budějovice) – Appendix 2. The monography deals with the drawdown in a system of wells including boundary conditions and changes in water levels due to different pumping start times and discharge rates. The solution is based on the assumptions of additional resistance in the well, any number of discharges and injection wells, and a constrained water level.

Also the case where a well is located near an infinite boundary, which may be impermeable or have different permeability, and where the boundary is within the drawdown cone of the pumping well. The solution is based on the theory of mirror reflection of image wells.

PŘÍLOHA 1 THEISOVA STUDŇOVÁ FUNKCE

Theisova studňová funkce

$l/u \backslash n$	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0
n.E-1	0,000	0,001	0,008	0,024	0,048	0,078	0,111	0,146	0,182
n.E 0	0,219	1,223	0,906	0,702	0,560	0,454	0,374	0,311	0,260
n.E 1	1,822	3,355	2,959	2,681	2,468	2,295	2,151	2,027	1,919
n.E 2	4,037	5,639	5,235	4,948	4,726	4,545	4,392	4,259	4,142
n.E 3	6,331	7,940	7,535	7,247	7,024	6,842	6,688	6,555	6,437
n.E 4	8,633	10,240	9,837	9,550	9,326	9,144	8,990	8,856	8,739
n.E 5	10,935	12,550	12,140	11,850	11,630	11,450	11,290	11,160	11,040
n.E 6	13,238	14,850	14,440	14,150	13,930	13,750	13,600	13,460	13,340
n.E 7	15,540	17,150	16,740	16,460	16,230	16,050	15,900	15,760	15,650
n.E 8	17,843	19,450	19,050	18,760	18,540	18,350	18,200	18,070	17,950
n.E 9	20,146	21,760	21,350	21,060	20,840	20,660	20,500	20,370	20,250
n.E 10	22,448	24,060	23,650	23,360	23,140	22,960	22,810	22,670	22,550
n.E 11	24,751	26,360	25,960	25,670	25,440	25,260	25,110	24,970	24,860
n.E 12	27,053	28,660	28,260	27,970	27,750	27,560	27,410	27,280	27,160
n.E 13	29,356	30,970	30,560	30,270	30,050	29,870	29,710	29,580	29,460
n.E 14	31,658	33,270	32,860	32,580	32,350	32,170	32,020	31,880	31,760
n.E 14	33,961	34,654	35,060	35,347	35,570	35,753	35,907	36,041	36,158



Theisova typová křivka

PŘÍLOHA 2 PROGRAM STEHFEST

```
DEFDBL A-Z
```

```
DIM x(20), yo(20), y1(20), pp(20), p(20), xk(20), hvd(500), g(20), rl(20)
```

```
DIM dl(20), td(500), w(53), cd(400), ff(20), hvd0(400), hvd5(400), hvd10(400)
```

```
DIM hvd20(400), hvd30(400)
```

```
DIM cd1(400), sw0(20), sw3(20), sw5(20), sw10(20), sw15(20), sw20(20)
```

```
DIM sw30(20), cl(180), c2(100), c3(100), c4(100), c5(100), vosa(100), hy(20)
```

```
DIM sc1(100), sc2(100), sc3(100), sc4(100), sosa(100), nad(100)
```

```
CLS : pocbodu = 60: cd(1) = 100: cd(2) = 500: cd(3) = 1000
```

```
n = 12: k = n / 2
```

```
w(1) = 0
```

```
w(2) = 5
```

```
w(3) = 10
```

```
w(4) = 30
```

```
g(1) = 1
```

```
FOR i = 2 TO 18: g(i) = g(i-1) * i: NEXT i
```

```
td(1) = 100!
```

```
l = 2
```

```
FOR j = 2 TO 7
```

```
  FOR i = 1 TO 10
```

```
    td(l) = 10 ^ j * 10 ^ (.1 * i)
```

```
    l = l + 1
```

```
  NEXT i
```

```
NEXT j
```

```
FOR ll = 1 TO 1
```

```
  FOR kk = 1 TO 4
```

```
    FOR ii = 1 TO 60
```

```
      b1 = LOG(2) / (td(ii))
```

```
      a1 = b1
```

```
      PRINT "a1=", a1
```

```
      FOR i = 1 TO n
```

```
        ccc = i
```

```
        x(i) = SQR(a1 * ccc)
```

```

x1 = x(i)
IF x1 < 4 THEN 101
t1 = 4 / x1
t2 = t1 * t1
po = ((((-.0000037043# * t2 + .0000173565#) * t2 - .0000487613# * t2 + .00017343#)
* t2 - .001753062#) * t2 + .3989423
qo = ((((.0000032312# * t2 - .0000142078#) * t2 + .0000342468#) * t2 -
.0000869791#) * t2 + .0004564324#) * t2 - .01246694#
p1 = ((((.0000042414# * t2 - .000020092#) * t2 + .0000580759#) * t2 - .000223203#)
* t2 + .002921826#) * t2 + .3989423
q1 = ((((-.0000036594# * t2 + .00001622#) * t2 - .0000398708#) * t2 +
.0001064741#) * t2 - .00063904#) * t2 + .3740084
a = 2 / SQR(x1)
b = a * t1
cc = x1 - .7853982
yy = a * po * SIN(cc) + b * qo * COS(cc)
yyy = -a * p1 * COS(cc) + b * q1 * SIN(cc)
yo(i) = yy
y1(i) = yyy
GOTO 103
101  REM
xx = x1 / 2
x2 = xx * xx
ttt = LOG(xx) + .5772157
sum = 0!
term = ttt
yy = ttt
FOR l = 1 TO 15
  IF (l - 1) < 0 THEN 250
  IF (l - 1) = 0 THEN 260
  IF (l - 1) > 0 THEN 250
250  REM
sum = sum + 1! / (l - 1)

```

```

260      REM
        fl = 1
        ts = ttt - sum
        term = (term * (-x2) / fl ^ 2) * (1 - 1 / (fl * ts))

270      REM
        yy = yy + term
        NEXT l      '..... pro l
        term = xx * (ttt - .5)
        sum = 0!
        yyy = term
        FOR l = 2 TO 16
            sum = sum + 1 / (l - 1)
            fl = 1
            fl1 = fl - 1
            ts = ttt - sum
            term = (term * (-x2) / (fl1 * fl)) * ((ts - .5 / fl) / (ts + .5 / fl1))
            yyy = yyy + term
        NEXT l      '.....pro l
        pi2 = .6366198
        yy = pi2 * yy
        yyy = -pi2 / x1 + pi2 * yyy
        yo(i) = yy
        y1(i) = yyy

103      REM
        pp(i) = yo(i) + w(kk) * x(i) * y1(i)
        p(i) = pp(i) / (x(i) ^ 2 * (x(i) * y1(i) + cd(ll) * x(i) ^ 2 * p(i)))
        NEXT i      '.....pro i
        con1 = k ^ (k - 1)
        xk(1) = con1 / g(k - 1)
        FOR j = 2 TO (k - 1)
            con1 = (-1) ^ (j - 1) * j * (k + 1 - j) ^ (k - 1)
            xk(j) = con1 / (g(j) * g(k - j))
        NEXT j
        con2 = (-1) ^ (k - 1) * k

```

```
xk(k) = con2 / g(k)
dl(1) = a1 * g(2)
ru = p(1)
rl(1) = (-1) * p(2)
ru = ru + rl(1)
ff(1) = dl(1) * ru
FOR j = 2 TO k
  dl(j) = a1 * g(2 * j) / (g(j) * g(j - 1))
  rl(1) = p(j)
  FOR i = 1 TO (j - 1)
    zn = (-1) ^ i
    jj1 = j + i
    jj2 = j - i
    rl(i + 1) = zn * g(j) * p(jj1) / (g(i) * g(jj2))
  NEXT i
  zn = (-1) ^ j
  rl(j + 1) = zn * p(2 * j)
  srl = rl(1)
  FOR i = 2 TO j + 1
    srl = srl + rl(i)
  NEXT i
  ff(j) = srl * dl(j)
100   REM
NEXT j
svdp = xk(1) * ff(k)
FOR i = 2 TO k
  svdp = svdp + xk(i) * ff(k + 1 - i)
NEXT i
IF kk = 1 THEN
  hvd0(ii) = svdp
ELSEIF kk = 2 THEN
  hvd5(ii) = svdp
ELSEIF kk = 3 THEN
  hvd10(ii) = svdp
```

```

        ELSE
            hvd30(ii) = svdp
        END IF
        PRINT "svsvsvsvs", hvd(ii)
    NEXT ii
' GOTO 755
' 603 REM
' 755 REM
    NEXT kk
NEXT ll

OPEN "B:\DATA\hvd.dat" FOR OUTPUT AS #1
FOR i = 1 TO pocbodu
    PRINT #1, hvd0(i), hvd5(i), hvd10(i), hvd30(i)
NEXT: CLOSE #1

CLS : LOCATE 10, 30: INPUT " Number of points"; pocbodu
SCREEN 12: COLOR 3: WINDOW (0, 0)-(300, 300)
LOCATE 1, 2: PRINT "10E+2": GET (2, 285)-(25, 300), c1
LOCATE 1, 2: PRINT "10E+3": GET (2, 285)-(25, 300), c2
LOCATE 1, 2: PRINT "10E+4": GET (2, 285)-(25, 300), c3
LOCATE 1, 2: PRINT "10E+5": GET (2, 285)-(25, 300), c4
LOCATE 1, 2: PRINT "10E+6": GET (2, 285)-(25, 300), c5
LOCATE 1, 2: PRINT "(td) ": GET (2, 285)-(25, 300), vos: CLS
LOCATE 1, 2: PRINT "0.0": GET (2, 285)-(25, 300), sc1
LOCATE 1, 2: PRINT "10.0": GET (2, 285)-(25, 300), sc2
LOCATE 1, 2: PRINT "20.0": GET (2, 285)-(25, 300), sc3
LOCATE 1, 2: PRINT "30.0": GET (2, 285)-(25, 300), sc4
LOCATE 1, 2: PRINT "(sd)": GET (2, 285)-(25, 300), sosa
LOCATE 1, 2: PRINT "Fig.1" : GET (2, 285)-(25, 300), nad
CLS
obrx = 600: obry = 400: pruhl = 50: pruhp = 50: pruhd = 75: pruhh = 25
vpx = 4: vpy = 3

```



```

umpopx = 20: umpopy = 15: predsv = 15: pozvdpop = 40: poposx = 500
poposy = 320: pozsvpop = 10: predss = 15: skrozx = 5: skrozy = 40
rozsahx = (obrx - pruhl - pruhp): prepocetx = rozsahx / skrozx
rozsahy = (obry - pruhd - pruhh): prepocety = rozsahy / skrozy
COLOR 3: WINDOW (0, 0)-(obrx, obry)
LINE (pruhl, pruhd)-(obrx - pruhp, pruhd)
LINE -(obrx - pruhp, obry - pruhh)
LINE -(pruhl, obry - pruhh): LINE -(pruhl, pruhd)
COLOR 1
FOR i = 1 TO 4
  LINE (pruhl + i * prepocetx, pruhd)-(pruhl + i * prepocetx, obry - pruhd)
NEXT
FOR i = 10 TO 30 STEP 10
  LINE (pruhl, pruhd + i * prepocety)-(obrx - pruhp, pruhd + i * prepocety)
NEXT
COLOR 7
PUT (pruhl - predsv, pozvdpop), c1
PUT (pruhl + 1 * prepocetx - predsv, pozvdpop), c2
PUT (pruhl + 2 * prepocetx - predsv, pozvdpop), c3
PUT (pruhl + 3 * prepocetx - predsv, pozvdpop), c4
PUT (pruhl + 4 * prepocetx - predsv, pozvdpop), c5
PUT (pruhl + 5 * prepocetx - predsv, pozvdpop), vosa
PUT (pozsvpop + 5, pruhd - predss), sc1
PUT (pozsvpop, pruhd + 10 * prepocety - predss), sc2
PUT (pozsvpop, pruhd + 20 * prepocety - predss), sc3
PUT (pozsvpop, pruhd + 30 * prepocety - predss), sc4
PUT (pozsvpop, pruhd + 40 * prepocety - predss), sosa
PUT (umpopx, umpopy), nad
py = prepocety: pd = pruhd
FOR i = 1 TO pocbodu
  hodx = (cd(i) - 2) * prepocetx + pruhl
  hy(1) = hvd0(i) * py + pd: hy(2) = hvd5(i) * py + pd
  hy(3) = hvd10(i) * py + pd: hy(4) = hvd30(i) * py + pd
  FOR j = 3 TO 4

```

```

LINE (hodx - vpx, hy(j))-(hodx + vpx, hy(j))
LINE (hodx, hy(j) - vpy)-(hodx, hy(j) + vpy)
NEXT
NEXT
SLEEP
END
DEFDBL A-Z
DIM sw(20), cd1(20), cd(20)
COLOR 3: CLS
FOR i = 1 TO 9: READ cd1(i): NEXT
LOCATE 10, 30: INPUT " Number of points = ", pocbodu
CLS : LOCATE 10, 30: INPUT " SKIN FACTOR = ", w: CLS
FOR i = 1 TO pocbodu: cd(i) = (LOG(cd1(i))) / (LOG(10)): NEXT
FOR i = 1 TO pocbodu
LOCATE 10, 30: PRINT USING " i = ##"; i: LOCATE 12, 30
LOCATE 12, 30: INPUT " sklon = ", sw(i): CLS
NEXT
xi = cd(1): yi = sw(1): xi2 = cd(1) ^ 2: xiyi = cd(1) * sw(1)
FOR i = 2 TO pocbodu
xi = xi + cd(i): yi = yi + sw(i): xi2 = xi2 + (cd(i)) ^ 2
xiyi = xiyi + cd(i) * sw(i)
NEXT
ca = (xi2 * yi - xi * xiyi) / (pocbodu * xi2 - xi ^ 2)
cb = (pocbodu * xiyi - xi * yi) / (pocbodu * xi2 - xi ^ 2)
COLOR 4: LOCATE 10,5
PRINT USING " w = ## a = ##.### b = ##.###"; w;
DATA 100,500,1000,5000,10000,50000,100000,500000,1000000
END
DEFDBL A-Z
DIM x(20), xy(20), b(20), g(15), p(10, 10), w(15), vc1(100), vc2(100)
DIM vc3(100), vc4(100), sc1(100), sc2(100), sc3(100), sc4(100), sc5(100)
DIM sc6(100), popis(500), vc5(100), vw(100)
SCREEN 12: COLOR 3: Window (0, 0)-(300, 300)

```

```
LOCATE 1, 2: PRINT " 0 ": GET (2, 285)-(25, 300), vc1
LOCATE 1, 2: PRINT " 10 ": GET (2, 285)-(25, 300), vc2
LOCATE 1, 2: PRINT " 20 ": GET (2, 285)-(25, 300), vc3
LOCATE 1, 2: PRINT " 30 ": GET (2, 285)-(25, 300), vc4
LOCATE 1, 2: PRINT "(W) ": GET (2, 285)-(25, 300), vc5
LOCATE 1, 2: PRINT "0.98": GET (2, 285)-(25, 300), sc1
LOCATE 1, 2: PRINT "1.00": GET (2, 285)-(25, 300), sc2
LOCATE 1, 2: PRINT "1.02": GET (2, 285)-(25, 300), sc3
LOCATE 1, 2: PRINT "(b) ": GET (2, 285)-(25, 300), sc4
LOCATE 1, 2: PRINT " Fig. 6 ": GET (2, 285)-(25, 300), popis
CLS : pochod = 7: w(1) = 0: w(2) = 3: w(3) = 5: w(4) = 10: w(5) = 15
w(6) = 20: w(7) = 30
FOR i = 1 TO pochod
  LOCATE 10, 15: PRINT USING " I = ## "; i: LOCATE 10, 25
  INPUT " Value of b(i) .. "; b(i): CLS
NEXT
LOCATE 10, 30: INPUT " Degree of pol. ( 2 - 4 ) "; stpol
FOR i = 1 TO 8: x(i) = w(1) ^ i: NEXT
FOR i = 1 TO 5: xy(i) = (w(1) ^ (i - 1)) * b(1): NEXT
FOR j = 1 TO 8
  FOR i = 2 TO pochod
    x(j) = x(j) + w(i) ^ j
  NEXT
NEXT
FOR j = 1 TO 5
  FOR i = 2 TO pochod
    xy(j) = xy(j) + b(i) * w(i) ^ (j - 1)
  NEXT
NEXT
FOR i = 1 TO 5: g(i) = xy(i): NEXT: p(1, 1) = pochod
FOR i = 2 TO 5: p(1, i) = x(i - 1): NEXT
FOR i = 1 TO 5
  p(2, i) = x(i): p(3, i) = x(i + 1): p(4, i) = x(i + 2)
p(5, i) = x(i + 3): NEXT: n = stpol
```

Gauss elimination

```
FOR i = 1 TO n: PRINT i
  a = 1 / p(i, i): g(i) = a * g(i)
  FOR j = i TO n: p(i, j) = a * p(i, j): NEXT j: IF i = n THEN 100
  FOR j = i + 1 TO n: g(j) = g(j) - p(j, i) * g(i)
  FOR k = i + 1 TO n: p(j, k) = p(j, k) - p(j, i) * p(i, k)
  NEXT k: NEXT j: NEXT i
00 ' Back substitution
```

f(n) = g(n)

```
FOR i = 1 TO n - 1: j = n - i: PRINT j; : f(j) = g(j)
FOR k = j + 1 TO n: f(j) = f(j) - p(j, k) * f(k): NEXT k: NEXT i
CLS : PRINT " SOLUTION ": PRINT
FOR i = 1 TO n + 1: PRINT "I = "; i; "-F = "; f(i): NEXT i
SCREEN 12: COLOR 7: obrx = 600: obry = 400: pruhl 50
pruhp = 50: pruhd = 75: pruhh = 25: vpx = 6: vpy = 4: umpopx = 20
umpopy = 15: predev = 17: pozvdpop = 45: poposx = 500
poposy = 320: pozsvpop = 5: predsv = 15: skrozx = 5: skroz = 40
WINDOW (0, 0)-(obrx, obry): CLS
LINE (pruhl, pruhd)-(obrx - pruhp, pruhd): LINE -(obrx - pruhp, obry - p
LINE -(pruhl, obry - pruhh): LINE -(pruhl, pruhd)
rozsahx = (obrx - pruhl - pruhp): skrozx = 40: prepocetx = rozsahx / skrozx
rozsahy = (obry - pruhd - pruhh): skroz = .06: prepocety = rozsahy / skroz
FOR i = 10 TO 30 STEP 10
  LINE (pruhl + i * prepocetx, pruhd)-(pruhl + i * prepocetx, obry - pruhd
NEXT
FOR i = .02 TO .06 STEP .02
  LINE (pruhl, i * prepocety + pruhd)-(obrx - pruhp, i * prepocety + pruhd
NEXT
PUT (pruhl + 0 * prepocetx - predev, pozvdpop), vc1
PUT (pruhl + 10 * prepocetx - predev, pozvdpop), vc2
PUT (pruhl + 20 * prepocetx - predev, pozvdpop), vc3
PUT (pruhl + 30 * prepocetx - predev, pozvdpop), vc4
PUT (pruhl + 40 * prepocetx - predev, pozvdpop), vc5
```

```

PUT (umpopx, umpopy), popis
PUT (pozsvpop, 0! * prepocety + pruhd - predss), sc1
PUT (pozsvpop, .02 * prepocety + pruhd - predss), sc2
PUT (pozsvpop, .04 * prepocety + pruhd - predss), sc3
PUT (pozsvpop, .06 * prepocety + pruhd - predss), sc4
FOR i = 1 TO 7: COLOR 6
hodx = prepocetx * w(i) + pruhl: hody = prepocety * (b(i) - .98) + pruhd
LINE (hodx - vpx, hody)-(hodx + vpx, hody)
LINE (hodx, hody - vpy)-(hodx, hody + vpy): NEXT
j = 1: COLOR 3
IF stpol = 3 THEN
  hodx1 = .2 * prepocetx + pruhl
  hody1 = ((f(1) + f(2) * .4 + f(3) * .4 ^ 2) - .98) * prepocety + pruhd
  hodx2 = .4 * prepocetx + pruhl
  hody2 = ((f(1) + f(2) * .4 + f(3) * .4 ^ 2) - .98) * prepocety + pruhd
  LINE (hodx1, hody1)-(hodx2, hody2)
  FOR vw = .8 TO 30! STEP .4
    hodx = vw * prepocetx + pruhl
    hody = ((f(1) + f(2) * vw + f(3) * vw ^ 2) - .98) * prepocety + pruhd
    LINE -(hodx, hody): NEXT
ELSE
  hodx1 = .2 * prepocetx + pruhl
  hody1 = ((f(1) + f(2) * .4 + f(3) * .4 ^ 2) - .98) * prepocety + pruhd
  hodx2 = .4 * prepocetx + pruhl
  hody2 = ((f(1) + f(2) * .4 + f(3) * .4 ^ 2) - .98) * prepocety + pruhd
  LINE (hodx1, hody1)-(hodx2, hody2)
  FOR vw = .8 TO 30! STEP .4
    hodx = vw * prepocetx + pruhl
    hody = ((f(1) + f(2) * vw + f(3) * vw ^ 2 + f(4) * vw ^ 3) - .98) * prepocety
    LINE -(hodx, hody): NEXT
END IF
END

```

PŘÍLOHA 3 REGENERACE VRTU S3 V PRAMENIŠTI PRACEJOVICE

Spouštěná studna S3 byla vyhloubena v roce 1961. Studna má průměr 4 m a celková hloubka od krycí desky byla po vybudování 17,3 m. Mezi 1,6–11,0 m je plášť studny perforován 432 vtokovými otvory s průměrem 80 mm. V průběhu exploatace studny docházelo k zanášení studny při nadměrném snížení hladiny ve studni. V důsledku vysokých vtokových rychlostí docházelo k vplavování jemných částic do studny a zároveň ke kolmataci vtokových otvorů i horninového prostředí v nejbližším okolí studny. Před regenerací byla celková hloubka studny od krycí desky 13,3 m.

Průběh regenerace na vrtu S3

Bylo vybudováno sedm vibrátorových vrtů vystrojených ocelovými zárubnicemi o průměru 89 mm s celkovou hloubkou 11 m. Čerpací zkouška před regenerací trvala 15 hodin. Následná stoupačí zkouška trvala 8 hodin. Regenerační práce sestávaly z regenerace tlakovým vzduchem zaplášťovými sondami, mechanického čištění vtokových otvorů a odkalení dna. Čerpací zkouška po regeneraci trvala 15 hodin a následná stoupačí zkouška 24 hodin.

Regenerace

Ze studny S3 bylo kalovým čerpadlem KDFU-125 čerpáno 20 l s^{-1} . Podařilo se snížit hladinu na 10 m od krycí vrstvy. V této úrovni bylo postaveno lešení. Z lešení byly následně ručně čištěny vtokové otvory studny S3. Většina vtokových otvorů byla zaplněna písčítým jílem. K čištění byl použit nástroj z ocelové kulatiny průměru 12 mm a ocelové trubky Js 1/2, s délkou 2 m, do kterého byl přiváděn tlakový vzduch. Podařilo se vyčistit vtokové otvory i blízké okolí studny tak, že voda vtékala do studny plným profilem otvorů. Následovalo odkalení dna mamutkou. Ze dna bylo odčerpáno přibližně 38 m^3 nánosů.

Vyhodnocení efektu regenerace na vrtu S3

Pro vyhodnocení efektu regeneračního zásahu na vrtu S3 byly provedeny čerpací i stoupačí zkoušky před regenerací a po provedené regeneraci. Z hydrodynamických zkoušek na vrtu S3 byly pomocí Jacobovy semilogaritmické aproximace [3] hodnoty koeficientu storativity $S = 0,11$ a koeficientu transmisivity $T = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$.

Čerpání probíhalo při dvou konstantních vydatnostech před i po provedené regeneraci (*tabulka I*).

Tabulka I. Čerpaná množství a časy stupňovité čerpací zkoušky před a po regeneraci

Před regenerací		Po regeneraci	
$Q_1 = 0,0095 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$	$t_1 = 22\,500 \text{ s}$	$Q_1 = 0,011 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$	$t_1 = 21\,600 \text{ s}$
$Q_2 = 0,0122 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$	$t_2 = 54\,800 \text{ s}$	$Q_2 = 0,0172 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$	$t_2 = 54\,000 \text{ s}$

Vyhodnocení koeficientu dodatečných odporů před regenerací

Vyhodnocení účinku regenerace bylo provedeno pro začátek stoupačí zkoušky stanovením koeficientu dodatečných odporů podle van Everdingena (1953). Z rovnice (8.11) byl pro dvě deprese určen korigovaný čas

$$t_{ps}^* = 22500 \frac{9,5}{12,2} + 54800 = 72320 \text{ s}$$

Z přímkové části grafu stoupací zkoušky určíme koeficient transmisivity

$$T = \frac{Q}{2\pi 0,31} = \frac{12,2 \cdot 10^{-3}}{2\pi 0,31} = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

Storativitu určíme ze vztahu (5.44) pro čas $t_0 = 380 \text{ s}$ (Fousek, 1982) u pozorovacího vrtu vzdáleného 7 m od osy odčerpávaného vrtu.

$$S = \frac{2,246 \cdot T t_0}{r^2} = \frac{2,246 \cdot 6,3 \cdot 10^{-3}}{7^2} = 0,109$$

K určení koeficientu dodatečných odporů W použijeme vztah (6.17)

$$W = \frac{2\pi T s_v}{Q_k} - \frac{1}{2} \left(\ln t_{ps}^* + \ln \frac{2,246 \cdot T}{r_v^2 S} \right) = \frac{2\pi 6,3 \cdot 10^{-3}}{12,2 \cdot 10^{-3}} - \frac{1}{2} \left(\ln 72320 + \ln \frac{2,246 \cdot 6,3 \cdot 10^{-3}}{2^2 \cdot 0,109} \right) = 1,91$$

Snížení způsobené dodatečnými odpory bylo určeno pomocí rovnice (6.9)

$$s_w = \frac{Q}{2\pi T} W = \frac{12,2 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 6,3 \cdot 10^{-3}} \cdot 1,91 = 0,6 \text{ m}$$

Určení W po regeneraci bylo provedeno stejným postupem jako před regenerací

$$t_{ps}^* = 21600 \frac{11,1}{17,2} + 54000 = 67940 \text{ s}$$

Koeficient dodatečných odporů W

$$W = \frac{2\pi T s_v}{Q_k} - \frac{1}{2} \left(\ln t_{ps}^* + \ln \frac{2,246 \cdot T}{r_v^2 S} \right) = \frac{2\pi 6,3 \cdot 10^{-3}}{17,2 \cdot 10^{-3}} - \frac{1}{2} \left(\ln 67940 + \ln \frac{2,246 \cdot 6,3 \cdot 10^{-3}}{2^2 \cdot 0,109} \right) = 0,79$$

Snížení způsobené dodatečnými odpory bylo určeno pomocí rovnice (6.9)

$$s_w = \frac{Q}{2\pi T} W = \frac{12,2 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 6,3 \cdot 10^{-3}} \cdot 0,79 = 0,33 \text{ m}$$

Výsledky provedených výpočtů jsou v *tabulce II*.

Tabulka II. Výsledky výpočtů před a po regeneraci

Parametr	Před regenerací	Po regeneraci
t_{ps}^* (s)	72 320	67 940
W (-)	1,91	0,79
s_w (m)	0,60	0,33
s_v (m)	1,77	2,00

K vyhodnocení regeneračního zásahu na spouštěné studni S3 v prameništi Pracejovice u Českých Budějovic byly použity stoupací zkoušky před a po regeneračním zásahu. Výpočtem bylo zjištěno, že velikost skinového faktoru se snížila z hodnoty 1,91 před regenerací na 0,79 po provedené regeneraci, což odpovídá zlepšení o cca 140 %. Snížení způsobené dodatečnými odpory na studni S3 před regenerací při celkovém snížení 1,77 m bylo 0,79 m a po regeneraci při snížení na studni S3 2,0 m činilo toto snížení způsobené dodatečnými odpory 0,33 m. Vyhodnocení regenerace na studni S3 ukazuje, že při postupu vyhodnocení regenerace pomocí stoupací zkoušky srovnáním s vyhodnocením regenerace pomocí čerpacích zkoušek [6] byl zjištěn rozdíl ve vypočtených hodnotách do cca deseti procent, což je velmi dobrý výsledek. Lze konstatovat, že využití stoupacích zkoušek k vyhodnocení regeneračního zásahu na vrtu je adekvátní vyhodnocení z čerpacích zkoušek.

V příspěvku uvedený postup vyhodnocení regenerace je vhodný pro použití tam, kde máme k dispozici čerpací zkoušky s krátkou dobou čerpání (nebylo dosaženo přímkového úseku vyhodnotitelného Jacobovou semilogaritmicou aproximací), nebo pokud je prováděna stupňovitá čerpací zkouška před stoupací zkouškou.

Stoupací zkouška před regenerací - studna S3 - Pracejovice					
Číslo měření	čas t(s)	s'(m)	s(m)	s _c (m)	log (t/(t _{pc} +t))
1	0	1,77	0,00	0,00	
2	30	1,74	0,03	0,13	-3,38
3	60	1,72	0,05	0,15	-3,08
4	90	1,69	0,08	0,18	-2,91
5	120	1,66	0,11	0,20	-2,78
6	180	1,61	0,16	0,25	-2,08
7	300	1,52	0,25	0,33	-2,38
8	600	1,31	0,46	0,52	-2,08
9	900	1,14	0,63	0,67	-1,91
10	1200	0,99	0,78	0,81	-1,79
11	1800	0,69	1,08	1,10	-1,61
12	2400	0,60	1,17	1,18	-1,49
13	3000	0,49	1,28	1,29	-1,40
14	3600	0,40	1,37	1,38	-1,32
15	4200	0,34	1,43	1,43	-1,26
16	4800	0,30	1,47	1,47	-1,21
17	5400	0,26	1,51	1,51	-1,16
18	7200	0,18	1,59	1,59	-1,04
19	9000	0,14	1,63	1,63	-0,96
20	10800	0,11	1,66	1,66	0,89
21	12600	0,08	1,69	1,69	-0,83

Čerpací zkouška I. deprese PV			
č. měření	čas t(s)	s' (m)	s(m)
1	0	1,72	0,00
2	180	1,74	0,02
3	300	1,74	0,02
4	600	1,76	0,04
5	900	1,78	0,06
6	1200	1,80	0,08
7	1800	1,83	0,11
8	2700	1,88	0,16
9	3600	1,89	0,17
10	5400	1,94	0,22
11	7200	1,95	0,23
12	10800	2,00	0,28
13	14400	2,00	0,28
14	18900	2,04	0,32
15	22500	2,02	0,30

$$s = -s' + s_i \quad i = 1, \dots, 16$$

PV - pozorovací vrt

Stoupací zkouška po regeneraci - Studna S3 Pracejovice					
Číslo měření	čas t(s)	s'(m)	s(m)	s _c (m)	log (t/(t _{pc} +t))
1	0	2,00	0,00	0,13	
2	60	1,96	0,04	0,17	-3,04
3	120	1,90	0,10	0,22	-2,75
4	180	1,86	0,14	0,26	-2,58
5	240	1,82	0,18	0,30	-2,45
6	300	1,77	0,23	0,34	-2,36
7	600	1,57	0,43	0,51	-2,06
8	900	1,42	0,58	0,64	-1,88
9	1200	1,29	0,71	0,76	-1,76
10	1800	1,09	0,91	0,95	-1,59
11	2700	0,88	1,12	1,14	-1,42
12	3600	0,75	1,25	1,26	-1,30
13	5400	0,59	1,41	1,42	-1,13
14	7200	0,52	1,48	1,48	-1,02
15	10800	0,42	1,58	1,58	0,86
16	14400	0,36	1,64	1,64	-0,76
17	25200	0,26	1,74	1,74	-0,57
18	36000	0,12	1,88	1,88	-0,46
19	82800	0,18	1,92	1,92	-0,26
20	104400	0,02	1,98	1,98	-0,22

Čerpací zkouška I. Deprese PV			
číslo měření	čas t(s)	s' (m)	s(m)
1	0	3,42	0,00
2	120	3,44	0,02
3	180	3,45	0,03
4	240	3,46	0,04
5	300	3,465	0,045
6	600	3,51	0,09
7	900	3,55	0,13
8	1200	3,58	0,16
9	1800	3,63	0,21
10	2700	3,69	0,27
11	3600	3,73	0,31
12	5400	3,78	0,36
13	7200	3,81	0,39
14	10800	3,85	0,43
15	14400	3,89	0,47
16	21600	3,92	0,50

$$s = -s' + s_i$$

$$i = 1, \dots, 16$$

PV - pozorovací vrt

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ

A, B – koeficienty

b – výška zvodnělé vrstvy [L]

C – jednotkový faktor storativity vrtu

C_1, C_2 – integrační konstanty

d – průměr [L]

d_e – efektivní průměr zrna [L]

$-E_i(-u)$ – integrální exponenciální funkce

$f(t)$ – předmět Laplaceovy transformace

F – síla [M.L.T⁻²]

g – tíhové zrychlení [L.T⁻²]

h – piezometrická výška [L]

h_K – kapilární výška [L]

h_{DF} – rychlostní výška filtračního proudění [L]

i – sklon [-]

I_0 – Besselova funkce prvního druhu, nultého řádu

k_p – koeficient propustnosti [L²]

K – hydraulická vodivost [L.T⁻¹]

K_0 – Besselova funkce druhého druhu, nultého řádu

K_1 – Besselova funkce druhého druhu, prvního řádu

L – znak Laplaceovy transformace

m – hmotnost [M]

n – objemová pórovitost

n_a – aktivní pórovitost

n_e – efektivní pórovitost

p – argument Laplaceovy transformace

p – tlak [M.L⁻¹.T⁻²]

Q – objemový průtok, odběr [L³.T⁻¹]

q – specifický průsak [L².T⁻¹]

r – radiální souřadnice [L]

r_p – vzdálenost pozorovacího vrtu od osy odčerpávaného vrtu [L]

r_V – poloměr vrtu [L]

R – dosah depresního kuželu [L]

Re_f – Reynoldsovo filtrační číslo [-]

s – snížení [L]

s_c – opravené snížení pro proudění s volnou hladinou [L]

s_v – snížení vody v odběrovém vrtu [L]

s_w – část snížení připadající na vliv dodatečných odporů [L]

S – koeficient storativity (zásobnosti) [-]

S_a – plocha [L²]

S_s – specifická storativita [L⁻¹]

t – čas [T]

T – koeficient transmisivity (průtočnosti) [L².T⁻¹]

u – argument studňové funkce [-]

v – rychlost [L.T⁻¹]

V – objem [L³]

W – koeficient dodatečných odporů

$W(u)$ – Theisova studňová funkce

x, y, z – pravoúhlé souřadnice [L]

α – stlačitelnost zvodnělé vrstvy

β – úhel

γ – Eulerova konstanta – 0,577216

μ – dynamická viskozita [M.L⁻¹.T⁻¹]

ρ – měrná hmotnost (hustota) [M.L⁻³]

σ – povrchové napětí

σ_{ef} – efektivní napětí [M.L⁻¹.T⁻²]

$\phi_{r,z}$ – piezometrická výška ve vzdálenosti r od osy odčerpávaného vrtu a výšce z nad nepropustným podložím [L]

τ – tangenciální napětí [M.L⁻¹.T⁻²]

Parametry neuvedené v seznamu jsou vysvětleny v textu.

LITERATURA

- [1] Agarwal, R. G., Al-Hussainy, R., and Ramey, H. J. Jr. (1970) An investigation of wellbore storage and skin effect in unsteady liquid flow: I. Analytical treatment. *Trans. Soc. Petroleum Eng. AIME*, 249, p. 279–290. *Trans AIME*.
- [2] Batu, J. (1999) *Aquifer hydraulics: A comprehensive Guide to hydrogeologic data analysis*. John Wiley, New York, 727 p.
- [3] Bayer, W. und Schweiger, K. H. (1960) Bestimmung des entwasserbaren Porenanteils der Grundwasserleiter, *WWT* 19, H. 2.
- [4] Bear, J. (1972) *Dynamics of fluids in porous media*. American Elsevier. New York. 764 p.
- [5] Bear, J. (1979) *Hydraulics of ground water*. New York.
- [6] Cooper, H. H. Jr. and Jacob, C. E. (1946) A generalized graphical method for evaluating formation constants and summarizing well-field history. *Transactions, American Geophysical Union*, 27, p. 526–534.
- [7] Darcy, H. (1856) *Les Fontaines Publiques de la Ville Dijon*. Dalmont, Paris, France.
- [8] Dietz, D. N. (1943) De toepassing van invloedsfuncties bij het berekenen van de verlagings van het grondwater ten gevolge van wateronttrekking. *Watre*, Vol. 27 (6), p. 51–54.
- [9] Dudgeon, C. R. and Huyakorn, P. S. (1976) Effects of Near-well Permeability Variation on Well Performance. *Un. of New South Wales*.
- [10] Dudgeon, C. R. and Huyakorn, P. S. (1976) Investigation of two-regime well flow. *J. of the Hydr. Div., HY-9*.
- [11] Earlougher, R. C. Jr. and Kersch, K. M. (1974) Analysis of Short-Time Transient Test Data by Type-Curve Matching. *JPT*.
- [12] Earlougher, R. C. Jr. (1977) *Advances in well test analysis*. Monograph series. SPE of AIME. Dallas.
- [13] Ferris, J. G., Knowles, D. B., Brown, R. H., and Stallman, R. W. (1962) Theory of aquifer tests. *U. S. Geological Survey Water Supply Paper 1536-E*, p. 69–174.
- [14] Fetter, C. W. (1994) *Applied Hydrogeology*. Third edition. Prentice-Hall, Englewood Cliffs. New Jersey. 691 p.
- [15] Fousek, M., Hampel, J., Hlaváček, V. a Pech, P. (1982) Regenerace spouštěné studny S 3 v prameništi Pracejovice. *ZČ 86/82. Vodní zdroje, Praha*.
- [16] Freeze, R. A., and Cherry, J. A. (1979) *Groundwater*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs. New Jersey. 390 p.
- [17] Hantush, M. S. (1966) *Hydraulics of wells*. *Advances in Hydrosience*, edited by Ven Te Chow, Academic Press, New York, p. 281–442.
- [18] Hampel, J., Hlaváček, V. a Pastuszek, F. (1980) *Provoz a údržba jímacích zařízení. RÚ TPRVH D9-3, Vodní zdroje, Praha*.
- [19] Hálek, V. a Švec, J. (1973) *Hydraulika podzemní vody*. Academia Praha.
- [20] Hálek, V. a Švec, J. (1979) *Groundwater Hydraulics*. Academia Praha.
- [21] Horne, R. N. (1990) *Modern well test analysis – A computer aided approach*. Petroway, Inc., p. 185.
- [22] Horner, D. R. (1967) Pressure buildup in wells. *Proc. Third World Petroleum Cong. The Hague (1951) Sec. 11, 503–523*; also *Pressure analysis methods*. Reprint series SPE, Dallas (1967) 9, p. 25–43.

- [23] Houben, G., Treskakis, Ch. (2007) Water well rehabilitation and reconstruction. McGraw Hill. New York, p. 391.
- [24] Hurst, W. (1953) Establishments of the skin effect and its impediment to fluid flow to a wellbore. Petr. Eng. Inst. 25, Dallas.
- [25] Charbeneau, R. J. (2006) Groundwater hydraulics and pollutant transport. Waveland Press, Long Grove, Illinois, 593 p.
- [26] Chu, W. C., Garcia-Rivera, J. and Raghavan, R. (1980) Analysis of interference test data influenced by wellbore storage and skin at the flowing well. JPT. Trans AIME, 249 p.
- [27] Jacob, C. E. (1946) Drawdown Test to Determine Effective Radius of Artesian Well. Proc. Amer. Soc. Civ. Eng., Vol. 72, No. 5.
- [28] Jargon, J. R. (1976) Effect of wellbore storage and wellbore damage at the active well on interference test analysis. J. Pet. Technology, p. 851–858.
- [29] Jetel, J. (1982) Určování hydraulických parametrů hornin hydrodynamickými zkouškami ve vrtech. ÚÚG Praha.
- [30] Jetel, J. (1985) Metody regionálního hodnocení hydraulických vlastností hornin. ÚÚG Praha.
- [31] Karanjac, J. (1972) Well Losses Due to Reduced Formation Permeability. Ground Water, Vol. 8, No 4.
- [32] Kresic, N. (2006) Hydrogeology and groundwater modeling. CrC Press, 807 p.
- [33] Kruseman, G. P. and de Ridder, N. A. (1990) Analysis and evaluation of pumping test data. International Institute for Land Reclamation and Improvement, Wageningen, The Netherlands, 377 p.
- [34] Lee, J. (1982) Well Testing. SPE Textbook. Vol 1.
- [35] McWhorter, D. B. and Sunada, D. K. (1977) Groundwater Hydrology and Hydraulics. Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado.
- [36] Moench, A. F. (1995) Convergent radial dispersion on a double-porosity aquifer with fracture skin – Analytical solution and application for a field experiment in fracture chalk. Water Resour. Res., 31, p. 1823–1835.
- [37] Mucha, I. (1973) Zásady racionálneho hydrogeologického prieskumu čerpacími skúškami. PFUK.
- [38] Mucha, I. (1987) Hydraulika podzemných vod. SNTL Praha.
- [39] Muskat, M. (1937) The flow of homogeneous fluids through porous media. McGraw Hill, New York, 763 p.
- [40] Novotný, R. and Pech, P. (2005) Analytical solutions for well drawdown with well losses. 2. Real well near boundary – solution by image well. J. of Environmental Hydrology. Vol. 13., Paper 28.
- [41] Odeh, A. S. and Jones, L. G. (1965) Pressure drawdown analysis, variable-rate case. J. Pet. Technology. Trans., AIME 234, p. 960–964.
- [42] Pech, P. (1987) Vyhodnocování vlivu dodatečných odporů na jímacím vrtu. Vodní hospodářství, řada A, č. 12.
- [43] Pech, P. (1988) Nestacionární proudění kapaliny k úplnému „reálnému“ vrtu s napjatou hladinou. Vodohospodársky časopis, 36, č. 1, p. 71–85.
- [44] Pech, P. (2003) Determination of the skin factor in the early portion of an aquifer test. J. Environ. Hydrology, vol. 11, p. 1–9.

- [45] Pech, P. (2004) Modelování transportu znečištění v podzemních vodách na lokalitě Praha-Šeberov. *Soil and Water*, 3, s.141–154. ISSN 1213-8673.
- [46] Pech, P. and Novotný, R. (2005) Analytical solutions for well drawdown with well losses. 1. Multiple well system near boundary. *J. of Environmental Hydrology*. Vol 13, Paper 23.
- [47] Pech, P. (2010) Využití stoupacích zkoušek k vyhodnocení účinku regenerace vrtů. *VTEI*, ročník 52, mimořádné číslo I, s. 23–25.
- [48] Polubarinova-Kochina, P. Ya. (1962) *Theory of ground water movement*. Translated from the Russian by R. J. M. De Wiest, Princeton University Press, Princeton, New Jersey. 613 p.
- [49] Raghavan, R. (1980) The Effect of Producing Time on Type Curve Analysis. *JPT*.
- [50] Raghavan, R. and Tongpenyai, I. (1981) The Effect of Wellbore Storage and Skin on Interference Test Data. *JPT*.
- [51] Ramey, H. J. Jr. (1970) Short-time well test data interpretation in the presence of skin effect and wellbore storage. *J. Pet. Tech.*, Jan., 97.
- [52] Ramey, H. J. Jr. and Cobb, W. M. (1971) A general pressure buildup theory for a well in a closed circular drainage area. *J. Pet. Technology, Trans. AIME*, 251, p. 1493–1501.
- [53] Rektorys, K. a kol. (1968) *Přehled užité matematiky*. SNTL. Praha.
- [54] Rivera, J. G. and Raghavan, R. (1979) Analysis of Short-Time Pressure Data Dominated by Wellbore Storage and Skin. *JPT*.
- [55] Schwartz, F. W. and Zhang, H. (2003) *Groundwater*. John Wiley, p. 583.
- [56] Skempton, A. W. (1961) Effective stress in soils, concrete and rocks. Conference on pore pressures and suction in soils. Butterworth, London, p. 4–16.
- [57] Stehfest, H. (1970) Algorithm 368 numerical inversion of Laplace transforms D-5. *Comm. of the ACM* No 1.
- [58] Sterret, R. J. (2007) *Groundwater and wells*. Johnson screens, New Brighton, p. 812.
- [59] Strack, O. D. L. (1989) *Groundwater Mechanics*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- [60] Terzaghi, K. (1925) *Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage*. Franz Deuticke, Wien.
- [61] Theis C. V. (1935) The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using groundwater storage. *Am. Geophys. Union Trans.*, Vol. 16, p. 519–524.
- [62] Todd, D. K. and Mays L. W. (2005) *Groundwater Hydrology*. Third Ed., Wiley, New York.
- [63] Valentová, J. (1994) *Hydraulika podzemní vody*. ČVUT Praha.
- [64] Van Everdingen, A. F. (1953) The skin effect and its influence on the productive capacity of a well. *Trans AIME*, Vol. 198, p. 171–176.
- [65] Walton, W. C. (1970) *Groundwater Resource Evaluation*. McGraw-Hill, New York.
- [66] Ward, J. C. (1964) *Turbulent Flow in Porous Media*. JHD, HY-5.
- [67] Wei Chun Chu, Garcia-Rivera, J., and Raghavan, R. (1980) Analysis of Interference Test Data Influenced by Wellbore Storage and Skin at the Flowing Well. *JPT*.
- [68] Van Everdingen, A. F. and Hurst, W. (1949) The application of the Laplace transformation to flow problems in reservoirs. *J. of Petroleum Technology*, Vol. 1, No. 12, *Petrol Trans AIME*, Vol. 186.

Vydala Česká zemědělská univerzita v Praze ve Výzkumném ústavu vodohospodářském
T. G. Masaryka, v.v.i., v edici Práce a studie jako sešit 201

Praha 2010

Vydání první

Počet stran 104

Náklad 300 výtisků

Odpovědný redaktor: Mgr. Josef Smrťák

Návrh obálky a tisk: TAG Michal Korecký

ISBN 978-80-87402-04-7