

HYDRODYNAMIKA

Pohyb kapaliny je určen, jestliže v každém okamžiku můžeme stanovit polohu jednotlivých částic kapaliny, jejich rychlosti a zrychlení.

Matematické vyjádření pomocí Eulerovy soustavy souřadnic:

Částice procházejí místy se souřadnicemi x, y, z rychlostí u .

Složky rychlosti do směru os jsou u_x, u_y, u_z .

Rychlostní pole

vyjádření pomocí vektorů rychlosti v jednotlivých bodech.

Změny rychlostního pole vyjádříme pomocí změn rychlosti u nebo jejich složek v jednotlivých bodech prostoru a v čase funkcemi:

$$u_x = u_x(x, y, z, t) \quad u_y = u_y(x, y, z, t) \quad u_z = u_z(x, y, z, t)$$

U stlačitelných kapalin – změna hustoty:

$$\rho = \rho(x, y, z, t)$$

Rychlost částice kapaliny

$$u = \frac{ds}{dt}$$

ds ... dráha, kterou částice proběhne za čas dt
Rychlosti jednotlivých částic proudu se od sebe liší

Základní druhy proudění

Neustálené proudění (nestacionární, nepermanentní)
základní veličiny jsou funkcí polohy a času:

$$u_x = u_x(x, y, z, t) \quad u_y = u_y(x, y, z, t) \quad u_z = u_z(x, y, z, t)$$

nebo lze také napsat:

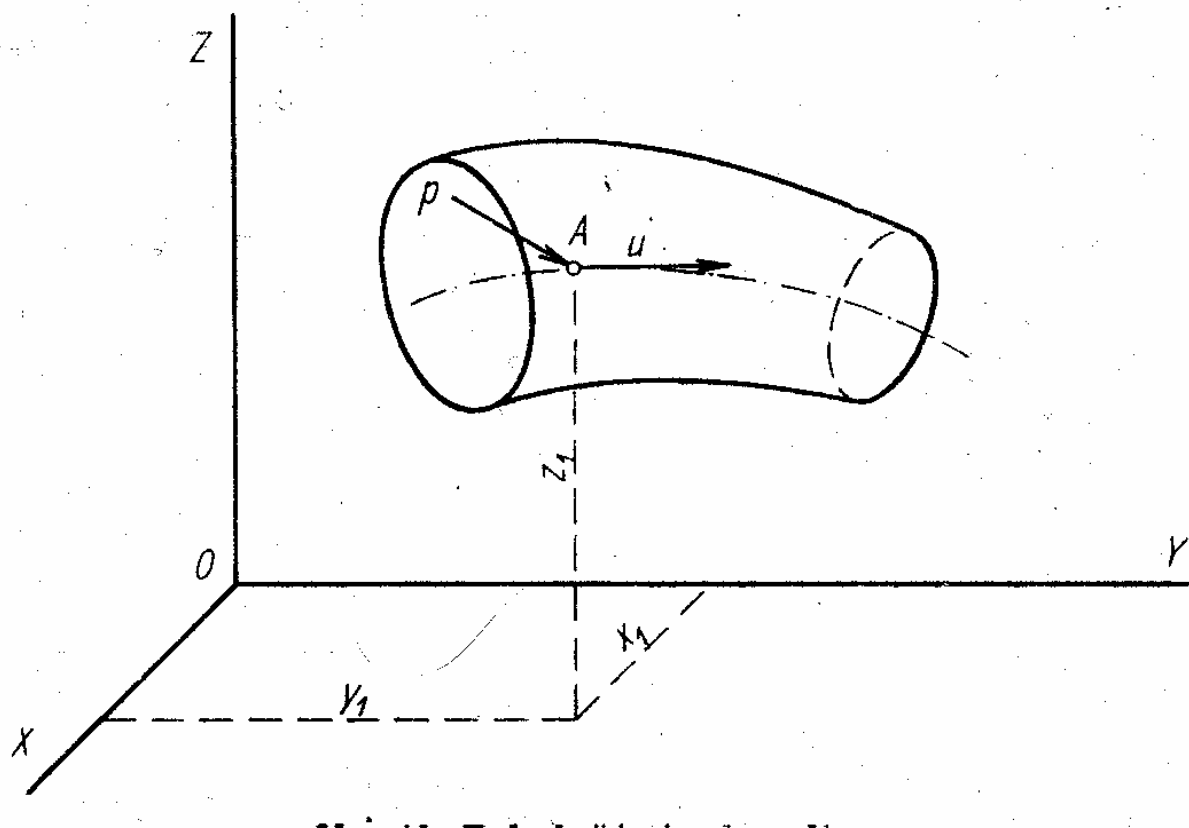
$$u = u(x, y, z, t)$$

Částice budou mít v bodě A v každém okamžiku jinou rychlost.

Příklady:

Výtok z nádoby otvorem když hladina stoupá nebo klesá

Postup povodňové vlny ve vodních tocích



Pohyb částice kapaliny

Ustálené proudění (stacionární, permanentní)

všechny charakteristiky proudu jsou v čase konstantní. Závisí pouze na poloze částice.

$$u_x = u_x(x, y, z) \quad u_y = u_y(x, y, z) \quad u_z = u_z(x, y, z)$$

Ustálené proudění

- rovnoměrné proudění
- nerovnoměrné proudění

Rovnoměrné proudění

$Q, v, S, y = \text{konst.}$

Nerovnoměrné proudění

$Q = \text{konst.}, v = v(l), S = S(l), y = y(l)$

Nerovnoměrné proudění zrychlené

- střední rychlost se s dráhou zvětšuje a plocha průtočného průřezu se zmenšuje

Nerovnoměrné proudění zpomalené

- střední rychlost se s dráhou zmenšuje a plocha průtočného průřezu se zvětšuje

Z hlediska uspořádání proudových vláken se proudění dělí na:

- **Proudění plynule se měnící**
- **Proudění náhle se měnící**

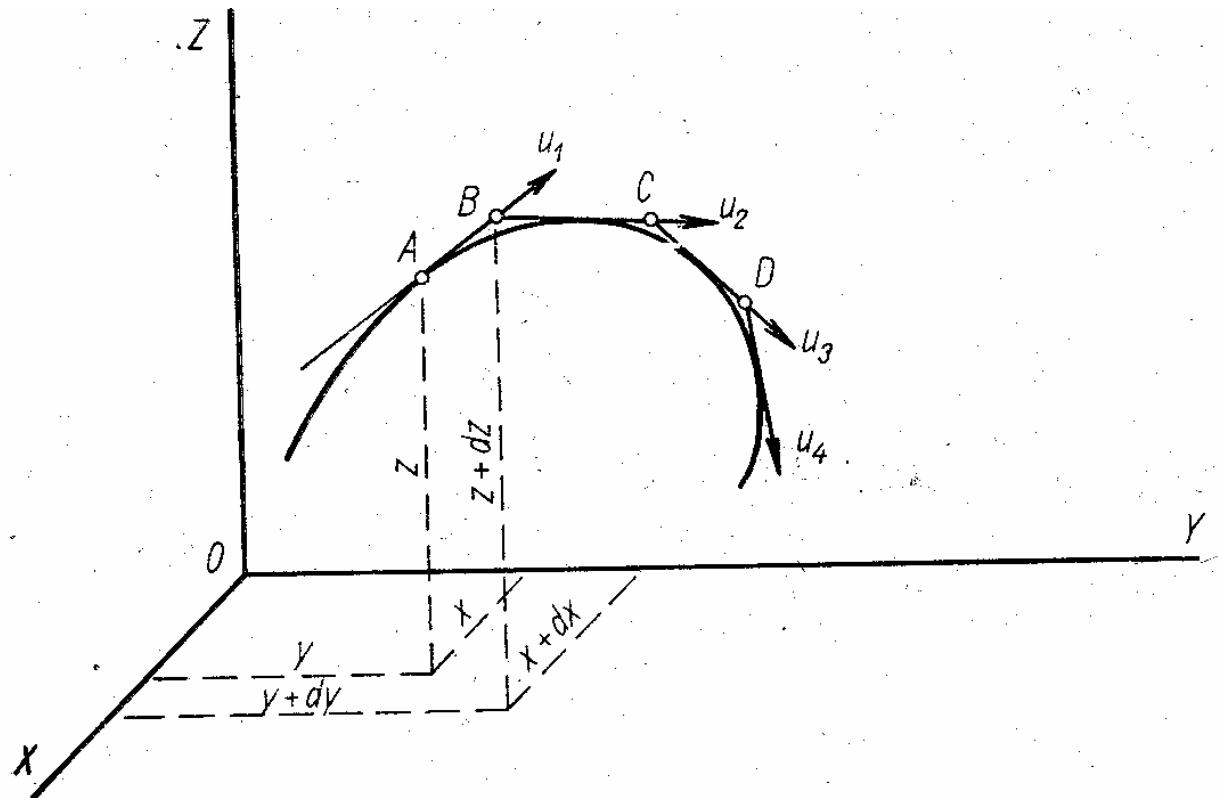
Z hlediska vedení proudu se proudění dělí na:

- **Proudění s volnou hladinou**
proud je omezen pevnými stěnami, na povrchu je volná hladina, pohyb vzniká vlastní tíhou kapaliny, např. proudění v otevřených korytech
- **Proudění tlakové**
proud omezen pevnými stěnami ze všech stran, pohyb je způsoben např. vlivem rozdílných tlaků, který může být také vyvolán vlivem tíhy kapaliny nebo i vnější silou.
- **Proudové paprsky**
proud je ohraničen kapalným nebo plynným prostředím, pohyb je způsoben vlastní tíhou nebo setrvačností vlivem počáteční rychlosti.

ZÁKLADNÍ POJMY:

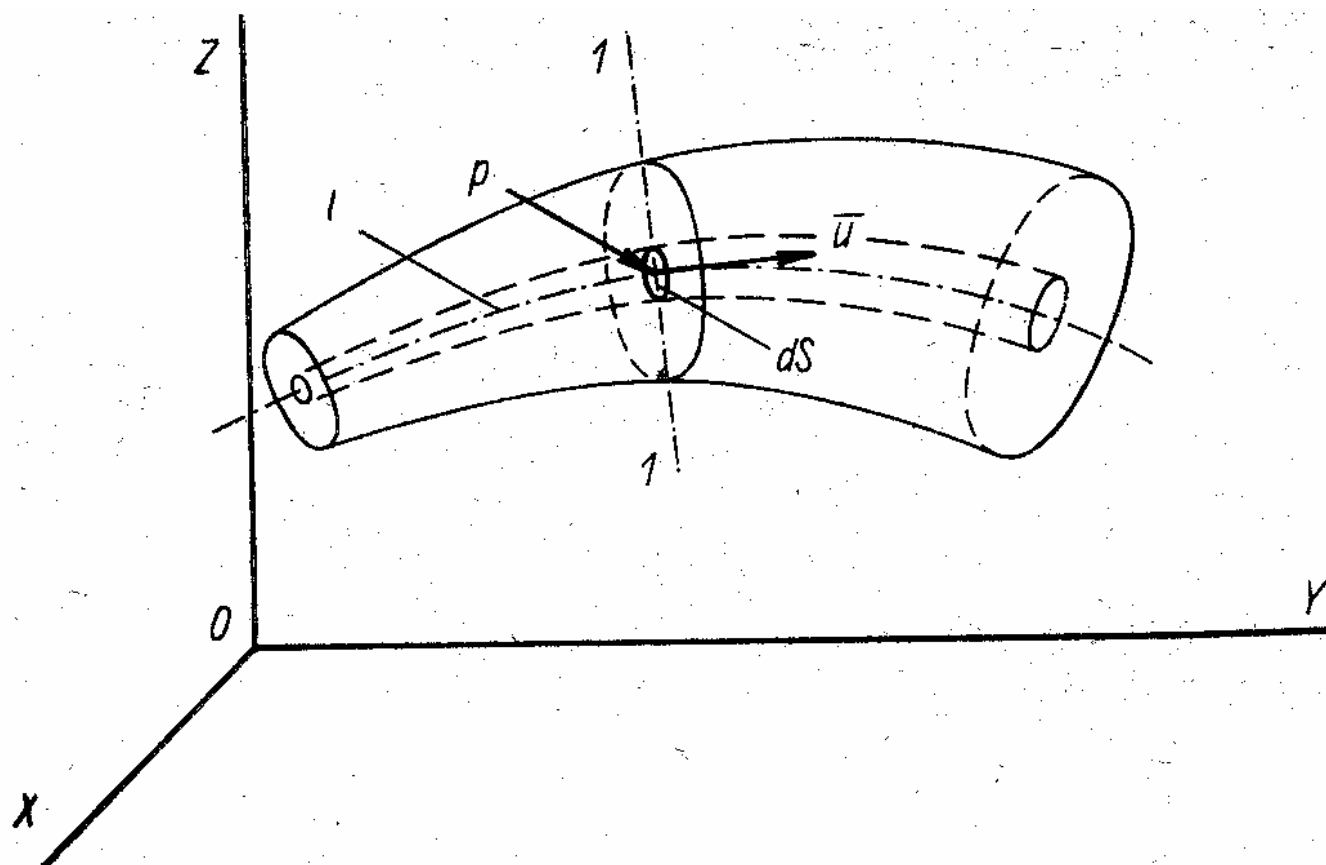
Trajektorie (dráha) - jednotlivé polohy částice

Proudnice - čára, jejíž tečny mají v daném okamžiku v každém bodě směr vektoru rychlosti kapaliny



Znázornění proudnice

Proudové vlákno kapaliny – po obvodu plošky ds vedeme proudnice – vzniká **proudová trubice**, kapalina vyplňující tuto trubici tvoří **proudové vlákno**



Proudové vlákno kapaliny

Proud kapaliny

souhrn proudových vláken, která se při neustáleném proudění mění s časem a při ustáleném proudění jsou stálá.

- **proudění prostorové**

dráhy částic vytvářejí prostorové křivky

- **proudění rovinné**

dráhy částic obsažené v rovinách navzájem rovnoběžných vytvářejí shodné rovinné křivky

Průřez proudového vlákna

elementární ploška ds , která vznikne řezem rovinou kolmo k proudnici

Průtok dQ proudovým vláknem (objemový průtok)

objem kapaliny, který projde průřezem ds za 1 sekundu

$$dQ = dS u \quad (\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$$

Hmotnostní průtok

hmotnost kapaliny, která projde průřezem za sekundu

$$dQ_m = \rho dS u \quad (\text{kg} \cdot \text{s}^{-1})$$

Tíhový průtok

tíha kapaliny, která projde průřezem za sekundu

$$dQ_G = \rho g dS u \quad (\text{N.s}^{-1})$$

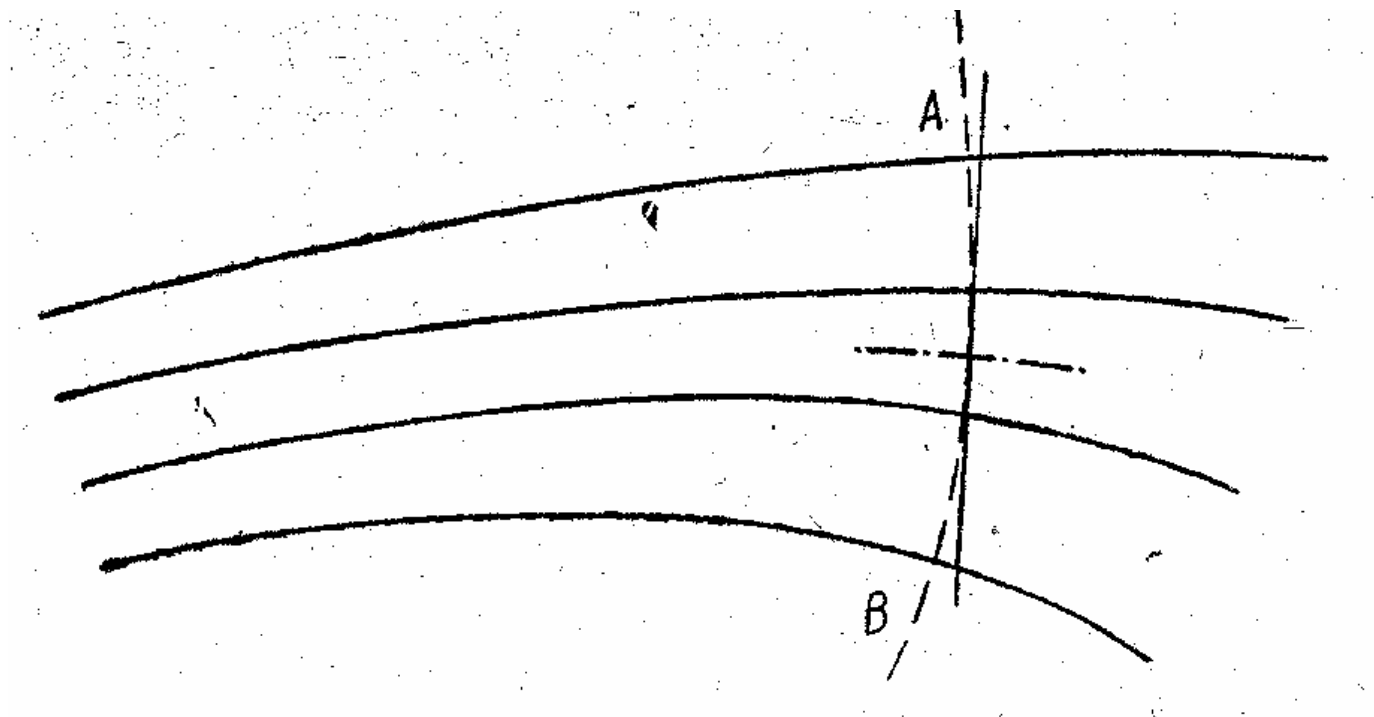
Průtok Q pro celý proud kapaliny

objem kapaliny, který projde celým průtočným průřezem za jednotku času, obvykle 1 sekunda. U podzemní vody se může použít i delší časovou jednotku.

$$Q = \int_S dQ = \int_S u dS \quad (\text{m}^3.\text{s}^{-1})$$

Průtočný průřez proudu

Řez kolmý k proudu vody. Nemusí to být vždy rovinná plocha. U **proudění plynule se měnícího** můžeme použít rovinný průtočný průřez kolmý ke střední proudnici.



Proudění plynule se měnící

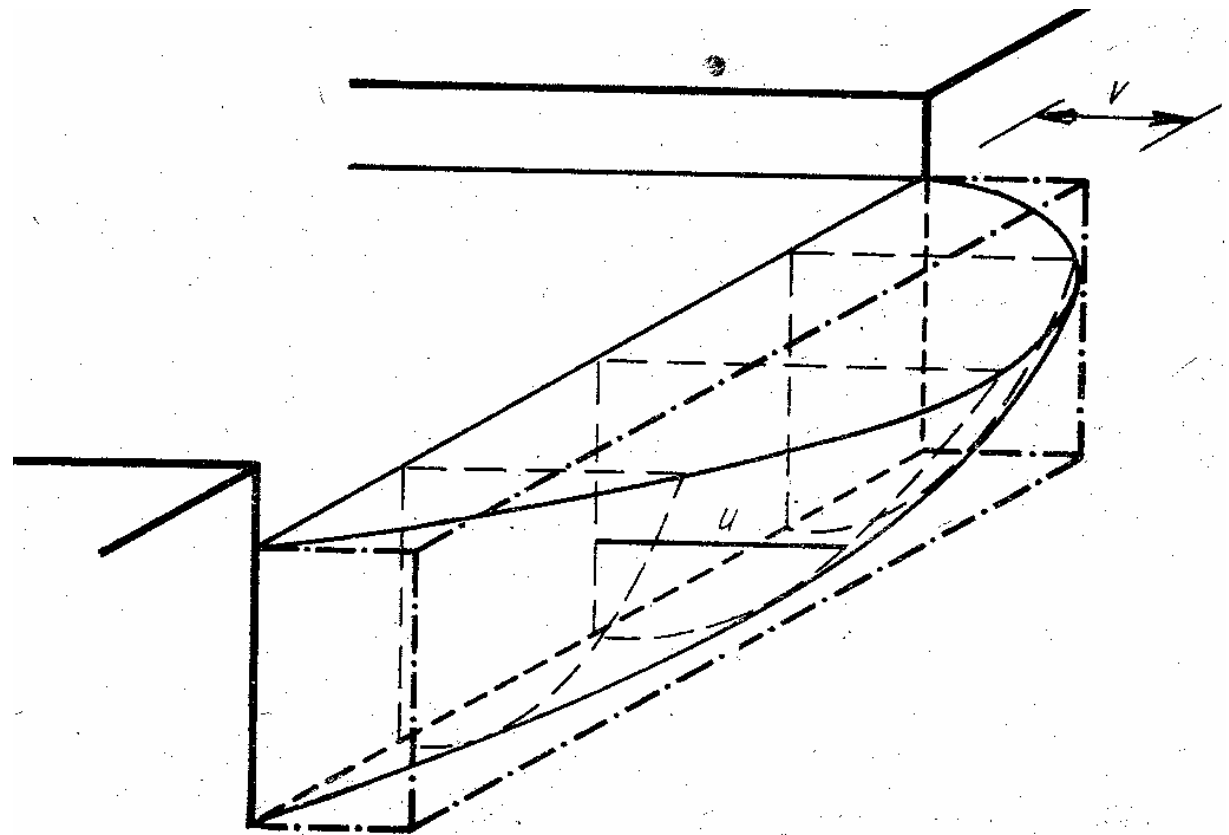
Střední průřezová rychlost ... v

vzhledem k tomu, že většinou neznáme rychlostní pole v celém průřezu, zavádíme pojem střední průřezová rychlost.

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{\int_S u dS}{S} \quad (\text{m.s}^{-1})$$

Výsledný průtok je pak dán součinem střední průřezové rychlosti v a plochy průtočného průřezu:

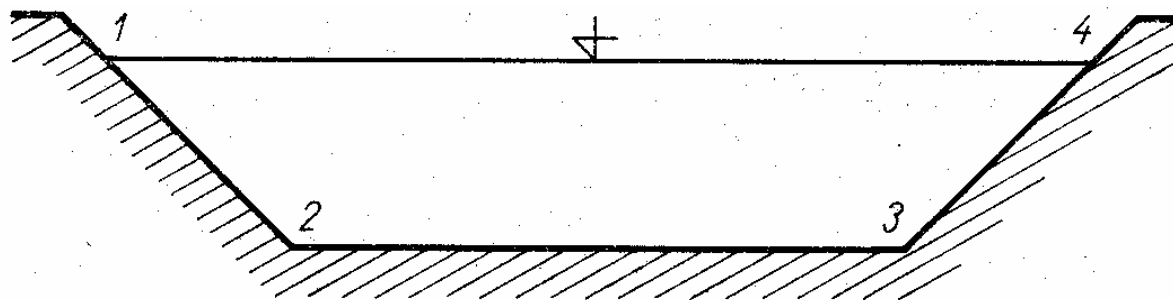
$$Q = \int_S u dS = v \int_S dS = vS \quad (\text{m}^3.\text{s}^{-1})$$



Geometrické znázornění
střední průřezové rychlosti proudu

Omočený obvod ... O

délka styku kapaliny s pevnými stěnami



Omočený obvod lichoběžníkovového profilu

$$O = \overline{12} + \overline{23} + \overline{34}$$

Plocha průtočného průřezu ... S

plocha omezená pevnými stěnami a hladinou (např. otevřená koryta) nebo jen pevnými stěnami (např. tlakové proudění v potrubí)

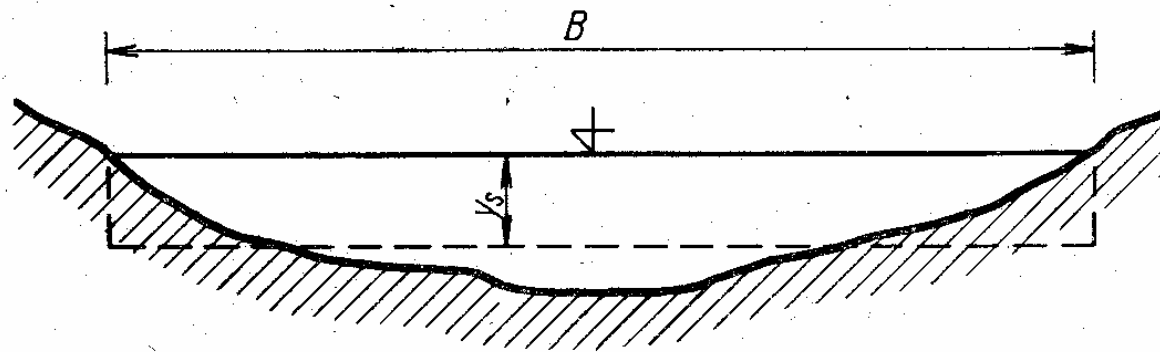
Hydraulický poloměr ... R

charakteristika průtočného průřezu, je definován jako podíl průtočného průřezu a omočeného obvodu:

$$R = \frac{S}{O} \quad (\text{m})$$

Šířka v hladině ... B

Střední hloubka širokého koryta ... y_s



ROVNICE KONTINUITY (SPOJITOSTI)

vychází z definice ustáleného proudění, že $Q = \text{konst.}$ v každém průřezu proudu.

Vyjadřuje zákon zachování hmotnosti.

Pro rovnoměrné proudění je rovnice kontinuity vyjádřena vztahem:

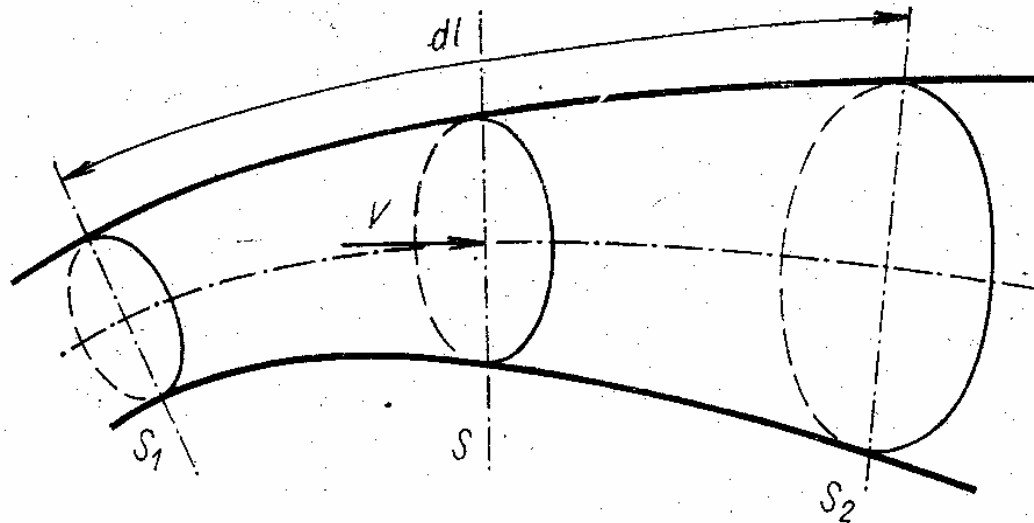
$$Q = Sv = \text{konst.}$$

Pro nerovnoměrné proudění pak:

$$Q = S_1 v_1 = S_2 v_2 = \text{konst.}$$

Pro stlačitelnou kapalinu:

$$Q = \rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2 = \text{konst.}$$



BERNOULLIHO ROVNICE

Bernoulliho rovnice vyjadřuje zákon zachování energie pro proudící kapalinu. Mechanická energie tělesa, které se pohybuje při působení zemské gravitace bez tření je stálá veličina.

Základní tvar Bernoulliho rovnice – vztaženo k jednotce hmotnosti:

$$gh + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} = \text{konst.}$$

Tvar Bernoulliho rovnice vztažený k jednotce tíhy v tzv. energetických výškách:

$$h + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = \text{konst.} = E$$

E ... měrná energie proudu

polohová energie ... $E_p = mgh \Rightarrow$ polohová energie jednotky hmotnosti $e_p = gh$

kinetická energie ... $E_k = mv^2/2 \Rightarrow$ kinetická energie jednotky hmotnosti $e_k = v^2/2$

tlaková energie ... $m(p/\rho) \Rightarrow$ tlaková energie jednotky hmotnosti p/ρ

Tvar Bernoulliho rovnice vztažený k jednotce tíhy pro dva libovolné průřezy:

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$v^2/2g$ - rychlostní výška

$p/\rho g$ - tlaková výška

h - polohová výška

Součet všech energií je v každém průřezu jedné a téže trubice konstantní

Bernoulliho rovnice platí pro proudovou trubici, v jejíchž průřezích je rychlost rovnoměrně rozložena

Praktické použití Bernoulliho rovnice

1. Zvolí se libovolná vodorovná rovina (ekvipotenciální plocha nulového potenciálu)
2. V proudové trubici se zvolí 2 průřezy
3. Sestaví se Bernoulliho rovnice pro dva průřezy
4. Případné doplnění o rovnici kontinuity