

HYDROMECHANIKA

Rozsah : 2/1 z,zk, semestr: 3

Katedra vodního hospodářství a environmentálního modelování

Garant předmětu : Radek Roub

FLE – MCEV II, D439

Tel. 224 382 153, 737 483 840, e-mail: roub@fzp.czu.cz

Konzultační hodiny: Pondělí 11:00 – 12:00

Cvičení: Radek Roub

Požadavky ke zkoušce:

- zápočet

Zkouška: písemný test + ev. ústní

HYDROMECHANIKA

Nauka o rovnováze a pohybu (proudění) kapalin a o vzájemném působení kapalin a tuhých těles. Hydromechanika, zaměřená především na řešení technických úloh (zejména vodohospodářských) se nazývá HYDRAULIKA.

Hydromechanika se dělí na dvě základní části: HYDROSTATIKU a HYDRODYNAMIKU.

HYDROSTATIKA

Nauka, která se zabývá kapalinami v klidu.

HYDRODYNAMIKA

Nauka, která se zabývá zákony pohybu kapalin.

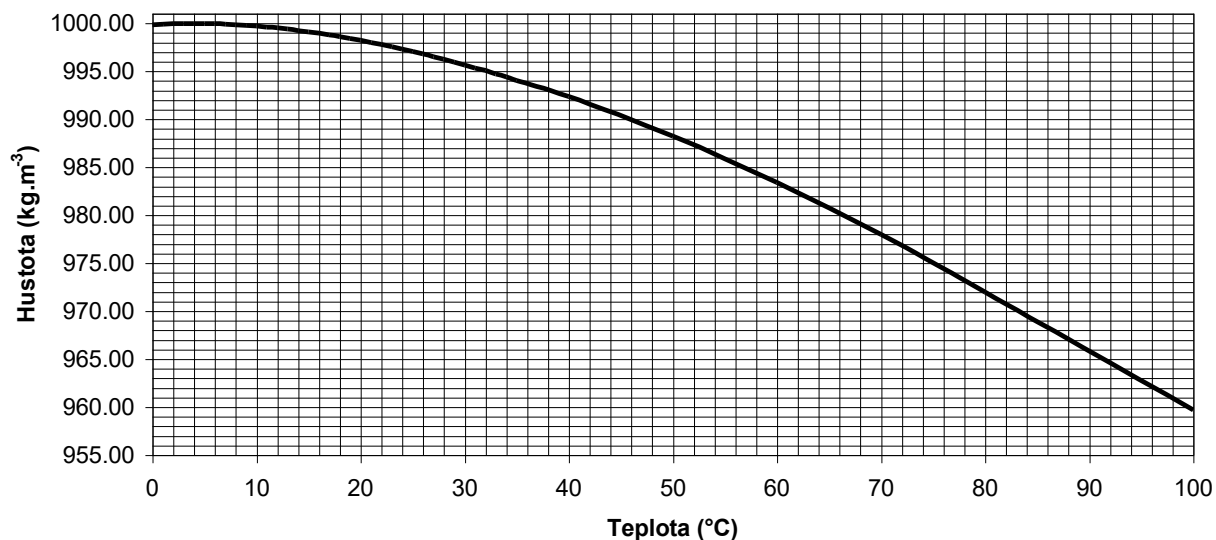
FYZIKÁLNÍ VLASTNOSTI KAPALIN

Hustota (měrná hmotnost)

hmotnost objemové jednotky kapaliny.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (\text{kg.m}^{-3}), \text{ kde } m \text{ je hmotnost a } V \text{ je objem.} \quad (1.1)$$

Hustota kapalin se zmenšuje se vzrůstající teplotou. Výjimkou je voda, jejíž hustota se při teplotách 0°C až 4°C se vzrůstem teploty zvětšuje (objem se zmenšuje) a teprve dalším zahříváním se hustota zmenšuje a objem se zvětšuje (obr. 1.1).



Obr. 1.1: Vliv teploty na hustotu vody

Tyto změny platí při konstantním tlaku p . Změna hustoty vlivem změny vnějšího tlaku se projevuje stlačitelností. Ve vodohospodářské praxi uvažujeme $\rho_{\text{vody}} = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$.

Měrný objem

objem připadající na jednotku hmotnosti, tj. převrácená hodnota hustoty.

$$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} \quad (\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}) \quad (1.2)$$

Hodnoty měrného objemu vody, rtuti a nasycené vodní páry jsou uváděny v podrobných fyzikálních tabulkách.

Měrná tíha

tíha objemové jednotky kapaliny.

$$\gamma = \frac{G}{V} = \frac{mg}{V} \quad (\text{N} \cdot \text{m}^{-3}) \quad (1.3)$$

V praktických výpočtech se uvažuje tíhové zrychlení g normální hodnotou $g = 9,80665 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, po zaokrouhlení $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Měrná tíha vody teplé 4°C při normálním atmosférickém tlaku se uvažuje hodnotou $9810 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}$.

Objemová roztažnost kapalin (tepelná roztažnost kapalin)

schopnost měnit svůj objem se zvyšováním teploty podle vztahu:

$$V = V_0(1 + \beta \Delta T) \quad (1.4)$$

kde ΔT je teplota ve $^{\circ}\text{C}$, V_0 je počáteční objem, β je součinitel tepelné objemové roztažnosti, ΔV je přírůstek objemu:

$$\beta = \frac{dV}{V_0 dT}, \text{ případně: } \beta = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta T} \quad (1.5)$$

Objemová stlačitelnost kapalin

schopnost zmenšovat svůj objem při zvýšení tlaku o Δp . Platí vztah:

$$dV = -\beta_p V dp \quad (1.6)$$

Z toho

$$\beta_p = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp} \quad (\text{Pa}^{-1}) \quad (1.7)$$

β_p je součinitel objemové stlačitelnosti. Nejčastěji však počítáme s převrácenou hodnotou β_p , s tzv. modulem objemové pružnosti K .

$$K = \frac{1}{\beta_p} = -V \frac{dp}{dV} \quad (\text{Pa}) \quad (1.8)$$

Viskozita (vazkost)

jako fyzikální vlastnost kapalin se viskozita projevuje při jejich pohybu. Představuje vnitřní odpor kapaliny proti smykové deformaci. Pro newtonské látky vyjadřuje odpory Newtonův zákon viskozity:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (\text{Pa}) \quad (1.10)$$

kde τ je tečné napětí, μ je dynamická viskozita (Pa.s), du/dy je gradient rychlosti (s^{-1}) při proměnné vzdálenosti od stěny y .

V hydraulice se však pro charakteristiku vazkosti častěji používá kinematická viskozita, která je definována jako podíl dynamické viskozity a hustoty kapaliny:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}) \quad (1.11)$$

Pro výpočet kinematické viskozity vody je možné použít empirický vztah podle Poiseuille:

$$\nu = \frac{\nu_0}{1 + 0,0337T + 0,000221T^2} \quad (1.12)$$

kde $\nu_0 = 1,79 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ je kinematická viskozita vody při 0°C , teplota T se dosazuje ve $^\circ\text{C}$.

Povrchové napětí kapalin

volná hladina nebo dělící plocha mezi dvěma nemísicími se kapalinami je ve stavu povrchového napětí. Povrchové napětí je účinek kohézních sil vztažených na jednotku délky uzavřené hranice:

$$\sigma = \frac{dF}{dl} \quad (\text{N} \cdot \text{m}^{-1}) \quad (1.13)$$

Hodnoty povrchového napětí a na volné hladině (styk se vzduchem) jsou uváděny v podrobných fyzikálních tabulkách.

Kapilarita

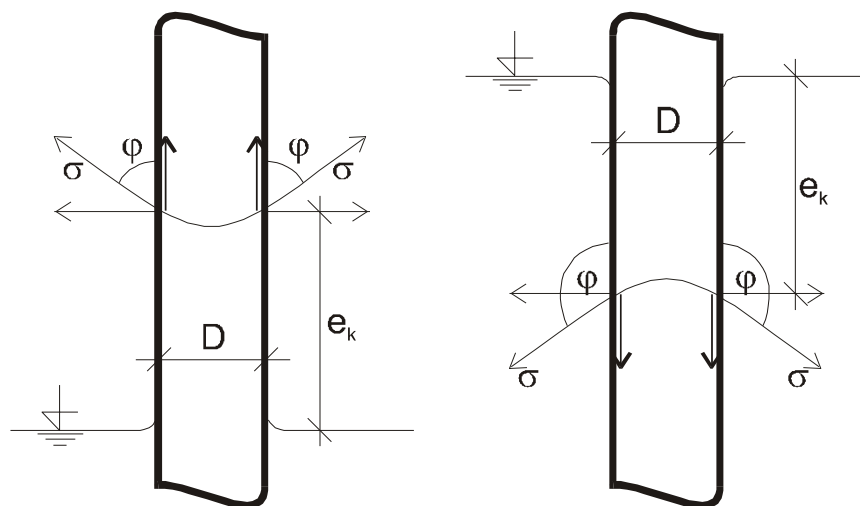
povrchové napětí způsobuje v trubicích malého průměru (v kapilárách) a v tenkých štěrbinách kapilární elevaci, resp. kapilární depresi (obr. 1.2). Hodnota elevace nebo deprese se určí ze vztahu:

$$e_k = \frac{4\sigma \cos \varphi}{\rho g D} \quad (\text{m}) \quad (1.14)$$

kde σ je povrchové napětí, φ je úhel smáčení, D je průměr kapiláry.

V případě, že se meniskus blíží svým tvarem polokouli, jak je tomu při destilované vodě a čistém, nemastném skle, potom $\varphi = 0$ a platí tedy:

$$e_k = \frac{4\sigma}{\rho g D} \quad (\text{m}) \quad (1.15)$$



Obr. 1.2: Kapilární elevace a deprese

Ideální kapalina

při hydraulických výpočtech považujeme často některé fyzikální vlastnosti kapalin za nepodstatné a zanedbáváme je. Při pohybu však nelze zanedbávat viskozitu, která je příčinou odporů. Přesto se však v teoretické hydromechanice někdy předpokládá ideální kapalina a provádí se matematická analýza jejího pohybu, která by pro skutečnou kapalinu byla nezvládnutelná.

Ideální kapalina se definuje jako absolutně nestlačitelná, objemově stálá i při změnách teploty a nevazká, tudíž v ní nepůsobí tečné síly.

Některé vztahy, odvozené pro ideální kapalinu, se dají použít i pro skutečné kapaliny. Nejčastěji je však nutné výsledky takového řešení ověřovat pokusy a měřeními v přírodě a podle nich je upravovat.

HYDROSTATIKA

Tlak v kapalině za klidu

**Hydrostatika se zabývá rovnováhou kapalin a těles do kapalin ponořených.
Síly působící na kapalinu která je v klidu:**

Vnější síly

působí na povrch kapaliny - atmosférický tlak, tlak pístu ...

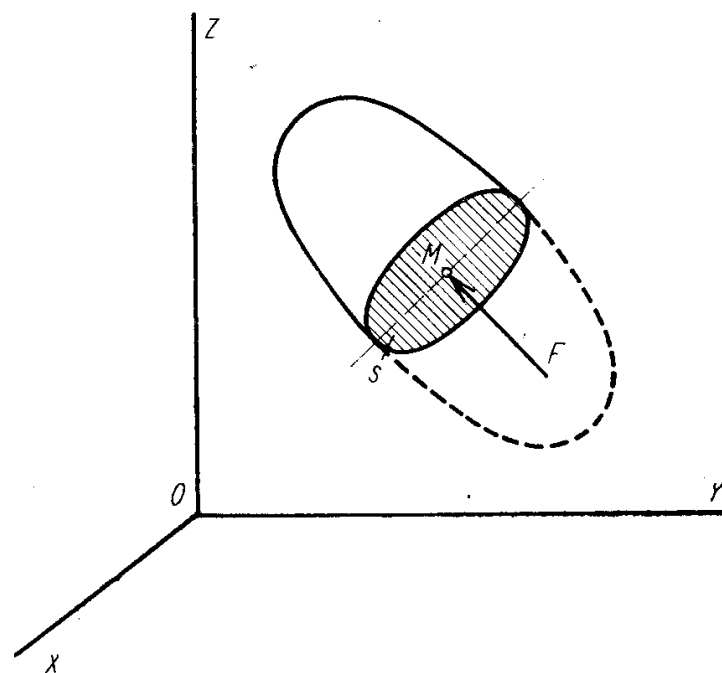
Objemové síly

působí na každý hmotný bod v daném objemu a jsou proto úměrné hmotnosti kapaliny
- odstředivá síla nebo tíha kapaliny...

Vnitřní síly

síly vzájemného působení jednotlivých částí kapaliny.

Výsledkem působení všech těchto sil je obecně pohyb.
Kapalina je v klidu v případě, že je výslednice nulová.



Síla působící na kapalinu v klidu

Síly, které působí na libovolnou rovinnou plochu v kapalině za klidu, musí být na tuto plochu kolmé.

Průměrný tlak v uvažované ploše

$$p = \frac{F}{S} \quad (\text{N.m}^{-2}, \text{Pa})$$

Tlak v bodě kapaliny

$$p = \lim_{S \rightarrow 0} \left(\frac{F}{S} \right) = \frac{dF}{dS}$$

Tlak p v libovolném bodě je funkcí polohy bodu M :

$$p = f(x, y, z)$$

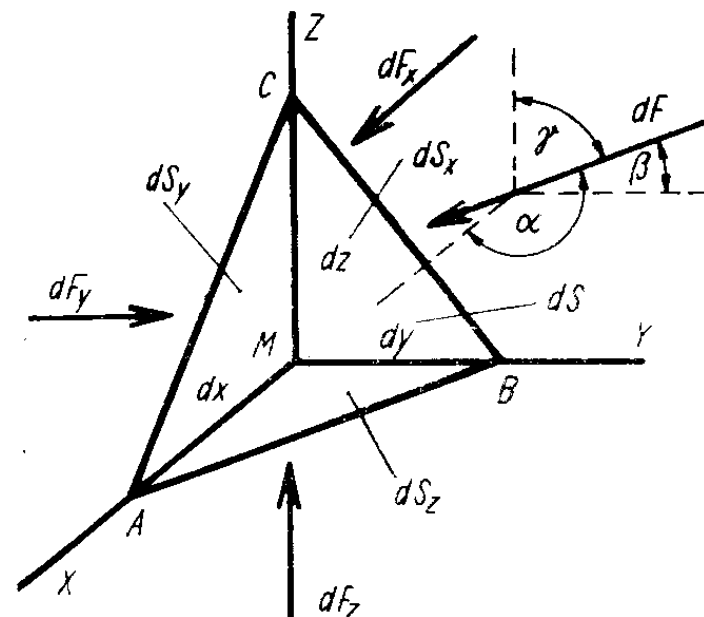
Síly na plochy čtyřstěnu:

$$dF_x = p_x dS_x$$

$$dF_y = p_y dS_y$$

$$dF_z = p_z dS_z$$

$$dF = p dS$$



Podmínky rovnováhy ve směru souřadnicových os:

$$dF_x - dF \cos \alpha = 0, dF_y - dF \cos \beta = 0, dF_z - dF \cos \gamma = 0$$

Dosazením za tlakové síly:

$$p_z dS_z - p dS \cos \alpha = 0, p_y dS_y - p dS \cos \beta = 0, p_z dS_z - p dS \cos \gamma = 0$$

Dále pak:

$$p_x dS \cos \alpha - p dS \cos \alpha = 0 \Rightarrow p_x = p$$

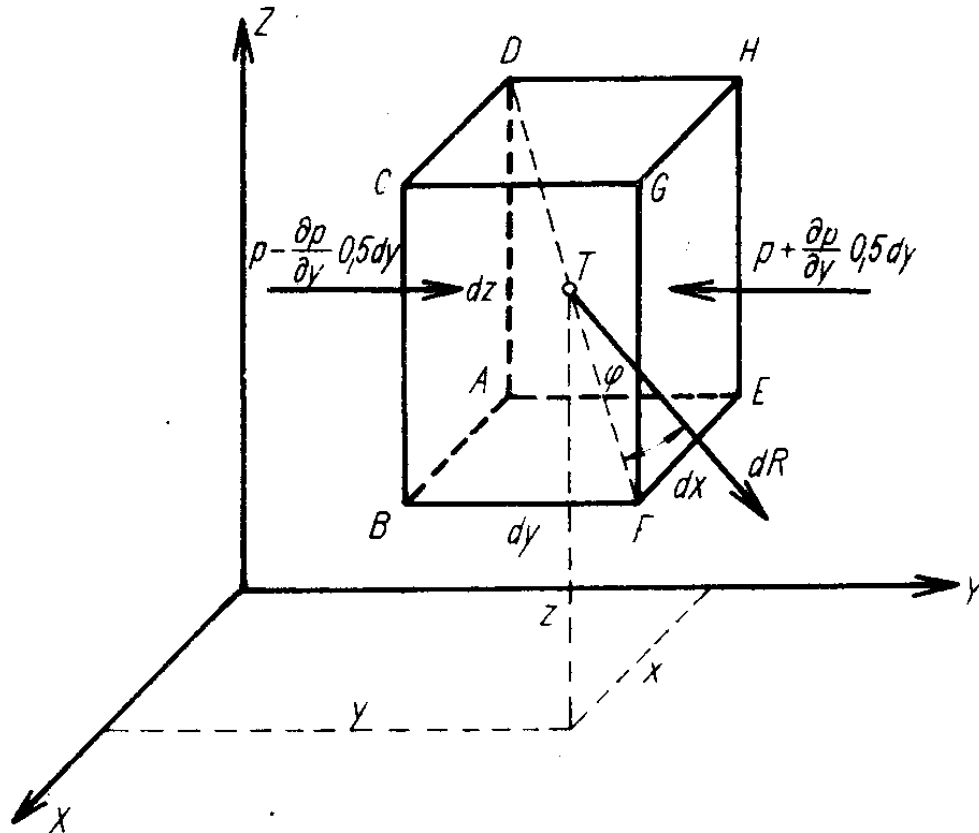
$$p_y dS \cos \beta - p dS \cos \beta = 0 \Rightarrow p_y = p$$

$$p_z dS \cos \gamma - p dS \cos \gamma = 0 \Rightarrow p_z = p$$

$$p_x = p_y = p_z = p$$

Tlak v libovolném bodě kapaliny, která je v klidu, je ve všech směrech stejný.

Eulerova diferenciální rovnice rovnováhy v kapalině



Tlakové síly

Tlak na stěnu EFGH hranolku vody:

$$p + \frac{\partial p}{\partial y} 0,5dy$$

Tlak na stěnu ABCD hranolku vody:

$$p - \frac{\partial p}{\partial y} 0,5dy$$

Podobně se vyjádří i tlaky ve směru ostatních os.

Objemové síly

Výslednice objemové síly

$$dR = a dm$$

dm ... hmotnost kapaliny v hranolku
a ... zrychlení

Podmínka rovnováhy ve směru osy Y:

$$\left(p - \frac{\partial p}{\partial y} 0,5dy \right) dx dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial y} 0,5dy \right) dx dz + a_y \rho dx dy dz = 0$$

a_y ... průmět silového zrychlení ve směru osy y a tím je $dR_y = a_y dm$

Po úpravě a doplnění o složky ve směru X a Z dostaneme obecnou podmínku rovnováhy v kapalině, kterou odvodil [Leonhard Euler](#):

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho a_x, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \rho a_y, \quad \frac{\partial p}{\partial z} dz = \rho a_z,$$

Vynásobením první rovnice dx, druhé dy a třetí dz a sečteme dostaneme:

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz = \rho (a_x dx + a_y dy + a_z dz)$$

ρ ... hustota (měrná hmotnost) kapaliny

dx, dy, dz ... složky elementárního posunu

a_x, a_y, a_z ... složky zrychlení objemových sil působících na hranol

Levá strana rovnice je úplný diferenciál dp a představuje celkový diferenciální přírůstek tlaku při přechodu z bodu D po uhlopříčce do bodu F.

Výsledkem je tedy **Eulerova diferenciální rovnice rovnováhy v kapalině**:

$$dp = \rho(a_x dx + a_y dy + a_z dz)$$

Označíme-li úhel φ jako úhel, který svírá směr objemové síly se směrem posunu, bude práce vykonaná při posunu dána rovnicí:

$$dp = \rho(a_x dx + a_y dy + a_z dz) = \rho a ds \cos \varphi$$

dx, dy, dz ... složky elementárního posunu

$\rho a_x, \rho a_y, \rho a_z$... složky vnější síly působící na jednotku objemu kapaliny

$\rho a_x dx, \rho a_y dy, \rho a_z dz$... elementární práce vykonané jednotlivými vnějšími silami při posunech ve směru příslušných os, jejich součet vyjadřuje celkovou práci při posunu ve směru uhlopříčky na dráze ds

Přírůstek tlaku v kapalině za rovnováhy se rovná práci složek objemové síly připadající na hmotnost objemové jednotky kapaliny při uvažovaném elementárním posunu.

Hladinové (rovňové) plochy

Plochy, ve kterých je stálý statický tlak. Při posunu po takové ploše je přírůstek tlaku $dp = 0$.

Rovnice hladinové plochy:

$$dp = \rho(a_x dx + a_y dy + a_z dz) = \rho a ds \cos \varphi = 0$$

V rovnici může být fyzikálně jedině $\cos \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 90^\circ$. To znamená, že **hladinová plocha musí být všude kolmá ke směru výsledného zrychlení**.

Tlak v kapalině, na niž působí pouze gravitační síla země

Ve směru kladné osy Z působí zrychlení $g \Rightarrow$

$$a_x = 0, a_y = 0, a_z = g$$

dosazením do rovnice hladinové plochy získáme:

$$dp = \rho g dz$$

pro konstantní ρ a g

$$\int dp = \int \rho g dz$$

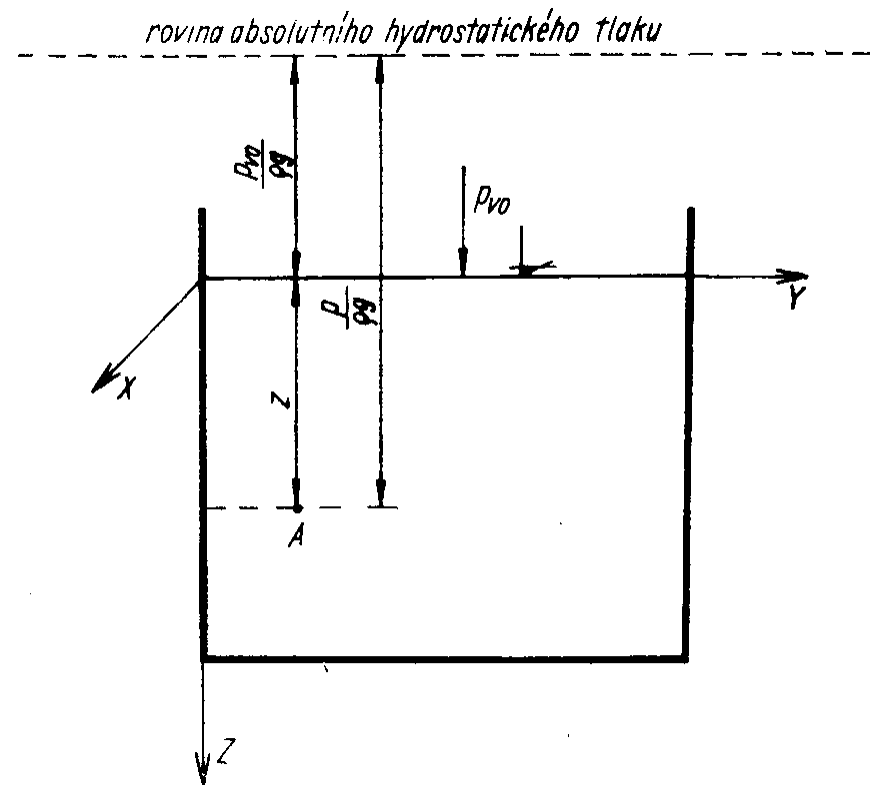
dostaneme po integraci

$$p = \rho g z + C$$

Integrační konstanta se získá z okrajových podmínek pro $z=0$

$$p = C = p_{v0}$$

p_{v0} ... konstantní vnější tlak na povrchu kapaliny



Hydrostatický tlak v hloubce h

$$p = \rho gh$$

Celkový statický tlak v hloubce h

$$p_s = p_{v0} + \rho gh$$

kde p_v je vnější tlak na hladinu. Vydělením rov. ρg dostaneme vyjádření v tlakových výškách:

$$\frac{p_s}{\rho g} = \frac{p_{v0}}{\rho g} + h$$

Veličina $p/\rho g$ má délkový rozměr a nazývá se tlaková výška; tlak lze převést na výšku sloupce kapaliny a tím ho graficky znázornit, nebo je možné ho sloupcem kapaliny měřit. Při volné hladině vnější tlak $p_{v0} = p_a$, kde p_a je atmosférický tlak, což je nejčastější tlak okolního prostředí.

Normální atmosférický tlak

smluvená střední hodnota atmosférického tlaku na mořské hladině:

$$p_n = 1,0132472 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Přetlak p_p

rozdíl tlaku statického a atmosférického:

$$p_p = p_s - p_a, \text{ když } p_s > p_a$$

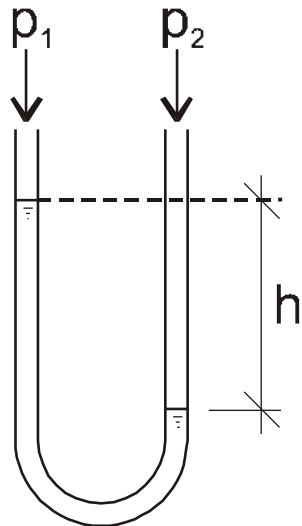
Podtlak p_{va}

rozdíl tlaku atmosférického a statického:

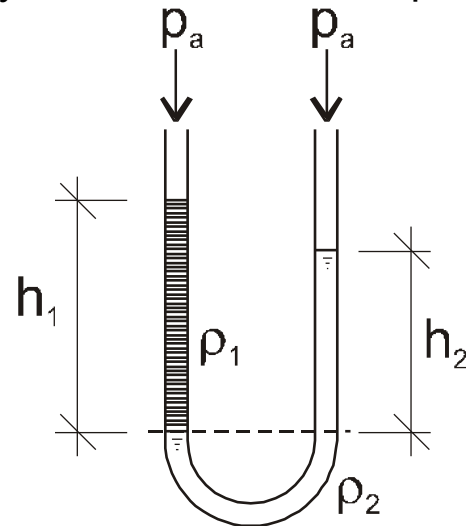
$$p_{va} = p_a - p_s, \text{ když } p_s < p_a$$

Spojité nádoby

Spojité nádoby se řeší sestavením rovnice tlakové rovnováhy ke zvolené rovnové ploše



$$p_1 + \rho gh = p_2$$



$$\rho_1 gh_1 = \rho_2 gh_2$$

Pascalův zákon

Pascalův zákon vyjadřuje, že tlak v kapalině, která je v klidu, se šíří všemi směry stejnoměrně:

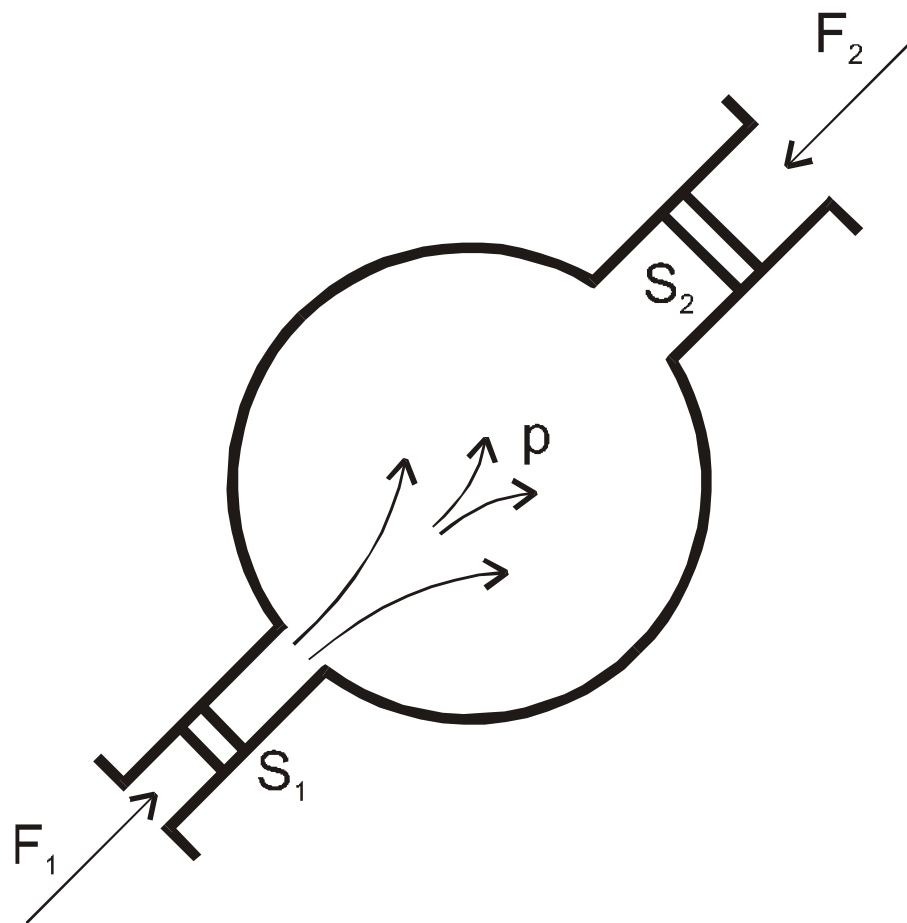
$$F_1 = pS_1, F_2 = pS_2$$

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

Tento vztah platí při zanedbání ρgh , ztrát třením v ucpávkách pístů atd. Jejich vliv bychom zavedli pomocí účinnosti η (hodnota účinnosti nabývá hodnot 0,75 - 0,85):

$$\eta \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

Pascalův zákon se v praxi využívá u hydraulických strojů, lisů, k ovládání strojů. Jako kapalina k náplni se nejčastěji používá olej.



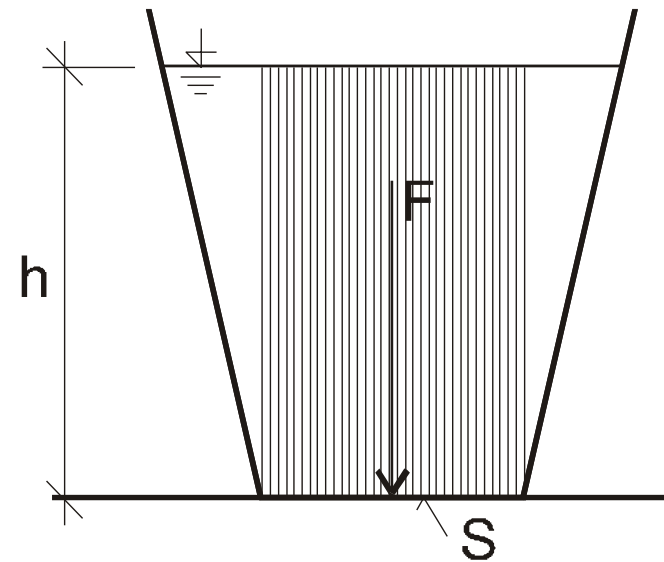
Hydrostatická síla

Hydrostatická síla vzniká působením hydrostatického tlaku na plochu. Na tuto plochu působí vždy kolmo.

Hydrostatická síla na rovinnou, vodorovnou plochu

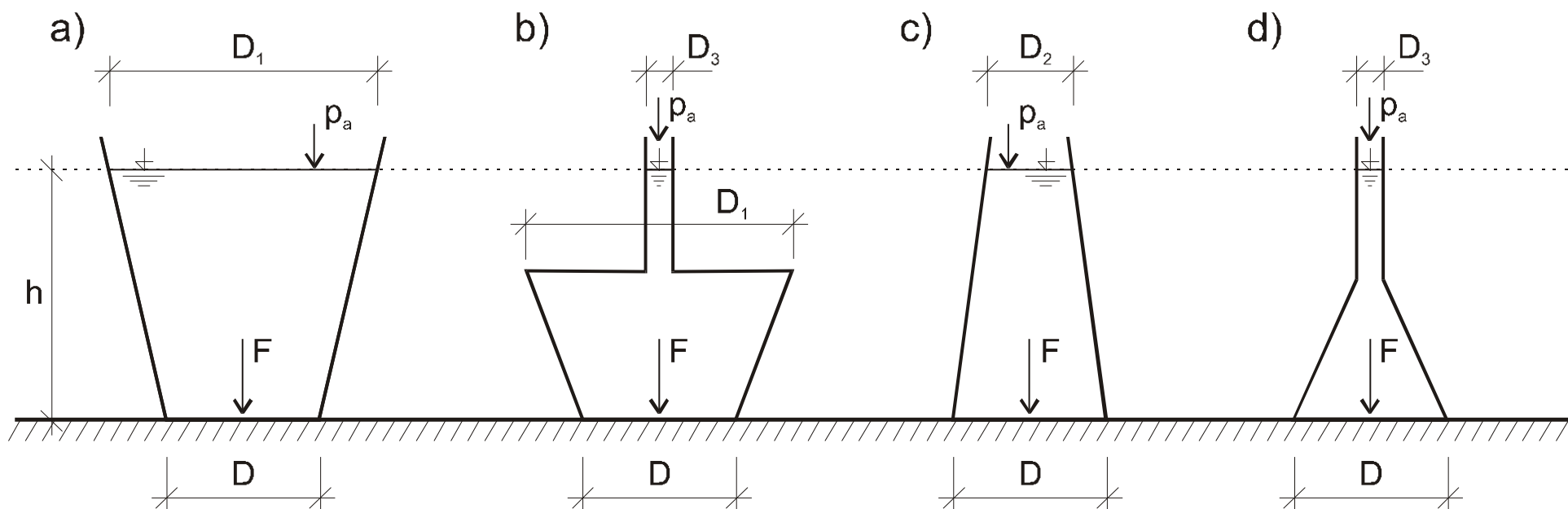
$$F = \rho g h S = \rho g V_{ZT}$$

kde V_{ZT} je objem zatěžovacího tělesa a S je tlačená plocha. **Hydrostatická síla se rovná tíze sloupce kapaliny, jehož základnou je tlačená plocha a výškou hloubka plochy pod hladinou**, tj. rovná se tíze zatěžovacího tělesa. Hydrostatická síla působí vždy v těžišti zatěžovacího tělesa.

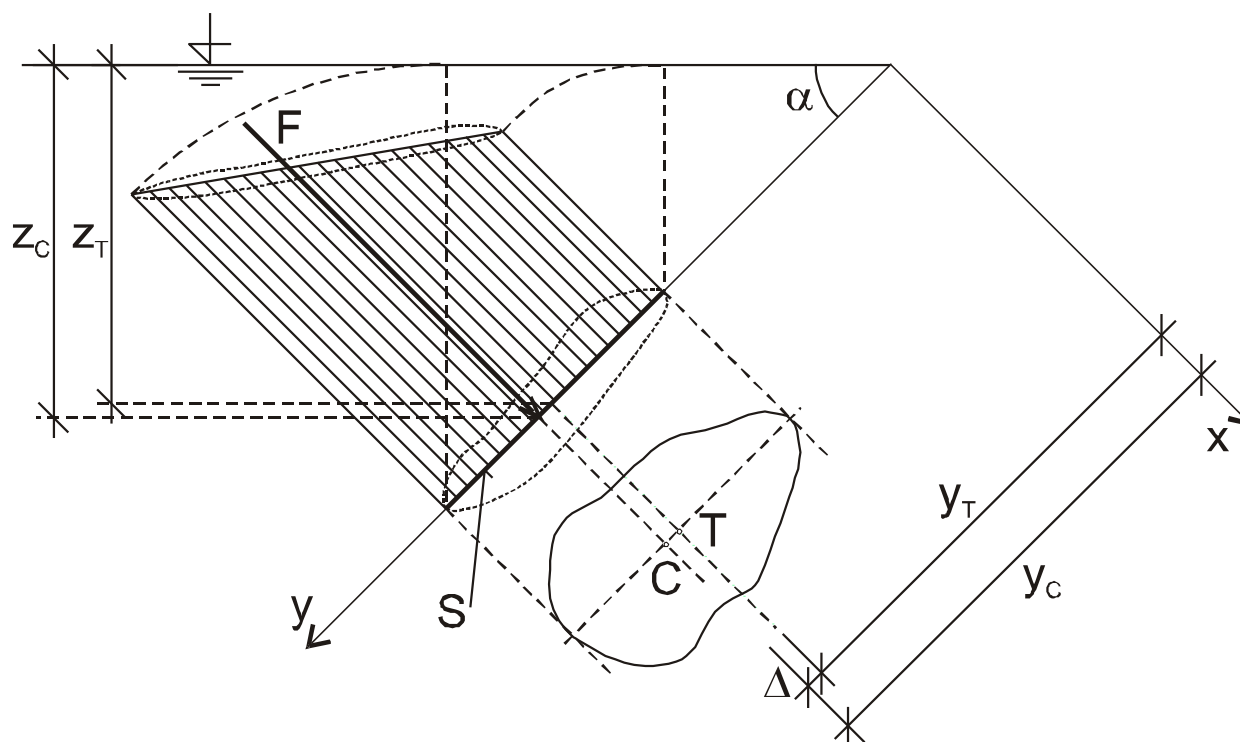


Hydrostatické paradoxon

Na dno nádob různých tvarů působí stále stejná hydrostatická síla. Nezáleží tedy na skutečné tíze kapaliny, která může být i menší než hydrostatická síla na dno. Tento poznatek nazýváme hydrostatické paradoxon.



Hydrostatická síla na rovinnou, šikmou plochu



$$F = \rho g z_T S$$

kde z_T je hloubka těžiště zatěžované plochy pod hladinou. **Hydrostatická síla je opět dána tíhou zatěžovacího tělesa, tj. tíhou sloupce kapaliny, jehož základnou je zatěžovaná plocha a jeho výška vyplývá ze znázornění průběhu hydrostatického tlaku.**

Hydrostatická síla opět působí v těžišti zatěžovacího tělesa, tj. působíště hydrostatické síly C je pod těžištěm zatěžované plochy T ve vzdálenosti:

$$\Delta = \frac{I_0}{S y_T}$$

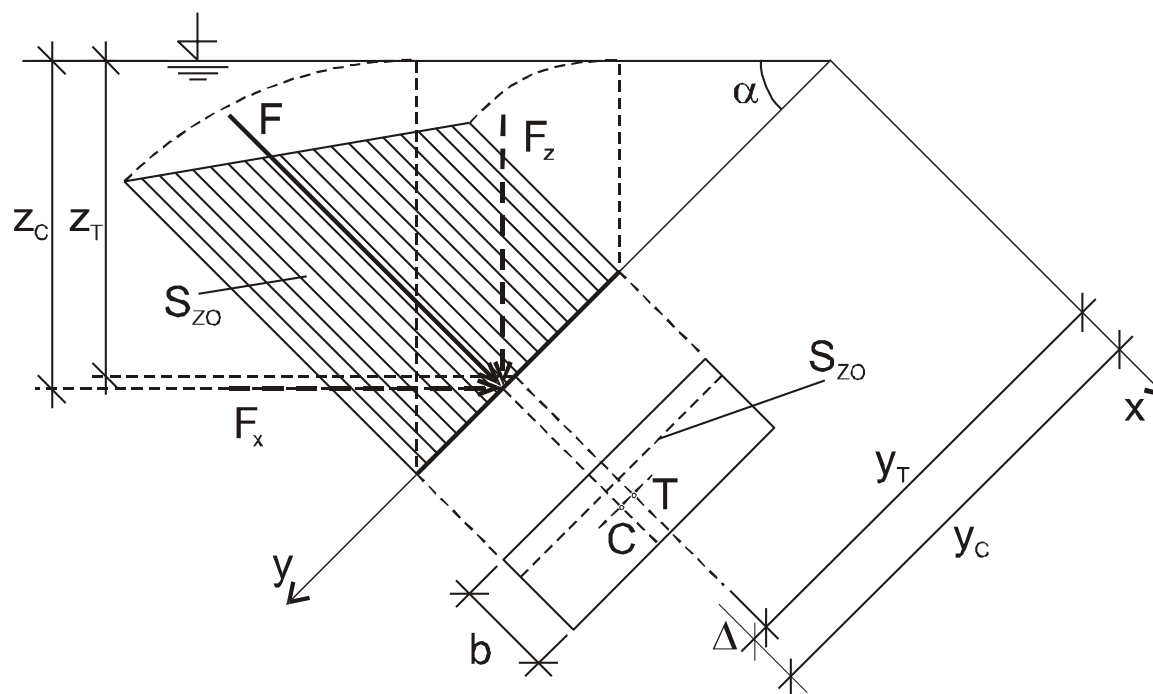
kde I_0 je moment setrvačnosti k těžišťové ose o (u pravidelných obrazců).

Je-li zatěžovanou plochou obdélník nebo čtverec, je možné objem zatěžovacího tělesa počítat jako součin řezu tímto tělesem a šířky tohoto tělesa.

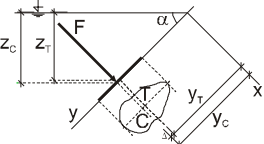
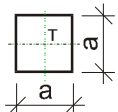
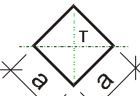
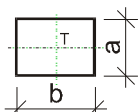
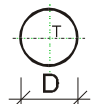
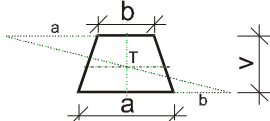
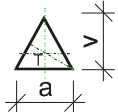
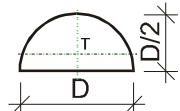
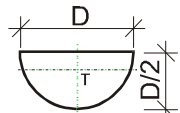
Hydrostatická síla pak je

$$F = \rho g b S_{z0}$$

kde b a S_{z0} jsou patrné z obr. Řez zatěžovacím tělesem je tzv. zatěžovací obrazec a S_{z0} je plocha zatěžovacího obrazce. Hydrostatická síla působí v jeho těžišti.



Tab. 2.2.1: Veličiny k výpočtu hydrostatické síly

<p>Tvar plochy</p> 	<p>Obsah plochy $S \text{ (m}^2\text{)}$</p>	<p>Moment setrvačnosti $I_0 \text{ (m}^4\text{)}$</p>	<p>Hloubka působíště síly $y_c \text{ (m)}$</p>
	a^2	$\frac{1}{12}a^4$	$h + \frac{a}{2} + \frac{a^2}{6(2h + a)}$
	a^2	$\frac{1}{12}a^4$	$h + \frac{\sqrt{a}}{2} + \frac{a^2}{6(2h + \sqrt{a})}$
	a^2	$\frac{1}{12}ba^3$	$h + \frac{a}{2} + \frac{a^2}{6(2h + a)}$
	$\frac{\pi D^2}{4}$	$\frac{\pi D^4}{64}$	$h + \frac{D}{2} + \frac{D^2}{8(2h + D)}$
	$\frac{v}{2}(a + b)$	$v^3 \frac{(a + b)^2 + 2ab}{36(a + b)}$	$h + \frac{vk'}{3k} + \frac{v^2(k^2 + 2ab)}{6k(3k + vk')}$ $k = a + b, k' = 2a + b$
	$\frac{av}{2}$	$\frac{1}{36}av^3$	$h + \frac{2}{3}v + \frac{v^2}{6(3h + 2v)}$
	$\frac{\pi D^2}{8}$	$\left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi}\right) \frac{D}{16}$	$h + 0,288D + \frac{0,0175D^2}{h + 0,228D}$
	$\frac{\pi D^2}{8}$	$\left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi}\right) \frac{D}{16}$	$h + 0,212D + \frac{0,0175D^2}{h + 0,212D}$

U některých příkladů je výhodné rozložit výslednou hydrostatickou sílu do dvou směrů, na vodorovnou a svislou složku.

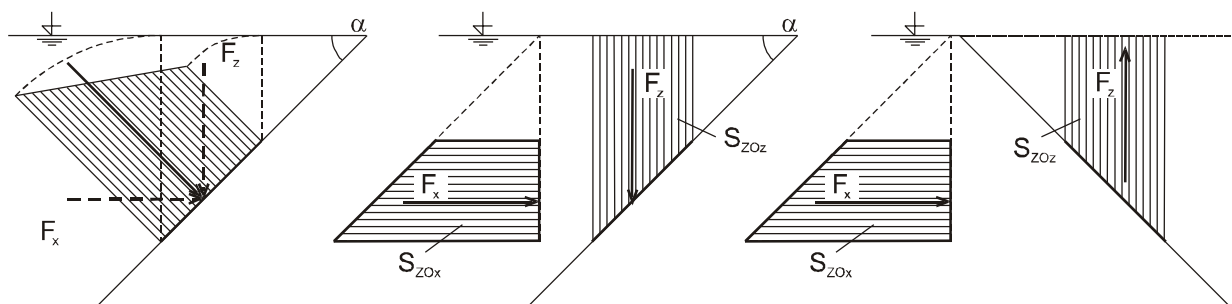
Vodorovná složka hydrostatické síly F_x se rovná hydrostatické síle působící na průmět zatěžované plochy do svislé roviny kolmé k uvažovanému směru.

$$F_x = \rho g S z_T \sin \alpha \quad (2.2.5)$$

kde α je úhel sklonu zatěžované plochy od vodorovné roviny - obr. 2.2.4.

Svislá složka hydrostatické síly F_z se rovná tíze svislého sloupce kapaliny nad zatěžovanou plochou až ke hladině - obr. 2.2.4.

$$F_z = \rho g S z_T \cos \alpha \quad (2.2.6)$$



Obr. 2.2.4

Jsou-li zatěžované plochy obdélníkové nebo čtvercové, můžeme sestavit příslušné zatěžovací obrazce pro jednotlivé složky hydrostatické síly F_x a F_z :

Zatěžovacím obrazcem vodorovné složky hydrostatické síly je zatěžovací obrazec na průmět zatížené plochy do svislé roviny.

Zatěžovacím obrazcem svislé složky hydrostatické síly je sloupec nad zatěžovanou plochou až po hladinu. Síly F_x , F_z působí v těžištích příslušných zatěžovacích obrazců - obr. 2.2.4. Působí-li složka F_z dolů, jedná se o tlak, působí-li F_z vzhůru, jedná se o vztlak.

Velikosti složek hydrostatických sil F_x a F_z jsou podle rovnice (2.2.4) počítány jako

$$F_x = \rho g b S_{zOx} \quad (2.2.7)$$

$$F_z = \rho g b S_{zOz} \quad (2.2.8)$$

Celková hydrostatická síla je dána vztahem:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_z^2} \quad (2.2.9)$$

Řešení hydrostatické síly ze zatěžovacího obrazce pro celkovou hydrostatickou sílu a ze zatěžovacích obrazců pro složky hydrostatické síly je ekvivalentní. Zvolíme vždy ten způsob, který je v daném případě vhodnější a jednodušší.

Hydrostatická síla na rovinnou, svislou plochu

Pro výpočet hydrostatické síly platí rovnice (2.2.5) pro $\alpha = 90^\circ$ a rovnice (2.2.4), resp. rovnice (2.2.7).

Hydrostatická síla na zakřivenou plochu

U zakřivených ploch se hydrostatická síla vyšetří sestavením složek, obvykle dvou kolmých - vodorovné a svislé, a pak jejich složením. V hydrotechnické praxi se nejčastěji vyskytují zakřivené plochy válcové, jejichž tvořící přímky jsou rovnoběžné s hladinou. Hydrostatické síly na tyto plochy se určují stejným způsobem jako u rovinných ploch pomocí dvou složek F_x a F_z - rovnice (2.2.7), (2.2.8). Směr a smysl výsledné síly se určují trigonometrickým výpočtem nebo graficky složkovým obrazcem, působiště se určuje stejně jako u rovinných ploch.

Příklad 2.2.1

Určete velikost a působiště hydrostatické síly F , působící na šikmé čelo cisterny s naftou - obr. 2.2.5. Průměr cisterny $D = 2 \text{ m}$, $\alpha = 60^\circ$, na hladinu působí přetlak $p_p = 30 \text{ kPa}$, $\rho_n = 900 \text{ kg.m}^{-3}$.

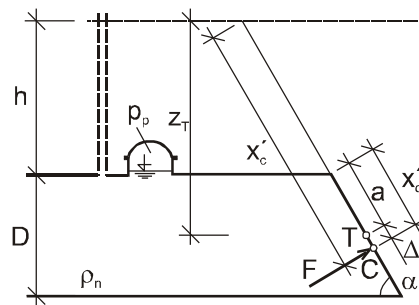
Řešení

Velikost hydrostatické síly:

$$F = \rho_n g S z_T, \quad S = \pi a b$$

$$a = \frac{D}{2 \sin \alpha}, \quad a = 1,15 \text{ m}, \quad b = \frac{D}{2}, \quad b = 1,0 \text{ m}$$

Pro výpočet z_T je třeba určit polohu tlakové čáry (fiktivní volnou hladinu) souřadnicí $h = z_T - D/2$. Přetlak $p_p = \rho_n g h - z$ toho:



Obr. 2.2.5

$$h = \frac{p_p}{\rho_n g}, h = \frac{30000}{900 \cdot 9,81} = 3,4 \text{ m}, F = \rho_n g \pi a b \left(h + \frac{D}{2} \right), \quad F = 140,35 \text{ kN}$$

Působíště hydrostatické síly:

$$x_T = \frac{z_T}{\sin \alpha} = \frac{h + \frac{D}{2}}{\sin \alpha}, x_T = \frac{3,4 + 1}{\sin 60^\circ} = 5,08 \text{ m}, \Delta = \frac{I_o}{S x_T} = \frac{\pi a^3 b}{4 \pi b x_T}, \Delta = 0,066 \text{ m}$$

Příklad 2.2.2

Vypočítejte velikost síly F , potřebné k nadzdvihnutí poklopu, hradícího výpust nádrže s vodou - obr. 2.2.6. Hloubka vody v nádrži $h = 1,0 \text{ m}$, $a = 0,5 \text{ m}$, $\alpha = 60^\circ$, tíha poklopu $G = 1,2 \text{ kN}$. Počítejte na $1 \text{ m}'$ šířky poklopu, tření zanedbejte.

Řešení

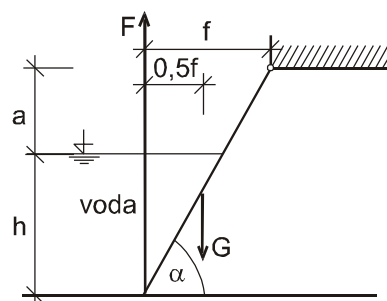
$$\frac{h}{\sin \alpha} = 1,155 \text{ m}, \frac{a}{\sin \alpha} = 0,577 \text{ m}$$

$$L = 1,155 + 0,577 = 1,732 \text{ m}$$

$$f = L \cos \alpha, f = 1,732 \cos 60^\circ = 0,866 \text{ m}$$

Hydrostatická síla na obr. 2.2.7:

$$F' = \rho g \omega = \rho g \frac{h^2}{\sin \alpha} \frac{1}{2}, F' = 1000 \cdot 9,81 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sin 60^\circ} = 5664 \text{ N}$$



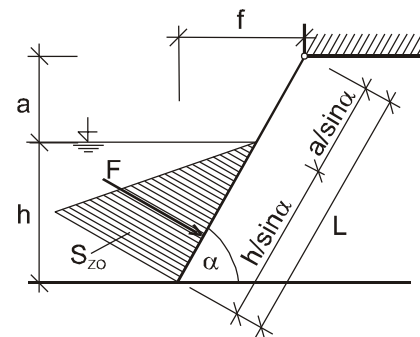
Obr. 2.2.6

Potřebná síla se vypočte z momentové výminky k ose otáčení poklopu:

$$f' = \frac{a}{\sin \alpha} + \frac{2}{3} \frac{h}{\sin \alpha}, f' = 0,577 + \frac{2}{3} 1,155 = 1,347 \text{ m}$$

$$F'f' + G \frac{f}{2} = Ff \Rightarrow F = \frac{F'f' + G \frac{f}{2}}{f}$$

$$F = \frac{5664 \cdot 1,347 + 1200 \cdot 0,433}{0,866} = 9410 \text{ N}$$



Obr. 2.2.7

Příklad 2.2.3

Vypočtete velikost hydrostatické síly F , působící na 1 m' tížné betonové hráze (obr. 2.2.8) a navrhnete sklon vzdušného líce hráze tak, aby hráz byla stabilní proti posunu v základové spáře se součinitelem bezpečnosti $\mu = 1,25$. Součinitel tření $\varphi = 0,7$. Měrná hmotnost betonu $\rho_b = 2400 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

Řešení

Složky hydrostatické síly určíme ze zatěžovacích obrazců podle obr. 2.2.9:

$$F_x = \rho g b S_{ZOx}$$

$$F_x = 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,5 \cdot 60^2 = 17658 \text{ kN}$$

$$F_z = \rho g b S_{ZOz}$$

$$F_z = 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,5 \cdot (45 + 60) = 2575,125 \text{ kN}$$

Tíha hráze:

$$G = \rho_b g (5 \cdot 62 + 0,5 \cdot 5 \cdot 15 + 0,5 \cdot 62^2 \cot g \alpha)$$

$$G = 8181,54 + 45251,57 \cot g \alpha \text{ kN}$$

$$T = \varphi (F_z + G)$$

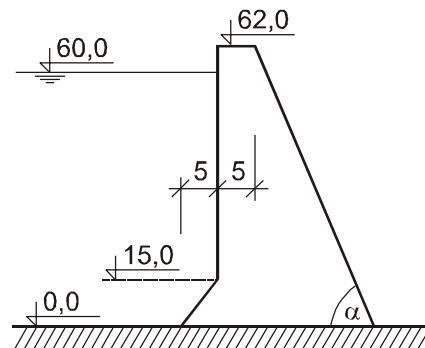
$$T = 0,7 (2575,125 + 8181,54 + 45251,57 \cot g \alpha)$$

$$T = 7529,67 + 31676,1 \cot g \alpha \text{ kN}$$

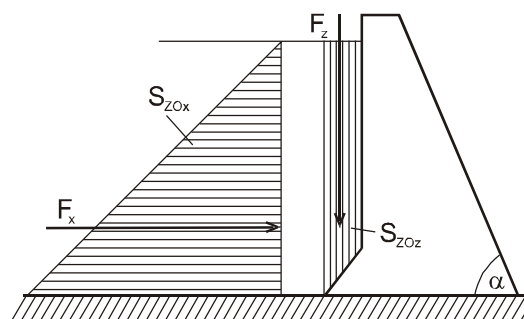
$$\mu F_x = 1,25 \cdot 17658,0 = 22072,5 \text{ kN}$$

$$T \geq \mu F_x$$

$$7529,67 + 31676,1 \cot g \alpha = 22072,5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{31676,1}{14542,83} = 2,17812; \alpha = 65^\circ 20'$$



Obr. 2.2.8



Obr. 2.2.9

Příklad 2.2.4

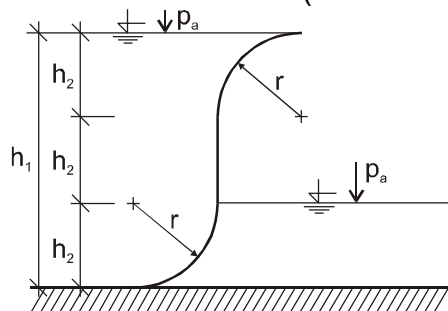
Určete velikost a směr ($\alpha = ?$) hydrostatické síly F , kterou působí voda na 1 m' stěny nádrže podle obr. 2.2.10. Dáno: $h_1 = 6,0 \text{ m}$, $h_2 = r = 2,0 \text{ m}$.

Řešení

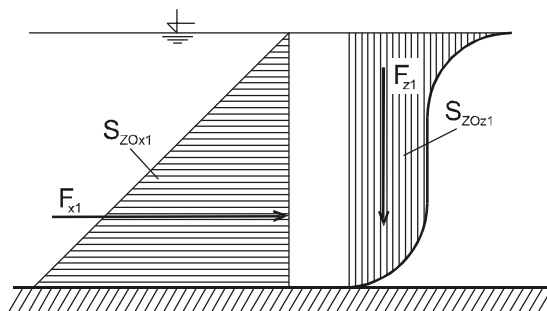
Pro výpočet hydrostatické síly se nakreslí zatěžovací obrazec složek hydrostatických sil:

1. pro zatížení horní vodou (obr. 2.2.11),

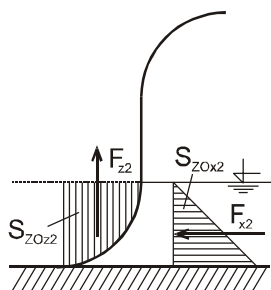
2. pro zatížení dolní vodou (obr. 2.2.12)



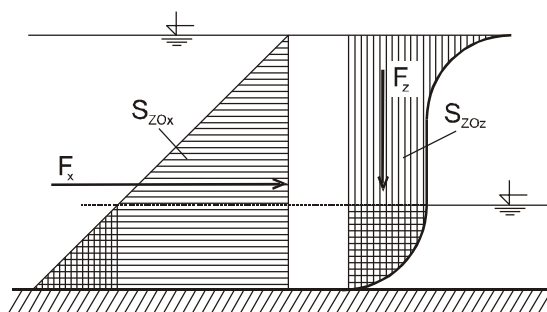
Obr. 2.2.10



Obr. 2.2.11



Obr. 2.2.12



Obr. 2.2.13

Složením dílčích zatěžovacích obrazců se získá výsledný zatěžovací obrazec (obr. 2.2.13) a z něj složky hydrostatické síly:

$$S_{zOx} = 0,5(h_1 - h_2)^2 + (h_1 - h_2)h_2; S_{zOx} = 0,5(6 - 2)^2 + (6 - 2)2 = 16,0 \text{ m}^2$$

$$S_{zOz} = (h_1 - h_2)r + r^2 - \frac{\pi r^2}{4}; S_{zOz} = (6 - 2)2 + 2^2 - \frac{\pi 2^2}{4} = 8,858 \text{ m}^2$$

$$F_x = \rho g b S_{zOx}; F_x = 1000 \cdot 9,81 \cdot 10 \cdot 16,0 = 156960 \text{ N.m}^{-1}$$

$$F_z = \rho g b S_{zOz}; F_z = 1000 \cdot 9,81 \cdot 1 \cdot 8,858 = 86900 \text{ N.m}^{-1}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_z^2}; F = 179410 \text{ N.m}^{-1}$$

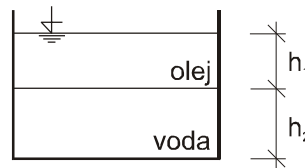
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_z}{F_x} = \frac{86900}{156960} = 0,5536 \Rightarrow \alpha = 28^\circ 58'$$

Výpočet hydrostatické síly pomocí zatěžovacího obrazce, vzniklého složením dílčích zatěžovacích obrazců je možný v případě, že je konstrukce zatěžována z obou stran kapalinou se stejnou měrnou hmotností. V opačném případě není skládání zatěžovacích obrazců možné. Vypočítají se hydrostatické síly pro každý zatěžovací stav zvlášť a teprve jejich složením se určí výsledná hydrostatická síla.

Příklad 2.2.5

Zásobní nádrž (obr. 2.2.14) obsahuje vodu (do hloubky $h_2 = 1,2$ m) a na vodě je vrstva oleje vysoká $h_1 = 0,8$ m o měrné hmotnosti $\rho_o = 900 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Vypočtete celkovou hydrostatickou sílu F působící na stěnu nádrže a její působišť z_c .

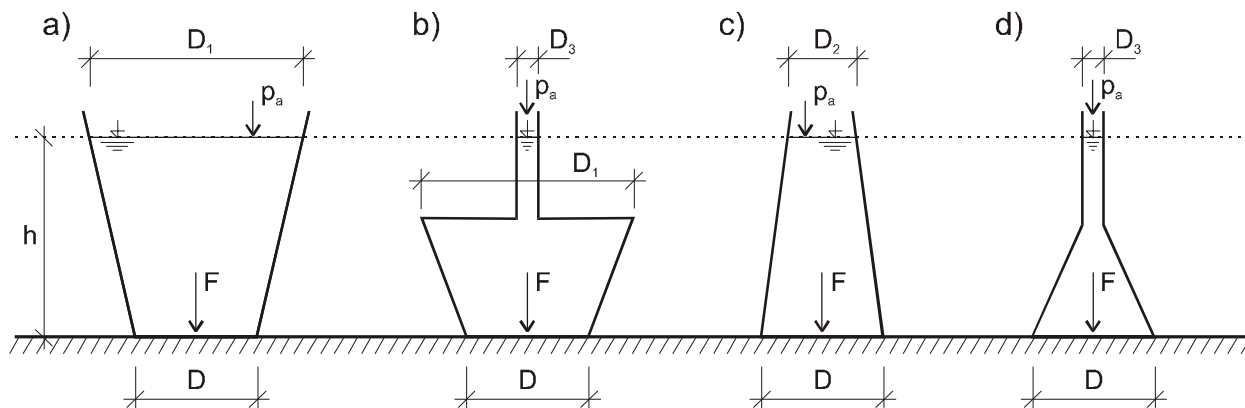
(výsledek: $F = 36,73 \text{ kN}$, působišť síly: $0,656 \text{ m}$ nade dnem.)



Obr. 2.2.14

Příklad 2.2.6

Vypočítejte tlakové síly F , kterými působí voda na vodorovná, rovinná dna nádob tvaru komolých kuželů (obr. 2.2.15a-d). Dáno: průměr dna nádoby $D = 0,5$ m, výška volné hladiny nad dnem $h = 1$ m, $D_1 = 1$ m, $D_2 = 0,25$ m, $D_3 = 0,05$ m. (výsledek: $F = 40$ N; $h = 2,0$ mm)



Obr. 2.2.15

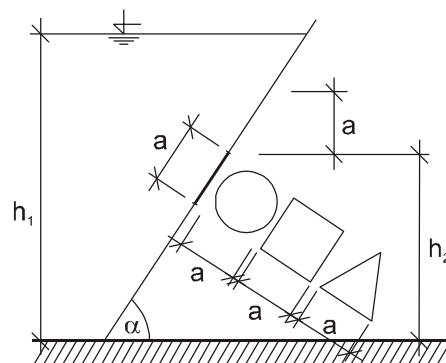
Příklad 2.2.7

Vypočítejte výsledné hydrostatické síly na uzávěr čtvercového, kruhového a trojúhelníkového otvoru v šikmé stěně na obr. 2.2.16 a určete působíště těchto sil. Hloubka vody před stěnou $h_1 = 5,0$ m, za stěnou $h_2 = 4,0$ m, $a = 1,0$ m, sklon stěny $\alpha = 45^\circ$.

(výsledek: čtvercový uzávěr: $F = 9810$ N, $z_c = 2,354$ m;

kruhový uzávěr: $F = 7701$ N, $z_c = 2,354$ m;

trojúhelníkový uzávěr: $F = 4905$ N, $z_c = 2,471$ m)

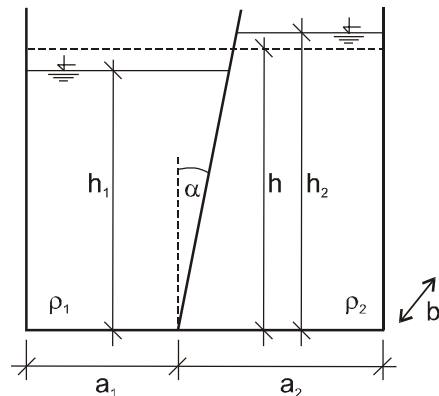


Obr. 2.2.16

Příklad 2.2.8

Nádoba na obr. 2.2.17 je rozdělena kyvnou stěnou na dvě části. Je-li stěna ve svislé poloze, pak hladiny kapalin o měrných hmotnostech ρ_1 a ρ_2 v obou částech nádoby jsou ve stejné výšce $h = 2,0$ m. Vypočítejte, o jaký úhel a se stěna po odaretování vychýlí a jaké budou houbky h_1 a h_2 kapalin v obou částech nádrže. Dáno: $a_1 = 2$ m, $a_2 = 3$ m, $b = 1$ m, $\rho_1 = 1200 \text{ kg.m}^{-3}$, $\rho_2 = 800 \text{ kg.m}^{-3}$.

(výsledek: $\alpha = 9^\circ 12'$; $h_1 = 1,86$ m, $h_2 = 2,13$ m)

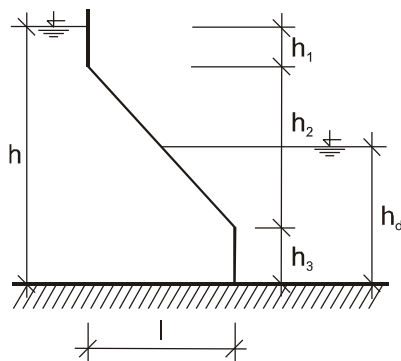


Obr. 2.2.17

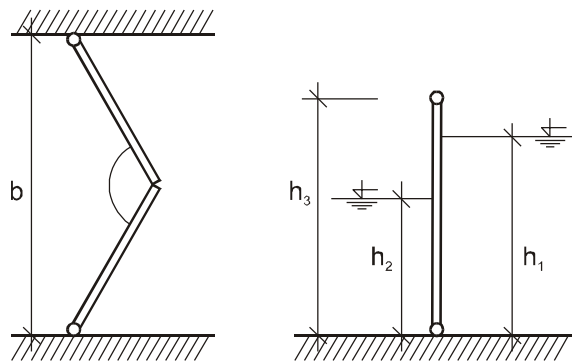
Příklad 2.2.9

Určete velikost a směr ($\alpha = ?$) hydrostatické síly F , působící na dělící stěnu dvou nádrží. Levá nádrž obsahuje naftu, $h = 6$ m, v pravé části nádrže je voda, $h_d = 3,0$ m, $h_1 = h_3 = 1$ m, $l = 6$ m, $b = 3,81$ m (obr. 2.2.18). Měrná hmotnost nafty $\rho_n = 800 \text{ kg.m}^{-3}$.

(výsledek: $F = 564 \text{ kN}$, $\alpha = 49^\circ 03'$)



Obr. 2.2.18



Obr. 2.2.19

Příklad 2.2.10

Vzpěrná vrata plavební komory na obr. 2.2.19 jsou vysoká $h_3 = 5$ m a zavřená svírají úhel 120° . Šířka plavební komory je $b = 6$ m. Každé křídlo vrat je neseno dvěma klouby umístěnými na horním a dolním okraji vrat. Hloubky vody v plavební komoře jsou

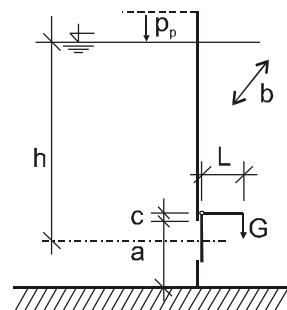
$h_1 = 4,5 \text{ m}$ a $h_2 = 3,0 \text{ m}$. Vypočtete a) velikost hydrostatické síly, zatěžující jedno křídlo vrat, b) velikost síly R_h a R_d , zatěžující horní a dolní kloub vrat.

(výsledek: $F = 191 \text{ kN}$, $R_h = 72,6 \text{ kN}$, $R_d = 118,4 \text{ kN}$)

Příklad 2.2.11

Obdélníkový otvor ve stěně nádrže s vodou je zakryt poklopem, otočným podle vodorovné osy. Poklop je udržován ve svislé poloze závažím tíhy G , zavěšeným na rameni poklopu délky $L = 0,8 \text{ m}$. Rozměry otvoru podle obr. 2.2.20 jsou: $a = 0,5 \text{ m}$, $b = 1,0 \text{ m}$, vzdálenost osy otáčení od horního okraje otvoru $c = 0,07 \text{ m}$. Stanovte tíhu závaží tak, aby se poklop otevřel při $h > 1,8 \text{ m}$.

(výsledek: $G = 3,66 \text{ kN}$)



Obr. 2.2.20