



Fakulta životního prostředí

HYDRAULIKA - PŘÍKLADY

prof. Ing. Pavel Pech, CSc.
Ing. Radek Roub, Ph.D.

2014

Skripta vznikla za finanční podpory projektu OP-Praha Adaptabilita CZ.2.17/3.1.00/36149
„Modernizace výuky udržitelného hospodaření s vodou a půdou v rámci rozvíjejících se oborů
bakalářského studia“



OPERAČNÍ PROGRAM PRAHA
ADAPTABILITA

Praha & EU: Investujeme do Vaší budoucnosti
Evropský sociální fond



Obsah

Obsah	2
1. Fyzikální vlastnosti kapalin.....	4
1.1. Měrná hmotnost (hustota).....	4
1.2. Měrný objem.....	5
1.3. Měrná tíha.....	5
1.4. Roztažnost kapalin.....	5
1.5. Stlačitelnost kapalin.....	6
1.6. Viskozita (vazkost).....	7
1.7. Povrchové napětí kapalin.....	7
1.8. Kapilární jevy	8
1.9. Ideální kapalina.....	9
2. Hydrostatika	11
2.1. Tlak v kapalině za klidu.....	11
2.2. Rovňová plocha	12
2.3. Hydrostatická síla	14
2.3.1. Hydrostatická síla na vodorovnou, rovinnou plochu	14
2.3.2. Hydrostatická síla na šikmou, rovinnou plochu	15
2.3.3. Hydrostatická síla na svislou, rovinnou plochu	17
2.3.4. Metoda rozkladu hydrostatické síly na vodorovnou a svislou složku síly	18
2.3.5. Hydrostatická síla na složené a zakřivené konstrukce	20
3. Hydrodynamika	26
4. Proudění vody v potrubí.....	28
4.1. Ustálené proudění vody v potrubí – základní rovnice.....	28
4.2. Tlakové proudění ideální kapaliny	30
4.3. Ztráty	37
4.3.1. Ztráty třením.....	38
4.3.2. Místní ztráty	42
5. Výtok otvorem.....	57
5.1. Ustálený výtok otvorem.....	57
5.1.1. Volný výtok velkým otvorem ve dně.....	58
5.1.2. Volný výtok malým otvorem ve dně.....	59
5.1.3. Volný výtok velkým otvorem ve stěně	59
5.1.4. Volný výtok malým otvorem ve stěně	60
5.1.5. Výtok ponořeným otvorem	60
5.1.6. Výtok částečně ponořeným otvorem.....	60
5.2. Neustálený výtok otvorem.....	65
5.2.1. Prázdňení nádrží	66
6. Proudění v otevřených profilech	71
6.1. Ustálené proudění v otevřených profilech.....	71
6.2. Bystřinný, kritický a říční režim proudění.....	77
7. Přepady.....	102
7.1. Ostrohranné (měrné) přelivy	102
7.2. Jezové přelivy (jezy).....	104
7.3. Přelivy se širokou korunou	105
8. Mosty a propustky.....	109
8.1. Mosty s jedním polem	109
8.2. Propustky	112
8.2.1. Propustky s volnou hladinou, volným vtokem i výtokem.....	115

8.2.2.	Propustky se zahlceným vtokem	116
8.2.3.	Tlakové propustky	118
9.	Proudění podzemní vody	123
9.1.	Darcyho zákon	123
9.2.	Jednoduché případy jímání podzemní vody a snižování její hladiny	123
9.2.1.	Úplná studna	125
9.2.2.	Neúplná studna	126
9.2.3.	Vsakovací studna	127
9.2.4.	Artézská studna	128
9.2.5.	Sběrné štoly, zářezy a drény	131
9.2.6.	Beztlakové filtrační proudění po nepropustném podloží	132
9.2.7.	Sběrná štola (zářez) na vodorovném nepropustném podloží	132
10.	Reference	136

1. Fyzikální vlastnosti kapalin

Vlastnosti kapalin z hlediska hydrauliky jsou charakterizovány těmito fyzikálními veličinami:

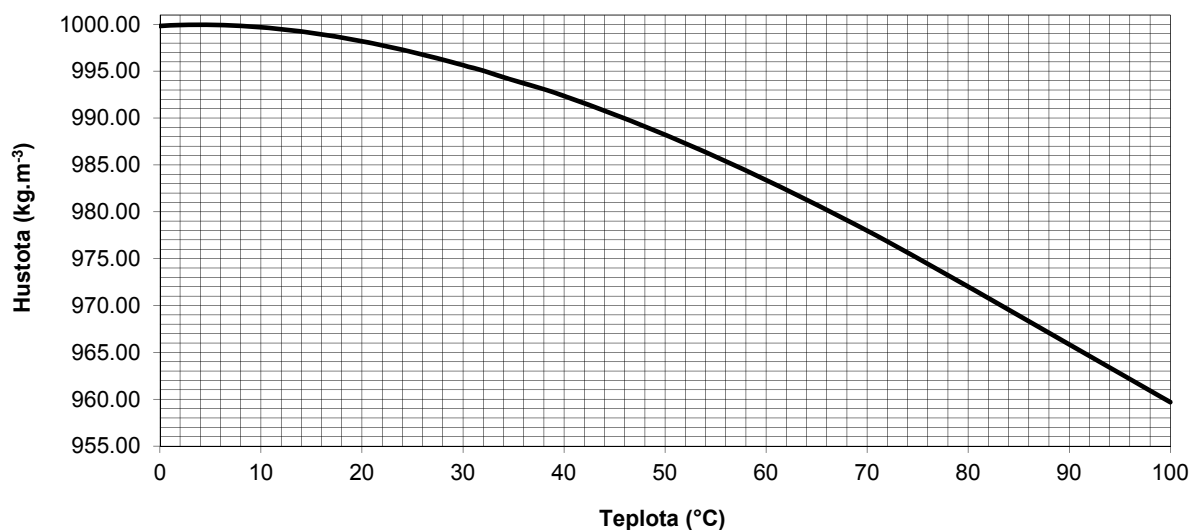
1.1. Měrná hmotnost (hustota)

Měrná hmotnost kapaliny je definována jako hmotnost objemové jednotky kapaliny

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (\text{kg.m}^{-3}) \quad (1.1)$$

kde m je celková hmotnost a V je objem.

Hustota všech kapalin se se vzrůstající teplotou zmenšuje. Jedinou výjimkou je voda, která se při zvyšování teploty z 0°C až na 4°C nejprve smršťuje (zvětšuje svou hustotu) a následně se při dalším zahřívání nad 4°C rozpíná (zmenšuje svou hustotu) (obr. 1.1). Tuto vlastnost vody můžeme považovat jako jednu z anomálií vody.



Obr. 1.1: Vliv teploty na hustotu vody

Uvedená závislost je platná při konstantním tlaku. Případná změna hustoty vlivem měnícího se tlaku okolního prostředí se projeví stlačitelností. V technických výpočtech většinou používáme pro hustotu vody hodnotu $\rho_{\text{vody}} = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$.

Při teplotě 0°C dochází ke změně kapalného skupenství vody na pevné. Tvoří se led, který má menší hustotu než voda a zůstává na hladině. Tím vytváří jakousi izolační vrstvu, pod kterou je v bezprostřední blízkosti voda s teplotou 0°C až 3°C a u dna se pak hromadí

nejtěžší voda (s největší hustotou) s teplotou 4°C. Při tomto rozložení teplot nedochází k promísení a můžeme tím vysvětlit skutečnost, že naše vodní toky většinou nepromrzají v celé své hloubce.

1.2. Měrný objem

Měrný objem kapaliny je převrácenou hodnotou hustoty a definujeme ho jako objem připadající na jednotku hmotnosti.

$$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} \quad (\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}) \quad (1.2)$$

1.3. Měrná tíha

Měrná tíha kapaliny je definována jako tíha objemové jednotky kapaliny.

$$\gamma = \frac{G}{V} = \frac{mg}{V} \quad (\text{N} \cdot \text{m}^{-3}) \quad (1.3)$$

Velikost hodnoty měrné tíhy kapaliny je závislá na konkrétní hodnotě tíhového zrychlení. Mění se tedy se zeměpisnou polohou. Z tohoto důvodu je vhodné důsledně používat veličinu hustoty ρ , která je nezávislá na tíhovém zrychlení a zeměpisné poloze.

V technických výpočtech používáme normální hodnotu tíhového zrychlení $g = 9,80665 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, často je možné použít i zaokrouhlenou hodnotu $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Měrná hmotnost a měrná tíha jsou veličiny závislé na tlaku a teplotě. V hydraulických výpočtech je možné tuto závislost zanedbat, protože stlačitelnost vody (kapalin) při běžných tlacích je malá a stejně tak rozmezí teplot, s kterým se v praxi a při řešení praktických příkladů setkáváme, není příliš velké. Při hydraulických výpočtech můžeme tedy veličiny měrnou hmotnost a měrnou tíhu uvažovat jako konstanty: $\rho_{\text{vody}} = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $\gamma_{\text{vody}} = 9810 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3}$.

1.4. Roztažnost kapalin

Kapaliny podobně jako tělesa v pevném skupenství mění svůj objem vlivem změn teploty. Objemová (tepelná) roztažnost kapalin je definována jako poměr zvětšeného objemu

kapaliny k počátečnímu objemu při změně teploty o 1 °C. Změnu objemu kapaliny způsobenou změnou teploty lze vyjádřit vztahem

$$V = V_0(1 + \beta t) \quad (1.4)$$

kde t je teplota ve °C, V_0 je objem při 0°C, β je objemová roztažnost.

V obvyklých podmínkách, se kterými se setkáváme v inženýrské praxi jsou změny teplot a objemů a tedy i hustoty minimální a tudíž můžeme v hydraulických výpočtech tyto změny téměř vždy zanedbat.

1.5. Stlačitelnost kapalin

Stlačitelnost kapalin definujeme jako schopnost kapalin změnit svůj objem při změně tlaku. Stlačitelnost kapalin vyjadřujeme pomocí objemové stlačitelnosti δ , což je hodnota, o kterou se zmenší jednotka kapaliny při zvětšení tlaku $\Delta p = 1 \text{ Pa (N.m}^{-2}\text{)}$

$$dV = -\delta V dp \quad (1.5)$$

Z čehož získáme vztah pro objemovou stlačitelnost

$$\delta = -\frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dp} \right)_{T=\text{konst.}} = \frac{\Delta V}{V \Delta p} \quad (\text{Pa}^{-1}) \quad (1.6)$$

kde $\Delta V = V_0 - V$ je změna objemu kapaliny připadající na jednotku objemu V při změně tlaku $\Delta p = p_0 - p$. V_0 a p_0 jsou hodnoty objemu a tlaku kapaliny po stlačení.

Často používáme převrácenou hodnotu δ , které říkáme modul objemové pružnosti K

$$K = \frac{1}{\delta} \quad (\text{Pa}) \quad (1.7)$$

Modul objemové pružnosti je závislý na tlaku a teplotě. Pro vodu o teplotě 0 °C je $K = 1869 - 2011 \text{ MPa}$ a při teplotě 20 °C je $K = 2001 - 2237 \text{ MPa}$.

1.6. Viskozita (vazkost)

Viskozita je fyzikální vlastnost kapaliny, která se projeví při proudění skutečné kapaliny. Jenom při pohybu kapaliny se projevují síly vnitřního tření. Míra velikosti vnitřního tření charakterizuje tekutost a závisí na teplotě a druhu kapaliny. Použijeme-li Newtonův zákon o vnitřním tření kapaliny, můžeme vyjádřit dynamickou viskozitu μ pomocí vztahu

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (\text{Pa}) \quad (1.8)$$

v kterém τ představuje tečné napětí, μ je dynamická viskozita (Pa.s), du/dy je gradient rychlosti (s^{-1}), který představuje přírůstek rychlosti na jednotku délky normály.

V hydraulice používáme častěji tzv. kinematickou viskozitu, kterou definujeme jako poměr mezi dynamickou viskozitou μ a hustotou ρ :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}) \quad (1.9)$$

1.7. Povrchové napětí kapalin

Povrchové napětí kapaliny vzniká mezi plynným prostředím a kapalinou nebo také na rozhraní dvou nemísících se kapalin. Toto rozhraní můžeme nazvat také stavem povrchového napětí. Povrchové napětí definujeme pomocí kapilární konstanty vztahem

$$\sigma = \frac{F_p}{l} \quad (\text{N} \cdot \text{m}^{-1}) \quad (1.10)$$

v kterém F_p je celkový účinek povrchových sil mezi molekulami kapalně a jiné látky a l je délka rozhraní.

1.8. Kapilární jevy

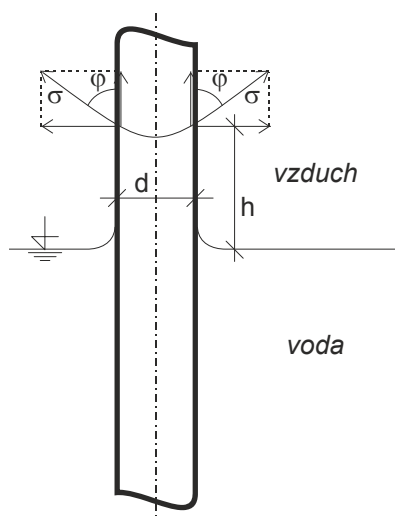
Kapilární jevy jsou způsobené výše uvedeným povrchovým napětím. Tento efekt nalezneme u trubiček s velmi malým průměrem (kapilár). Zde mohou nastat dvě situace. V prvním případě jsou adhezní síly větší než kohezní a tím vystoupí kapalina v kapiláře do výšky h . Jedná se o kapilární elevaci a nastává například u vody (obr. 1.2). V druhém případě jsou adhezní síly menší než kohezní síly a tudíž kapalina v kapiláře zůstane o výšku h níže než hladina okolní kapaliny. Tato situace se nazývá kapilární deprese a jako příklad můžeme uvést rtuť (obr. 1.3). Hodnoty kapilárních výšek lze určit na základě podmínky rovnováhy mezi gravitačními a povrchovými silami:

$$\pi d \sigma \cos \varphi = \frac{\pi}{4} d^2 h \rho g \quad (\text{m}) \quad (1.11)$$

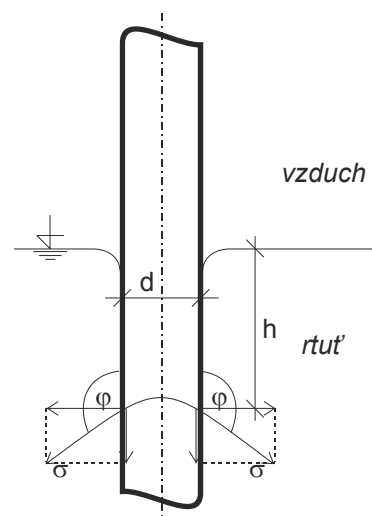
kde σ je povrchové napětí, φ je úhel smáčení, d je průměr kapiláry, ρ hustota kapaliny.

Z rovnováhy uvedené vzorcem 1.11 můžeme vyjádřit kapilární výšku h . Jestliže úhel $\varphi = 0$, což nastane v případě, že se meniskus blíží svým tvarem polokouli (příkladem je destilovaná voda a čisté, nemastné sklo, pak můžeme zapsat:

$$h = \frac{4\sigma}{\rho g d} \quad (\text{m}) \quad (1.12)$$



Obr. 1.2: Kapilární elevace vody



Obr. 1.3: Kapilární deprese rtuti

1.9. Ideální kapalina

Ideální kapalina je absolutně objemově stálá a absolutně nevazká. Nevznikají v ní tedy ani při proudění třecí síly. Zavedení ideální kapaliny usnadní řešení celé řady úloh hydrodynamiky. Pokud takto získané výsledky chceme používat v praxi, tzn. pro skutečnou kapalinu, musíme do výpočtu zavádět opravné součinitele a ověřovat správnost pomocí pokusů a měření v přírodě.

Příklad 1.1

Vypočítejte měrnou tíhu rtuti, je-li její hustota $\rho = 13600 \text{ kg.m}^{-3}$.

Řešení

$$\gamma = \rho g, \quad \gamma = 13600 \cdot 9,81 = 133416 \text{ N.m}^{-3}$$

Příklad 1.2

Vypočítejte měrný objem petroleje, jestliže jeho hustota $\rho = 810 \text{ kg.m}^{-3}$.

Řešení

$$v = \frac{1}{\rho}, \quad v = \frac{1}{810} = 0,0012 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

Příklad 1.3

Vypočítejte kolik vody je potřeba celkem načerpat do potrubí o průměru $d = 500 \text{ mm}$ s délkou $l = 40 \text{ m}$, jestliže se má provést tlaková vodní zkouška při tlaku 5 MPa . Roztažení stěn při zvětšení tlaku zanedbejte. Použijte zaokrouhlenou hodnotu modulu objemové pružnosti $K = 2000 \text{ MPa}$.

Řešení

Nejprve vypočítáme objem potrubí:

$$V = \frac{1}{4} \pi d^2 l \quad V = \frac{1}{4} 3,14 \cdot 0,5^2 \cdot 40 = 7,85 \text{ m}^3$$

Působením tlaku 5 MPa v potrubí bychom zmenšili objem vody o hodnotu ΔV , což je množství vody, které je nutné do potrubí přičerpat. Přičerpáním tohoto množství vody

vyvoláme potřebný tlak pro provedení tlakové vodní zkoušky. Podle rovnic 1.6 a 1.7 vypočítáme potřebný objem vody ΔV :

$$\Delta V = \frac{V\Delta p}{K} = \frac{7,85 \cdot 5 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^9} = 0,0196 \text{ m}^3$$

Příklad 1.4

Vypočítejte jaké je povrchové napětí vody, jestliže ve skleněné kapiláře s průměrem $d = 1$ mm se vytvořila kapilární elevace $h = 30$ mm, hustotu vody použijte $\rho = 998,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ při teplotě $20 \text{ }^\circ\text{C}$.

Řešení

Vztah pro výpočet povrchového napětí vyjádříme z rovnice 1.12:

$$h = \frac{4\sigma}{\rho g d} \Rightarrow \sigma = \frac{h\rho g d}{4} \quad \sigma = 0,07344 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$$

2. Hydrostatika

Hydrostatika je nauka o kapalinách, které jsou v klidu. V příkladech této kapitoly nás bude zajímat jak vypočítat hydrostatický tlak, celkový statický tlak a dále pak sestavení rovnice tlakové rovnováhy. Následně využijeme znalosti hydrostatického tlaku pro výpočet hydrostatické síly.

2.1. Tlak v kapalině za klidu

Hydrostatický tlak v určitém bodě závisí na hloubce kapaliny h , hustotě ρ a tíhovém zrychlení země g :

$$p = \rho gh \quad (2.1)$$

Pokud k hydrostatickému tlaku připočítáme tlak okolního prostředí na hladinu kapaliny p_{op} , získáme celkový statický tlak v hloubce h :

$$p_s = p_{op} + \rho gh \quad (2.2)$$

Pokud rovnici (2.2) vydělíme výrazem ρg , získáme vyjádření v energetických výškách:

$$\frac{p_s}{\rho g} = \frac{p_{op}}{\rho g} + h \quad (2.3)$$

kde jednotlivé členy mají délkový rozměr a členům $\frac{p_s}{\rho g}$, $\frac{p_{op}}{\rho g}$ říkáme tlakové výšky.

Jestliže na hladinu kapaliny působí vyšší tlak než je hodnota normálního atmosférického tlaku ($p_a = 1,0132472 \cdot 10^5$ Pa), pak rozdíl statického tlaku p_s a tlaku atmosférického p_a říkáme přetlak p_p :

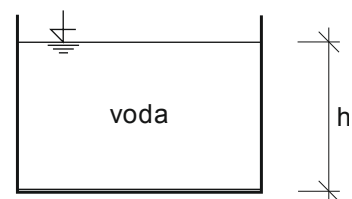
$$p_p = p_s - p_a \quad (2.4)$$

V opačném případě, kdy na hladinu kapaliny působí nižší tlak než je hodnota normálního atmosférického tlaku ($p_a = 1,0132472 \cdot 10^5$ Pa), rozdíl atmosférického tlaku p_a a statického tlaku p_s říkáme podtlak p_v :

$$p_v = p_a - p_s \quad (2.5)$$

Příklad 2.1

Vypočítejte hydrostatický tlak, který působí na dně nádrže naplněné vodou (obr. 2.1). Celková hloubka vody v nádrži



Obr. 2.1

je $h = 3$ m. Dále určete jaký bude v tomto místě celkový statický tlak, jestliže na hladinu působí atmosférický tlak.

Řešení

Nejprve dle rovnice (2.1) vypočítáme hydrostatický tlak na dně nádrže. Pro hustotu vody použijeme hodnotu $1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$:

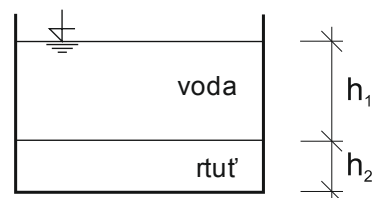
$$p = \rho gh \quad p = 1000 \cdot 9,81 \cdot 3 = 29430 \text{ Pa}$$

Dále pak dle rovnice (2.2) určíme i celkový statický tlak na dně nádrže:

$$p_s = p_a + \rho gh \quad p_s = 101324 + 29430 = 130754 \text{ Pa}$$

Příklad 2.2

Vypočítejte hydrostatický tlak, který působí na dně nádrže naplněné vodou a rtuť (obr. 2.2), jestliže znáte $h_1 = 2$ m, $h_2 = 1$ m, $\rho_{Hg} = 13600 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Určete jaký bude na dně nádrže celkový statický tlak, jestliže na hladinu působí přetlak 25 kPa.



Obr. 2.2

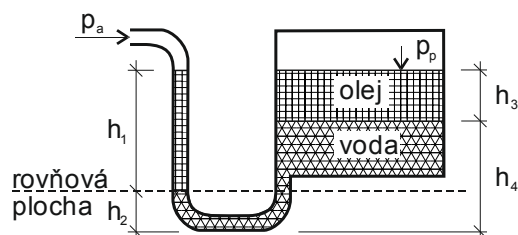
(výsledek: $p = 1,53 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $p_s = 2,79 \cdot 10^5 \text{ Pa}$)

2.2. Rovňová plocha

Rovňová nebo také hladinová plocha je rovina, v které je konstantní hodnota tlaku. Při posunu po této rovině nedochází tedy ke změnám tlaku. Hladinové plochy jsou vždy kolmé k výslednému zrychlení, které působí na kapalinu. Dvě kapaliny s různými hustotami se stýkají právě na hladinové ploše. Rovňové (hladinové plochy) se využívají pro sestavování rovnic tlakové rovnováhy a výpočet tlaků.

Příklad 2.3

Vypočítejte jaký přetlak p_p musí působit na hladinu oleje v pravé uzavřené části nádrže (obr. 2.3), aby hladiny oleje v obou částech nádrže byly ve stejné úrovni.



Obr. 2.3

Zadáno:

$$h_2 = 1 \text{ m}, h_3 = 1,5 \text{ m}, h_4 = 3 \text{ m}, \rho_{olej} = 830 \text{ kg.m}^{-3}, \rho_{voda} = 1000 \text{ kg.m}^{-3}.$$

Řešení

Začneme tím, že zvolíme rovňovou plochu v místě nejnižšího předělu oleje a vody (obr. 2.3). K tomuto místu sestavíme rovnici tlakové rovnováhy. To znamená, že dáme do rovnosti celkový statický tlak v levé části nádrže a celkový statický tlak v pravé uzavřené části nádrže:

$$p_a + (h_4 + h_3 - h_2)\rho_{olej}g = p_a + p_p + h_3\rho_{olej}g + (h_4 - h_2)\rho_{voda}g$$

Úpravou rovnice dostaneme pro přetlak p_p vztah:

$$p_p = (h_4 + h_3 - h_2)\rho_{olej}g - h_3\rho_{olej}g + (h_4 - h_2)\rho_{voda}g$$

Dosazením do této rovnice vypočítáme výsledný přetlak:

$$p_p = (3 + 1,5 - 1)830 \cdot 9,81 - 1,5 \cdot 830 \cdot 9,81 + (3 - 1)1000 \cdot 9,81 = 35904,6 \text{ Pa} = 35,9 \text{ kPa}$$

Na hladinu oleje v pravé části nádrže musí působit přetlak 35,5 kPa

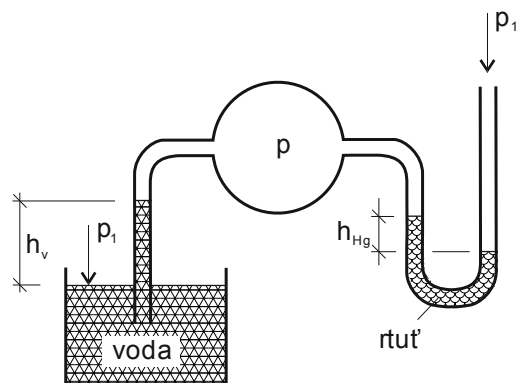
Příklad 2.4

Vypočítejte výšku vodního sloupce h_v v piezometru, který je připojený k uzavřené nádobě s plynem o tlaku p . Rtuťový manometr ukazuje výškový rozdíl hladin $h_{Hg} = 0,7 \text{ m}$ (obr. 2.4).

Dále je zadáno:

$$\rho_{Hg} = 13\,600 \text{ kg.m}^{-3}, \rho_{voda} = 1000 \text{ kg.m}^{-3}.$$

$$(v\acute{y}sledek: h_v = 0,95 \text{ m})$$



Obr. 2.4

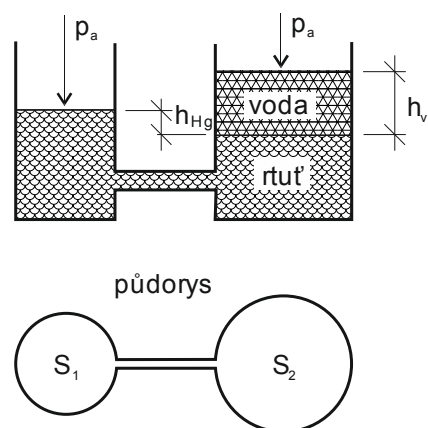
Příklad 2.5

Vypočítejte rozdíl hladin ve spojitých nádobách, v kterých je rtuť a voda (obr. 2.5). Objem vody v nádrži $V_{voda} = 20 \text{ cm}^3$.

Zadáno:

$S_1 = 1 \text{ cm}^2, S_2 = 4 \text{ cm}^2, S_1, S_2$ jsou plochy průřezů nádob, $\rho_{Hg} = 13\,600 \text{ kg.m}^{-3}, \rho_{voda} = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$.

$$(v\acute{y}sledek: h = 0,046 \text{ m})$$



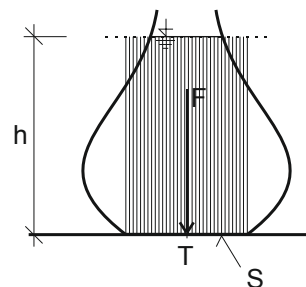
Obr. 2.5

2.3. Hydrostatická síla

Hydrostatická síla vzniká působením hydrostatického tlaku na plochu, na kterou působí vždy v kolmém směru. V následující části budou uvedeny způsoby výpočtu hydrostatické síly na vodorovné rovinné plochy, šikmé rovinné plochy, zakřivené plochy a dále pak i na složené konstrukce.

2.3.1. Hydrostatická síla na vodorovnou, rovinnou plochu

Hydrostatická síla na vodorovnou, rovinnou plochu závisí na hloubce kapaliny h , její hustotě ρ a velikosti zatěžované plochy S při tíhovém zrychlení země g . Velikost hydrostatické síly je určena sloupcem kapaliny nad zatěžovanou plochou až k hladině, působí v těžišti této plochy a nezávisí na tvaru nádrže. Sloupci kapaliny říkáme zatěžovací těleso, které má objem $V_{ZT} = hS$.



Obr. 2.6

Hydrostatickou sílu spočítáme dle vztahu:

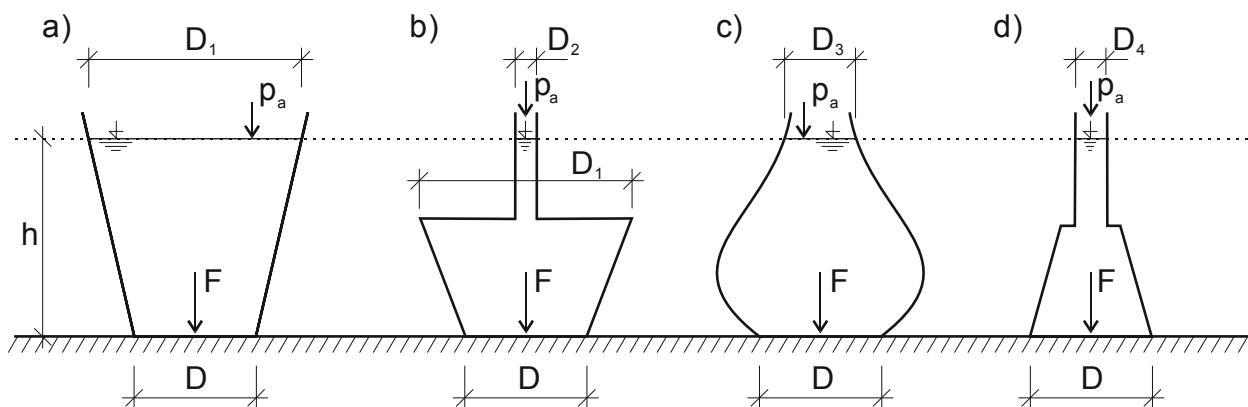
$$F = \rho ghS = \rho gV_{ZT} \quad (2.6)$$

Příklad 2.6

Vypočítejte hydrostatickou sílu na vodorovná, rovinná, kruhová dna o průměru $D = 0,5\text{m}$ u nádob uvedených na obr. 2.7.

Dále zadáno:

$$D_1 = 2 \text{ m}, D_2 = 0,25 \text{ m}, D_3 = 0,35 \text{ m}, D_4 = 0,30 \text{ m}, h_3 = 1,5 \text{ m}, h_4 = 3 \text{ m}, \rho_{\text{voda}} = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}.$$



Obr. 2.7

Řešení

Hydrostatická síla na dna uvedených nádob bude ve všech čtyřech případech stejná a vypočítáme ji dle rovnice 2.6.

$$F = \rho ghS$$

kde S je plocha kruhového dna, kterou určíme dle vztahu pro výpočet obsahu kruhu. Po úpravě a dosazení hodnot dostaneme:

$$F = \rho ghS = \rho gh \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow F = 1000 \cdot 9,81 \cdot 1 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,5^2}{4} = 1925 \text{ N}$$

Na dno nádob bude působit hydrostatická síla o velikosti 1,9 kN.

2.3.2. Hydrostatická síla na šikmou, rovinnou plochu

Hydrostatickou sílu na šikmou, rovinnou plochu vypočítáme na základě objemu zatěžovacího tělesa $V_{ZT} = z_T S$, které v kolmém směru působí na zatěžovanou plochu (obr. 2.8) dle vztahu:

$$F = \rho g z_T S = \rho g V_{ZT} \quad (2.7)$$

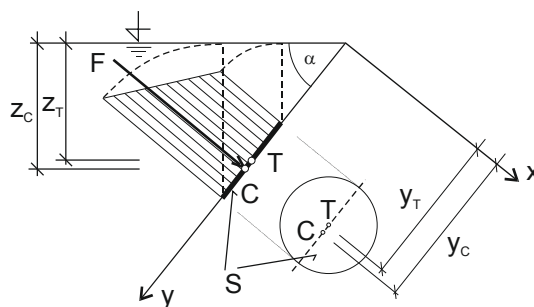
kde z_T je hloubka k těžišti zatěžované plochy a S je obsah zatěžované plochy. Výsledná síla prochází těžištěm zatěžovacího tělesa kolmo k tlačené ploše.

Polohu lze stanovit určením působíště síly C . Působíště leží na ose souměrnosti zatěžované rovinné plochy, jestliže je tato osa spádovou přímkou roviny. Vzdálenost působíště C od vodorysu vypočítáme dle vztahu:

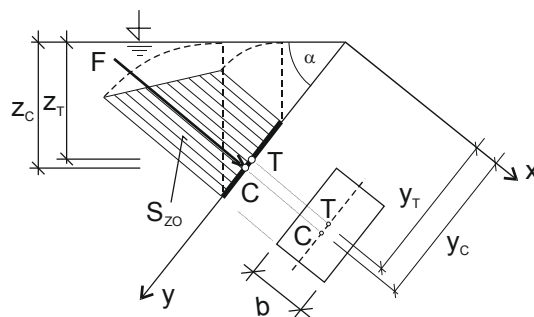
$$y_C = \frac{I_0}{y_T S} + y_T \quad (2.8)$$

Kde I_0 je moment setrvačnosti k těžišťové ose a pro některé základní tvary zatěžovaných ploch jsou v Tab. 2.1 uvedeny příslušné vztahy pro jeho výpočet.

Uvedený postup výpočtu hydrostatické síly lze použít pro jakýkoliv tvar zatěžované rovinné plochy. V případě, že zatěžovaná plocha je obdélníková nebo čtvercová (obr. 2.9), je



Obr. 2.8



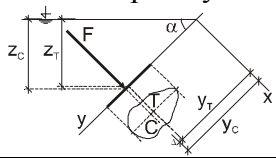
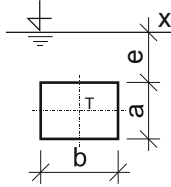
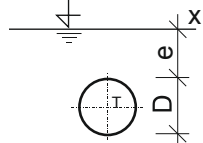
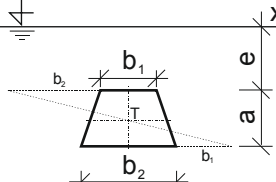
Obr. 2.9

vhodnější použít postup pomocí řezu zatěžovacím tělesem. Takovému řezu říkáme zatěžovací obrazec. Objem zatěžovacího tělesa pak spočítáme jako součin velikosti plochy zatěžovacího obrazce a šířky zatěžované plochy. Výslednou sílu pak dle vztahu:

$$F = \rho g b S_{ZO} = \rho g V_{ZT} \quad (2.9)$$

kde S_{ZO} je obsah zatěžovacího obrazce, b je šířka zatěžované obdélníkové plochy a V_{ZT} je objem zatěžovacího tělesa.

Tab. 2.1 Veličiny k výpočtu hydrostatické síly

Tvar plochy 	Obsah plochy S (m ²)	Pořadnice těžiště plochy S y _T (m)	Moment setrvačnosti I ₀ (m ⁴)
	ba	$e + \frac{a}{2}$	$\frac{1}{12}ba^3$
	$\frac{\pi D^2}{4}$	$e + \frac{D}{2}$	$\frac{\pi D^4}{64}$
	$\frac{a}{2}(b_1 + b_2)$	$v^3 \frac{(a+b)^2 + 2ab}{36(a+b)}$	$a^3 \frac{(b_1 + b_2)^2 + 2b_1b_2}{36(b_1 + b_2)}$

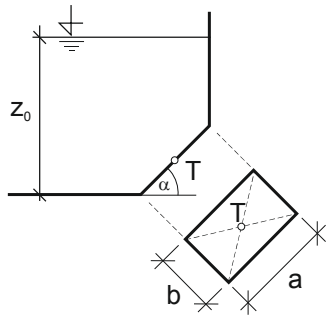
Příklad 2.7

Vypočítejte hydrostatickou sílu vody na obdélníkovou šikmou plochu (obr. 2.10a), která má rozměry $a = 3$ m, $b = 2$ m a je skloněná o úhel $\alpha = 45^\circ$ od vodorovné roviny. Dolní vodorovná strana b leží v hloubce $z_0 = 4$ m pod úrovní hladiny. Zjistěte také vzdálenost y_{CT} působíště C hydrostatické síly od těžiště T zatěžované obdélníkové plochy.

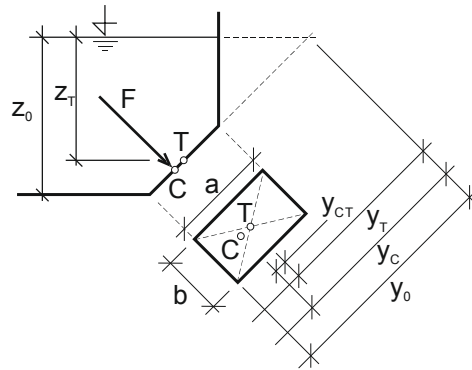
Řešení

Na obr. 2.11b jsou doplněny veličiny, které budou použity při výpočtu. Ze zadaných hodnot můžeme vypočítat:

$$z_a = a \sin \alpha \Rightarrow z_a = 3 \cdot \sin 45^\circ = 2,12 \text{ m}; \quad y_0 = \frac{z_0}{\sin \alpha} \Rightarrow y_0 = \frac{4}{\sin 45^\circ} = 5,66 \text{ m}$$



Obr. 2.10a



Obr. 2.10b

Podle rovnice 2.7 spočítáme:

$$F = \rho g z_T S = \rho g \left(z_0 - \frac{1}{2} z_a \right) b a \Rightarrow F = 10^3 \cdot 9,81 \left(4 - \frac{1}{2} \cdot 2,12 \right) \cdot 2,3 = 173048 \text{ N}$$

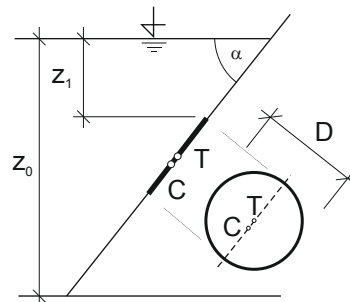
Dále pak dle rovnice 2.8 můžeme vypočítat i vzdálenost y_{CT} , čímž určíme polohu působišť síly:

$$y_{CT} = y_C - y_T = \frac{I_0}{y_T S} = \frac{\frac{1}{12} b a^3}{b a \left(y_0 - \frac{a}{2} \right)} = \frac{a^2}{12 \left(y_0 - \frac{a}{2} \right)} \Rightarrow y_{CT} = \frac{3^2}{12 \left(5,66 - \frac{3}{2} \right)} = 0,18 \text{ m}$$

Příklad 2.8

Vypočítejte hydrostatickou sílu na hradící prvek ve tvaru kruhu o průměru $D = 1 \text{ m}$, který je umístěn na šikmé stěně (obr. 2.11) skloněné od vodorovné roviny o úhel $\alpha = 45^\circ$. Určete polohu působišť síly. Hloubka vody před stěnou je $z_0 = 4 \text{ m}$. Dále je zadáno: $z_1 = 1 \text{ m}$

(výsledek: $F = 10,4 \text{ kN}$, $y_C = 1,95 \text{ m}$)



Obr. 2.11

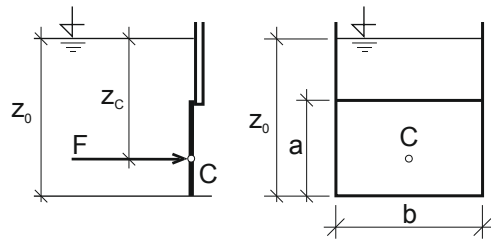
2.3.3. Hydrostatická síla na svislou, rovinnou plochu

Hydrostatickou sílu na svislou, rovinnou plochu počítáme podle rovnice 2.7 nebo 2.9 stejným způsobem jako šikmé, rovinné plochy. Úhel α je zde 90° a výsledná síla bude tedy působit pouze ve vodorovném směru v působišti síly, které určíme dle rovnice 2.8.

Příklad 2.9

Vypočítejte hydrostatickou sílu na stavidlo hradící obdélníkový otvor (obr. 2.12) o šířce $b = 2$ m a výšce $a = 1,5$ m. Určete také polohu působíště síly. Hloubka vody před stavidlem je $z_0 = 2$ m.

(výsledek: $F = 36,8$ kN, $z_C = y_C = 1,4$ m)

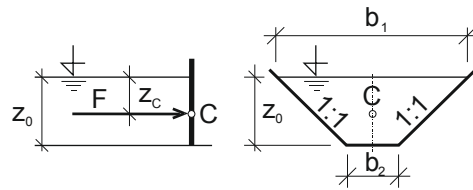


Obr. 2.12

Příklad 2.10

Vypočítejte hydrostatickou sílu na lichoběžníkové stavidlo hradící otvor (obr. 2.13) o šířce ve dně $b_2 = 1$ m, sklon bočních stěn je 1:1, hloubka vody před stavidlem je $z_0 = 1$ m. Určete také polohu působíště síly.

(výsledek: $F = 8,18$ kN, $z_C = y_C = 0,6$ m)

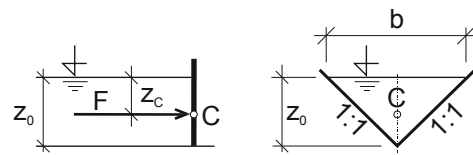


Obr. 2.13

Příklad 2.11

Vypočítejte hydrostatickou sílu na trojúhelníkové stavidlo hradící otvor (obr. 2.14) se sklonem bočních stěn 1:1, hloubka vody před stavidlem je $z_0 = 1$ m. Určete polohu působíště síly.

(výsledek: $F = 3,27$ kN, $z_C = y_C = 0,5$ m)



Obr. 2.14

2.3.4. Metoda rozkladu hydrostatické síly na vodorovnou a svislou složku síly

Hydrostatickou sílu na šikmou, rovinnou plochu z obr. 2.8 můžeme řešit také pomocí rozkladu na vodorovnou a svislou složku síly (obr. 2.15). Řešení spočívá ve výpočtu velikosti vodorovné a svislé složky síly, které se na závěr sečtou jako vektory na sebe navzájem kolmé. Při určení velikosti jednotlivých složek síly vycházíme z jejich definic:

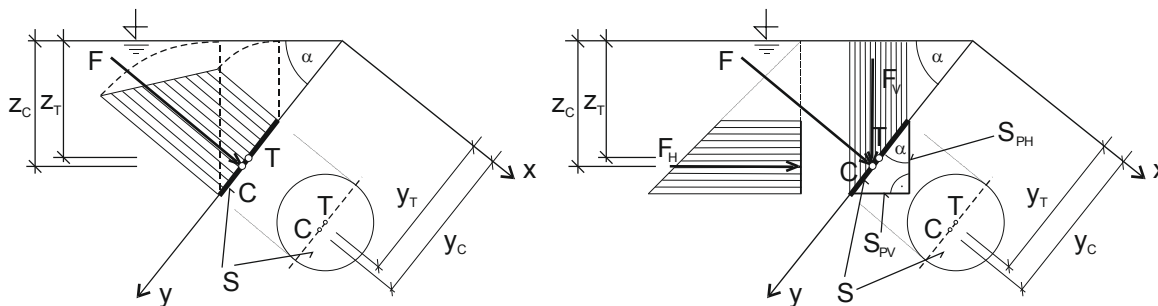
Vodorovná (horizontální) složka síly je dána silou, která působí na průmět zatěžované plochy do svislé roviny. Velikost plochy průmětu určíme výpočtem z pravoúhlého trojúhelníku dle vztahu:

$$S_{PH} = S \sin \alpha \quad (2.10)$$

kde S_{PH} je velikost plochy průmětu zatěžované plochy do svislé roviny, S je velikost zatěžované plochy a úhel α je odklon zatěžované roviny od vodorovsu. Hydrostatickou sílu F_H v horizontálním směru následně určíme dle vztahu:

$$F_H = \rho g z_T S \sin \alpha = \rho g V_{ZTH} \quad (2.11)$$

kde z_T je hloubka k těžišti zatěžované plochy a součin $z_T S \cos \alpha$ představuje objem zatěžovacího tělesa V_{ZTH} v horizontálním směru.



Obr. 2.15

Svislá (vertikální) složka síly je určena tíhou sloupce kapaliny nad zatěžovanou plochou až k hladině. Jedná se o sílu, která působí na průmět zatěžované plochy do vodorovné roviny. Velikost plochy průmětu určíme opět výpočtem z pravoúhlého trojúhelníku dle vztahu:

$$S_{PV} = S \cos \alpha \quad (2.12)$$

kde S_{PV} je velikost plochy průmětu zatěžované plochy do svislé roviny, S je velikost zatěžované plochy (obr. 2.8b) a úhel α je odklon zatěžované roviny od vodorovsu.

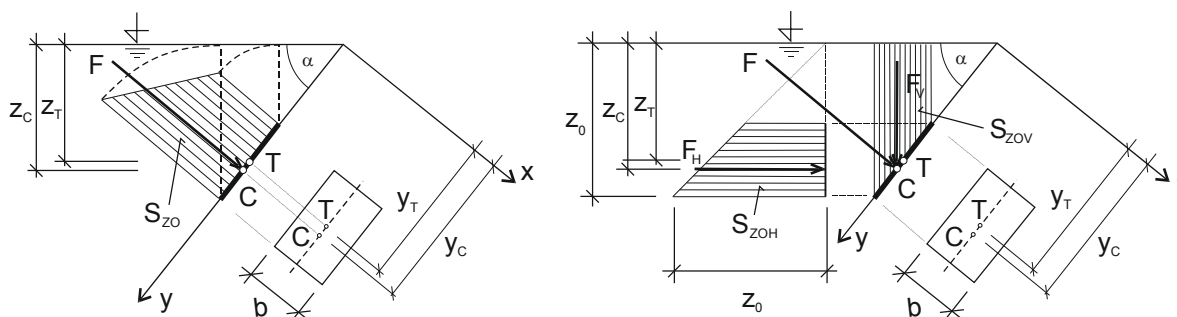
$$F_V = \rho g z_T S \cos \alpha = \rho g V_{ZTV} \quad (2.13)$$

kde z_T je hloubka k těžišti zatěžované plochy a součin $z_T S \cos \alpha$ představuje objem zatěžovacího tělesa V_{ZTV} ve vertikálním směru.

Výsledná hydrostatická síla je dána součtem horizontální a vertikální složky síly. Její velikost určíme graficky nebo z pravoúhlého trojúhelníku dle vztahu:

$$F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} \quad (2.14)$$

Jestliže počítáme hydrostatickou sílu na obdélníkové nebo čtvercové plochy pomocí rozkladu síly na složky, je vhodnější určit objem zatěžovacích těles přes zatěžovací obrazce pro jednotlivé směry, vycházíme z obr. 2.9, kde počítáme přímo výslednou sílu. Na obr. 2.16 je doplněna varianta výpočtu přes rozklad na složky síly.



Obr. 2.16

Vodorovnou (horizontální) složku síly zde vypočítáme na základě velikosti plochy zatěžovacího obrazce v horizontálním směru S_{ZOH} dle vztahu:

$$F_H = \rho g b S_{ZOH} = \rho g V_{ZTH} \quad (2.15)$$

Kde b je šířka obdélníkové nebo čtvercové zatěžované plochy a V_{ZTH} je objem zatěžovacího tělesa v horizontálním směru, který je dán součinem $b \cdot S_{ZOH}$.

Svislou (vertikální) složku síly vypočítáme na základě velikosti plochy zatěžovacího obrazce ve vertikálním směru S_{ZOV} dle vztahu:

$$F_V = \rho g b S_{ZOV} = \rho g V_{ZTV} \quad (2.16)$$

Kde b je šířka obdélníkové nebo čtvercové zatěžované plochy a V_{ZTV} je objem zatěžovacího tělesa ve vertikálním směru, který je dán součinem $b \cdot S_{ZOV}$.

Výslednou hydrostatickou sílu vypočítáme dle rovnice 2.14

2.3.5. Hydrostatická síla na složené a zakřivené konstrukce

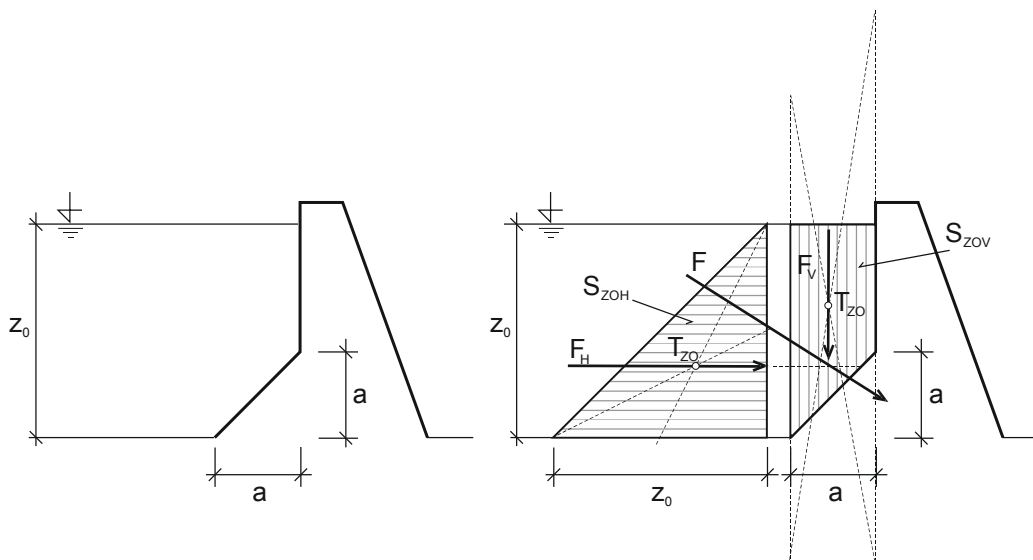
Metodu rozkladu výsledné síly na vodorovnou a svislou složku síly je vhodné použít zejména v případech, kdy se jedná o složené nebo zakřivené konstrukce. Takovéto úlohy řešíme grafickopočetně. To znamená, že nejprve graficky znázorníme příslušné zatěžovací obrazce pro vodorovnou a svislou složku síly a následně provedeme výpočet hydrostatických sil v obou směrech. Výslednice je pak dána součtem obou složek síly, které jsou na sebe kolmé. Z pravoúhlého trojúhelníka tedy určíme její velikost. Postup řešení je ukázán v př. 2.12.

Příklad 2.12

Vypočítejte hydrostatickou sílu na stěnu hráze uvedenou na obr. 2.17a, která má šířku $b = 10$ m. Před hrázi je zadržena voda s hloubkou $z_0 = 5$ m. Dále je zadáno: $a = 2$ m. Určete také polohu výsledné hydrostatické síly.

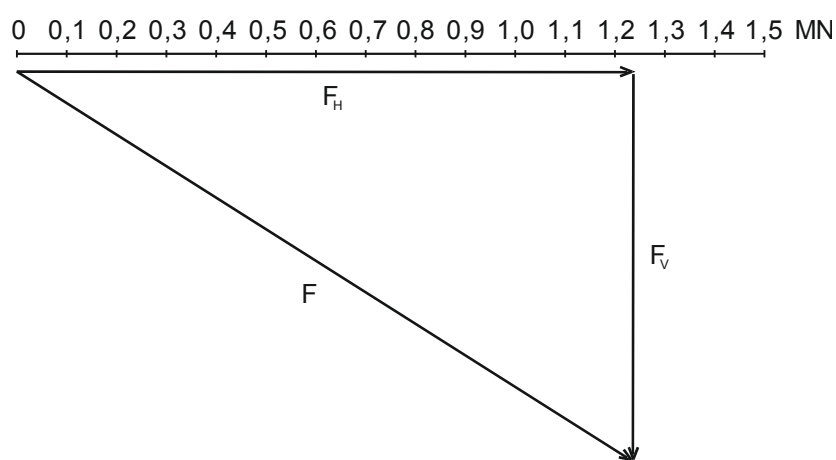
Řešení

Příklad řešíme pomocí metody rozkladu na složky síly. Pro výpočet vodorovné i svislé složky síly vykreslíme zatěžovací obrazce. Postup je naznačen na obr. 2.17b. Pokračujeme výpočtem velikosti ploch zatěžovacích obrazců S_{ZOH} a S_{ZOV} .



Obr. 2.17a

Obr. 2.17b



Obr. 2.17c

$$S_{ZOH} = \frac{z_0^2}{2} \Rightarrow S_{ZOH} = \frac{5^2}{2} = 12,5 \text{ m}^2, S_{ZOV} = \frac{a^2}{2} + a(z_0 - a) \Rightarrow S_{ZOV} = \frac{2^2}{2} + 2(5 - 2) = 8 \text{ m}^2$$

Dále dle rovnic 2.15 a 2.16 vypočítáme velikosti obou složek sil F_H a F_V :

$$F_H = \rho g b S_{ZOH} \Rightarrow F_H = 1000 \cdot 9,81 \cdot 10 \cdot 12,5 = 1226250 \text{ N} \approx 1,23 \text{ MN}$$

$$F_V = \rho g b S_{ZOV} \Rightarrow F_V = 1000 \cdot 9,81 \cdot 10 \cdot 8 = 784800 \text{ N} \approx 0,78 \text{ MN}$$

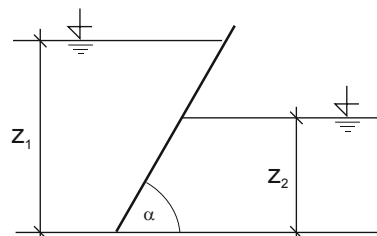
Výslednou sílu F určíme dle rovnice 2.14:

$$F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} \Rightarrow F = \sqrt{784800^2 + 71226250^2} = 1455884,6 \text{ N} \approx 1,46 \text{ MN}$$

Graficky určíme polohu výsledné síly a můžeme také ověřit i správnost výpočtu její velikosti obr. 2.17b a 2.17c.

Příklad 2.13

Určete hydrostatickou sílu na stavidlo (obr. 2.18a) o délce $b = 2 \text{ m}$, jestliže hloubky vody jsou $z_1 = 5 \text{ m}$, $z_2 = 3 \text{ m}$, $\alpha = 60^\circ$. Určete také polohu výsledné síly.



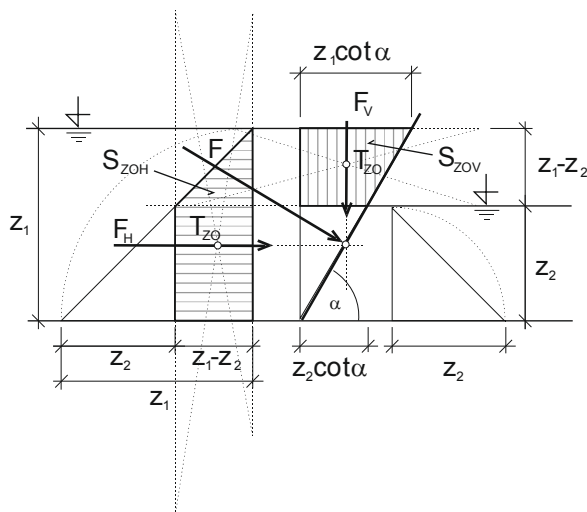
Obr. 2.18a

Řešení

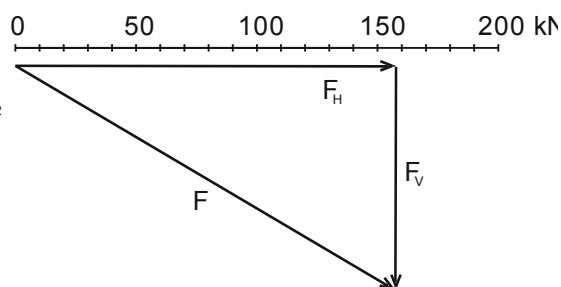
Příklad můžeme opět řešit pomocí metody rozkladu na složky síly. Pro výpočet vodorovné i svislé složky síly vykreslíme zatěžovací obrazce. Postup je naznačen na obr. 2.18b. Pokračujeme výpočtem velikosti ploch zatěžovacích obrazců S_{ZOH} a S_{ZOV} :

$$S_{ZOH} = \frac{(z_1 + z_2)(z_1 - z_2)}{2} \Rightarrow S_{ZOH} = \frac{(5 + 3)(5 - 3)}{2} = 8 \text{ m}^2$$

$$S_{ZOV} = \frac{(z_1 - z_2)(z_1 \cot \alpha + z_2 \cot \alpha)}{2} \Rightarrow S_{ZOV} = \frac{(5 - 3)(5 \cdot \cot 60^\circ + 3 \cdot \cot 60^\circ)}{2} = 4,62 \text{ m}^2$$



Obr. 2.18b



Obr. 2.18c

Dále dle rovnic 2.15 a 2.16 vypočítáme velikosti obou složek sil F_H a F_V :

$$F_H = \rho g b S_{ZOH} \Rightarrow F_H = 1000 \cdot 9,81 \cdot 2,8 = 156960 \text{ N} \approx 157 \text{ kN}$$

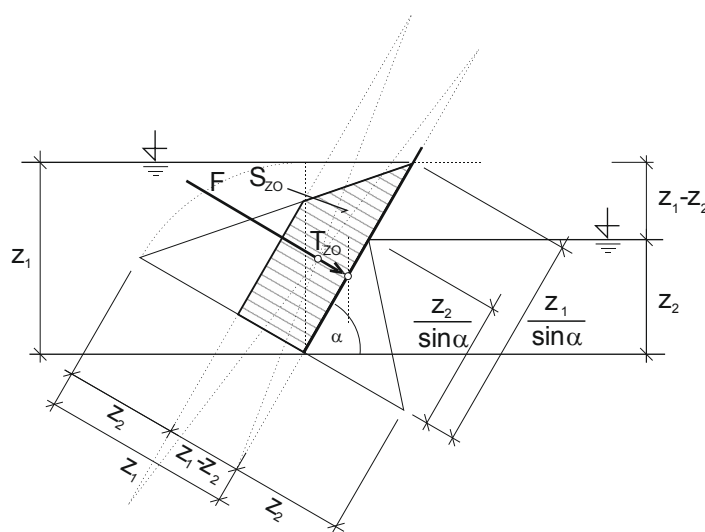
$$F_V = \rho g b S_{ZO} \Rightarrow F_V = 1000 \cdot 9,81 \cdot 2,4,62 = 90644,4 \text{ N} \approx 90,6 \text{ kN}$$

Výslednou sílu F určíme dle rovnice 2.14:

$$F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} \Rightarrow F = \sqrt{156960^2 + 90644,4^2} \approx 181,3 \cdot 10^3 \text{ N} = 181,3 \text{ kN}$$

Graficky určíme polohu výsledné síly a můžeme také ověřit i správnost výpočtu její velikosti obr. 2.18b a 2.18c.

Řešení tohoto příkladu je možné i pomocí zatěžovacího obrazce pro výslednou hydrostatickou sílu. Sestrojení zatěžovacího obrazce je patrné z obr. 2.19. Výsledný zatěžovací obrazec získáme složením zatěžovacích obrazců pro horní a dolní vodu.



Obr. 2.19

Velikost plochy výsledného zatěžovacího obrazce bude:

$$S_{ZO} = \frac{(z_1 - z_2) \left(\frac{z_1}{\sin \alpha} + \frac{z_2}{\sin \alpha} \right)}{2} \Rightarrow S_{ZO} = \frac{(5 - 3) \left(\frac{5}{\sin 60^\circ} + \frac{3}{\sin 60^\circ} \right)}{2} = 9,24 \text{ m}^2$$

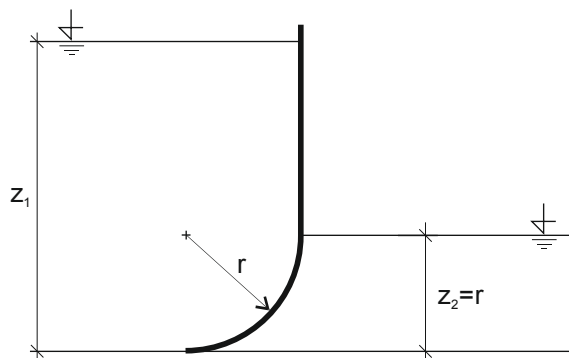
Následně již můžeme určit velikost výsledné hydrostatické síly:

$$F = \rho g b S_{ZO} \Rightarrow F = 1000 \cdot 9,81 \cdot 2,9,24 \approx 181,3 \cdot 10^3 \text{ N} = 181,3 \text{ kN}$$

Na stavidlo působí celková hydrostatická síla o velikosti 181,3 kN.

Příklad 2.14

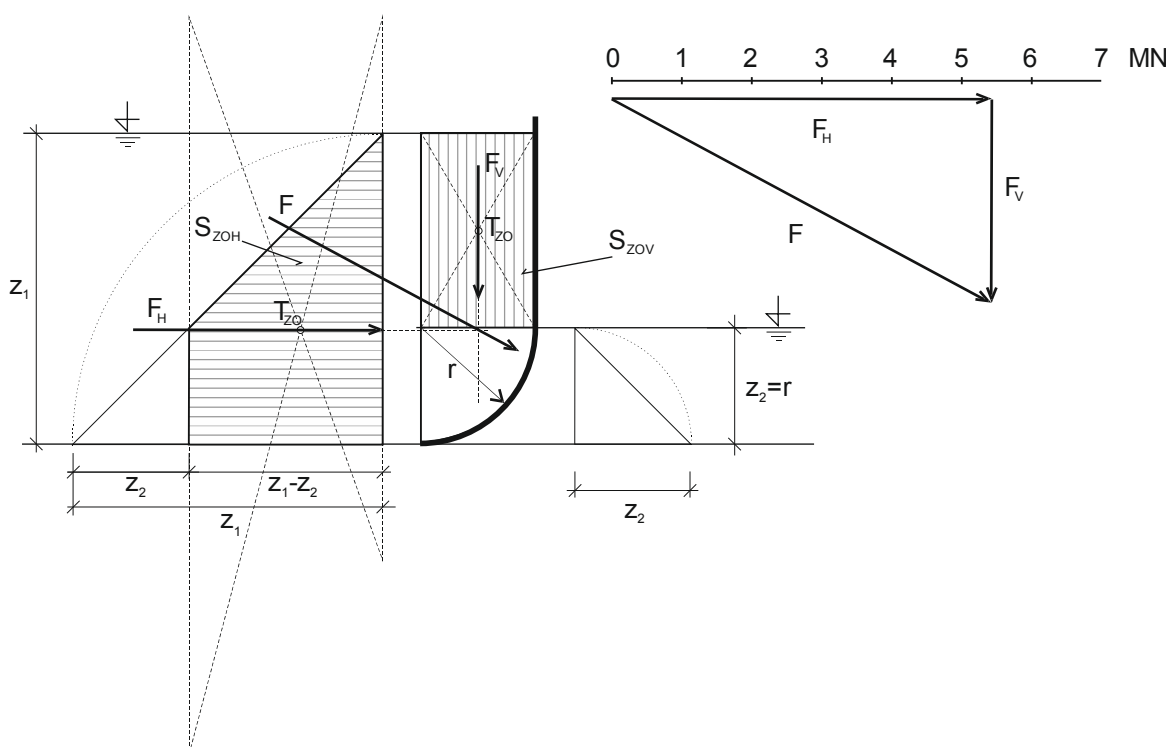
Určete velikost výsledné hydrostatické síly, která působí na hradící stěnu nádrže (obr. 2.20a) o délce $b = 20$ m. Dále je zadáno: $z_1 = 8$ m, $z_2 = r = 3$ m. Určete také polohu výsledné síly.



Obr. 2.20a

Řešení

Úkolem je výpočet hydrostatické síly na stěnu, která je ve spodní části zakřivená do tvaru čtvrtiny válce o poloměru $r = 3$ m. V tomto případě je vhodné použít metodu rozkladu na složky síly. Pro výpočet vodorovné i svislé složky síly vykreslíme příslušné zatěžovací obrazce s ohledem na působení horní i dolní vody. Postup je naznačen na obr. 2.20b.



Obr. 2.20b

Dále pokračujeme výpočtem velikosti ploch zatěžovacích obrazců $S_{ZO H}$ a $S_{ZO V}$:

$$S_{ZO H} = \frac{z_1^2}{2} - \frac{z_2^2}{2} \Rightarrow S_{ZO H} = \frac{8^2}{2} - \frac{3^2}{2} = 27,5 \text{ m}^2, S_{ZO V} = z_2(z_1 - z_2) \Rightarrow S_{ZO V} = 3(8 - 3) = 15 \text{ m}^2$$

Dále dle rovnic 2.15 a 2.16 vypočítáme velikosti obou složek sil F_H a F_V :

$$F_H = \rho g b S_{zOH} \Rightarrow F_H = 1000 \cdot 9,81 \cdot 20 \cdot 27,5 = 5395500 \text{ N} \approx 5,4 \text{ MN}$$

$$F_V = \rho g b S_{zOV} \Rightarrow F_V = 1000 \cdot 9,81 \cdot 20 \cdot 15 = 2943000 \text{ N} \approx 2,9 \text{ MN}$$

Výslednou sílu F určíme dle rovnice 2.14:

$$F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} \Rightarrow F = \sqrt{5395500^2 + 2943000^2} = 6145947,4 \text{ N} = 6,1 \text{ MN}$$

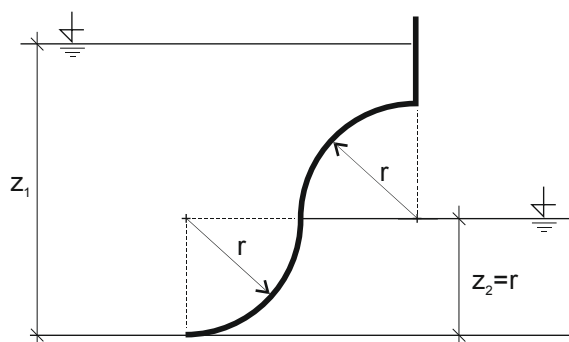
Graficky určíme polohu výsledné síly a můžeme také ověřit i správnost výpočtu její velikosti obr. 2.20b.

Na hradící stěnu nádrže působí celková hydrostatická síla o velikosti 6,1 MN.

Příklad 2.15

Určete velikost výsledné hydrostatické síly, která působí na hradící stěnu nádrže, která má v řezu tvar dvou na sebe napojených čtvrtkružnic a jedné svislé části (obr. 2.21). Délka hradící stěny je $b = 12 \text{ m}$. Dále je zadáno: $z_1 = 5 \text{ m}$, $z_2 = r = 2 \text{ m}$. Určete také směr působení výsledné síly a úhel, který svírá s vodorovsem.

(výsledek: $F = 1,88 \text{ MN}$, $\alpha = 48,8^\circ$)

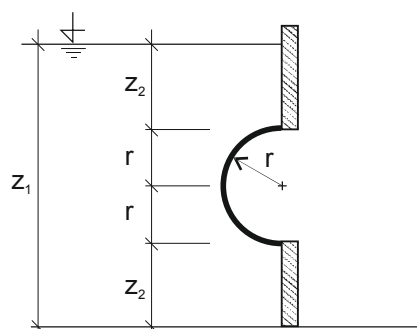


Obr. 2.21

Příklad 2.16

Určete velikost výsledné hydrostatické síly, která působí na válcovou skleněnou část, která je vložena do betonové stěny a zajišťuje průhled do vodní nádrže (obr. 2.22). Skleněná část má v řezu tvar půlkružnice o poloměru $r = 1 \text{ m}$. Délka válcové části je $b = 6 \text{ m}$. Dále je zadáno: $z_1 = 5 \text{ m}$, $z_2 = 1,5 \text{ m}$. Určete také směr působení výsledné síly a úhel, který svírá s vodorovsem.

(výsledek: $F = 451 \text{ kN}$, $\alpha = 11,8^\circ$)



Obr. 2.22

3. Hydrodynamika

Hydrodynamika je nauka o kapalinách, které jsou v pohybu. Zabývá se tedy prouděním kapalin. Proudění kapaliny je určeno, známe-li v každém bodě proudu tlak a rychlost.

Tlak p (Pa) - hydrostatická resp. statická složka celkového tlaku v proudící kapalině (nezahrnujeme zde do něho atmosférický tlak - v tomto smyslu se jedná o přetlak, který se měří např. piezometrem nebo tlakovou sondou).

Rychlost u ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$) - místní rychlost v bodě proudu. Pro praktické výpočty se zavádí **střední rychlost v průřezu** v ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$), kolmou k průřezu.

Průtok Q ($\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$) - objem kapaliny, který projde průtočným průřezem za jednotku času:

$$Q = Sv \quad (3.1)$$

S ... plocha průtočného průřezu, (m^2)

v ... střední rychlost v průtočném průřezu, ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)

Rozdělení proudění podle vedení proudu:

proudění o volné hladině

tlakové proudění

proudění v paprscích

Rozdělení proudění podle závislosti na čase:

neustálené proudění

průtok i plocha průtočného průřezu jsou funkcemi času a dráhy

ustálené proudění

průtok je konstantní, nezávislý na čase a dráze, dále se dělí na:

- *rovnoměrné proudění*

rychlost i plocha průtočného průřezu jsou konstantní

- *nerovnoměrné proudění*

rychlost i plocha průtočného průřezu jsou funkcemi dráhy

V následujících kapitolách se budeme věnovat výpočtům z oblasti hydrodynamiky. Ukážeme si jak používat základní rovnice hydrodynamiky (Bernoulliho rovnici a rovnici kontinuity) pro řešení proudění ideální i skutečné kapaliny v potrubí. Dále pak budeme řešit ustálený a neustálený výtok otvory v nádržích. V další kapitole se setkáme s ustáleným prouděním v otevřených korytech, kde si vyzkoušíme řešit rovnoměrný i nerovnoměrný pohyb vody. V dalších kapitolách jsou uvedeny některé příklady řešení proudění na přelivech, v mostech a propustcích a na závěr i proudění podzemní vody.

4. Proudění vody v potrubí

Potrubí je zařízení, které se používá k dopravě kapaliny. Potrubí dělíme podle různých kritérií:

- a) podle materiálu, z kterého je zhotoveno: ocelové, litinové, betonové, dřevěné, skleněné, plastové apod.
- b) z konstrukčního hlediska dělíme potrubí na *jednoduché* a *složené*. Jednoduché potrubí je takové, kterým dopravujeme kapalinu jednou větví s konstantním průměrem (průtočným průřezem) a složené potrubí má proměnlivý průměr, může se větvit nebo spojovat, čímž je umožněno dopravovat kapalinu do různých míst spotřeby nebo lze připojovat další potrubí přivádějící kapalinu z jiných zdrojů
- c) podle hydraulických výpočtů dělíme potrubí na *hydraulicky krátká*, při jejichž výpočtech nezanedbáváme místní ztráty a *hydraulicky dlouhá*, kde uvažujeme většinou jen ztráty třením.
- d) proudění kapaliny v potrubí může být: *tlakové* (např. vodovodní potrubí, potrubí pro závlahy, rozvody průmyslové vody, tlakové přivaděče) a *s volnou hladinou* (např. kanalizační, drenážní potrubí aj.), jejichž řešení je stejné jako proudění kapaliny v otevřených profilech
- e) dle tvaru průtočného průřezu: kruhové, obdélníkové, eliptické apod. V praxi je nejpoužívanější kruhový průřez, protože nejlépe odolává vnitřnímu tlaku a jeho průmyslová výroba je jednoduchá.

V těchto skriptech se zaměříme na řešení potrubí s kruhovým průtočným průřezem. Uvedené postupy se dají aplikovat na potrubí libovolného průtočného průřezu.

4.1. Ustálené proudění vody v potrubí – základní rovnice

Při řešení ustáleného tlakového proudění kapaliny v potrubí budou užity rovnice vyjadřující zákony zachování hmoty a energie.

Rovnice kontinuity pro ustálené proudění má tvar:

$$Q = v \cdot S = konst. \quad (4.1)$$

kde Q – průtok ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$), S – plocha průtočného průřezu (m^2), v – střední rychlost v průtočném průřezu ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)

$$\text{nebo } v_1 \cdot S_1 = v_2 \cdot S_2 = \dots = v_i \cdot S_i = Q \quad (4.2)$$

Bernoulliho rovnice

a) ve tvaru pro ideální kapalinu – bilance specifické energie (energetických výšek) ve dvou průřezech 1 a 2

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} \quad (4.3)$$

kde z_1 – polohová výška průřezu nad srovnávací rovinou (geodetickým

horizontem) (m), $\frac{p}{\rho g}$ - tlaková výška (m), $\frac{v^2}{2g}$ - rychlostní výška (m)

b) ve tvaru pro skutečnou kapalinu

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \sum_{i=1}^m h_{ZMi} + \sum_{j=1}^n h_{ZTj} \quad (4.4)$$

kde $\sum_{i=1}^m h_{ZMi}$ - součet místních ztrát (ztrátových výšek) mezi profily 1 a 2

$\sum_{j=1}^n h_{ZTj}$ - součet ztrát třením (ztrátových výšek) mezi profily 1 - 2

Důležité pojmy:

- hydraulický sklon J - je číslo, které udává úbytek energetické výšky připadající na jednotku délky dráhy proudu kapaliny.

- energetická výška (celková) (m) proudu v daném průtočném průřezu, vztažená ke zvolenému geodetickému horizontu. Určuje svislou vzdálenost energetického horizontu (EH) od zvoleného geodetického horizontu (GH).

- tlaková čára (TČ) - dostaneme jí vynesáním tlakové výšky v každém průtočném průřezu proudu. Svislá vzdálenost tlakové čáry od energetického horizontu (EH) je rovna rychlostní výšce

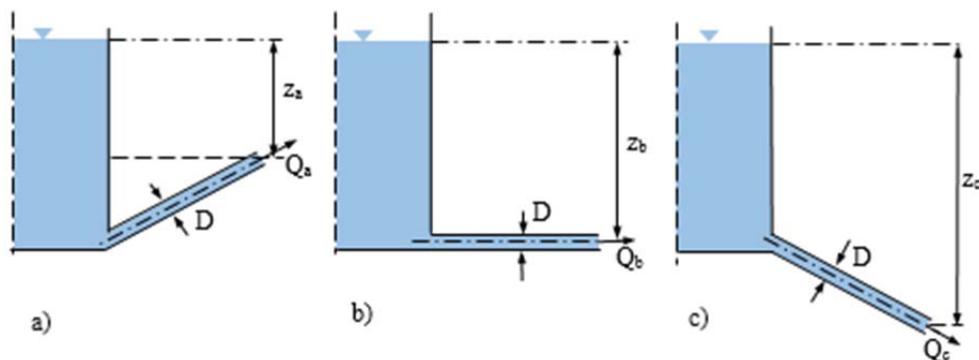
- energetická výška ($E = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g}$) v proudu ideální kapaliny je totožná s energetickým horizontem a v proudu skutečné kapaliny ve směru proudění stále klesá; čáru udávající její velikost v každém bodě proudu nazýváme čárou mechanické energie (ČE)

- potenciální energetická výška $E_{pot} = z + \frac{p}{\rho g}$

4.2. Tlakové proudění ideální kapaliny

Příklad 4.1

Kapalina vytéká z velké nádrže při třech variantách a), b), c), výtokového potrubí viz obr. 4.1. Vypočítejte průtok potrubím Q ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$) a vynesete průběh tlakové čáry (TČ). Uveďte, jak by byl ovlivněn průběh TČ, pokud by byla nádrž uzavřená a tlak působící na hladinu v nádrži by byl větší než atmosférický. Dáno: poloha výtokového průtočného průřezu pod hladinou v nádrži $z_a = 1,0$ m, $z_b = 3,0$ m, $z_c = 5,0$ m, průměr potrubí $D = 0,1$ m.



Obr. 4.1

Řešení

Výtokovou rychlost při sestavení Bernoulliho rovnice pro vtokový a výtokový průřez můžeme vypočítat ze vztahu $v = \sqrt{2g(E_1 - E_{2pot})}$. Zvolíme-li geodetický horizont ve všech uvedených případech v úrovni těžiště výtokového průřezu, bude $E_{2pot} = 0$ (uvažujeme-li relativní hodnoty tlaku, potom atmosférický tlak je nulový), $E_1 = z_a$ resp. z_b resp. z_c . Po dosazení za rychlost dostaneme:

$$v_a = \sqrt{2g(z_a - 0)} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1} = 4,43 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_b = \sqrt{2g(z_b - 0)} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 3} = 7,67 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_c = \sqrt{2g(z_c - 0)} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 5} = 9,90 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

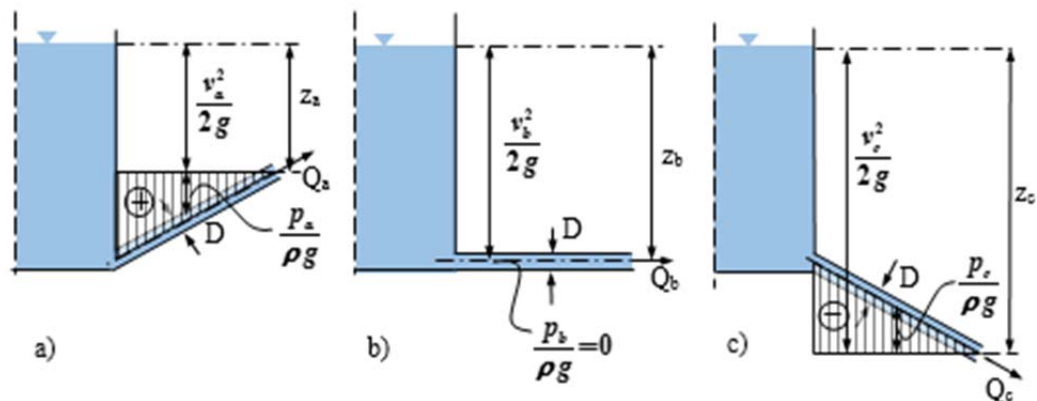
Pomocí rovnice kontinuity (4.2) vypočítáme průtoky Q :

$$Q_a = S \cdot v_a = \frac{\pi D^2}{4} v_a = \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} \cdot 4,43 = 0,035 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$Q_b = S \cdot v_b = \frac{\pi D^2}{4} v_b = \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} \cdot 7,67 = 0,060 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$Q_c = S \cdot v_c = \frac{\pi D^2}{4} v_c = \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} \cdot 9,90 = 0,078 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

Průběhy tlakových čar jsou vyznačeny na obr. 4.2. V případě a) je celé potrubí pod tlakem (kladný tlak), v případě b) je v potrubí tlak atmosférický, v případě c) je v potrubí záporný tlak (tlak menší než atmosférický – podtlak). Kdyby byla nádrž uzavřená a na hladinu kapaliny v nádrži by působil tlak větší než atmosférický, zvýšila by se poloha energetického horizontu a zvětšila by se výtoková rychlost kapaliny (zároveň by se zvýšil i průtok) a rychlostní výška. Poloha tlakových čar (velikosti tlaků v potrubí) by se neměnila (platí jen pro ideální kapalinu a jen pro daný případ potrubí stálého průřezu).



Obr. 4.2

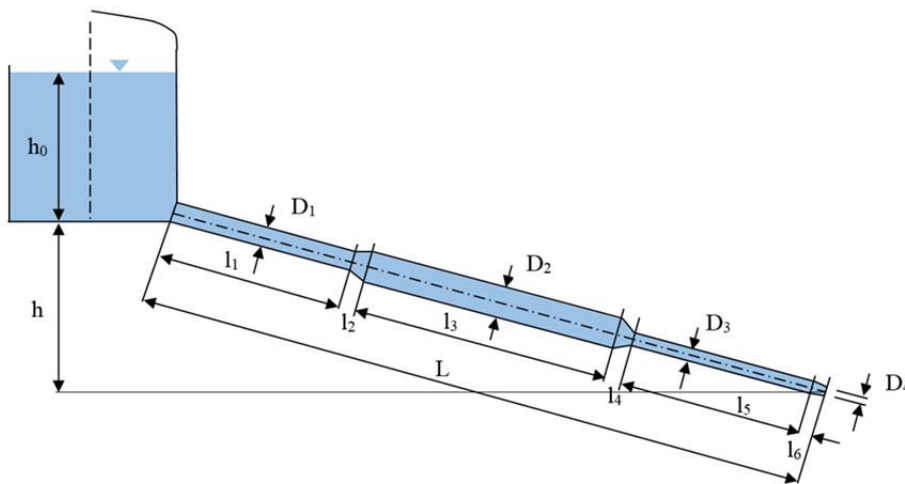
Příklad 4.2

Voda vytéká potrubím z velké nádrže. Potrubí je složeno z úseků s různými průměry viz obr. 4.3. Nádrž uvažujte s volnou hladinou (na hladinu kapaliny v nádrži působí atmosférický tlak tj. $p_v = 0$). Vypočtete průtok potrubím Q ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$) a vynesete tlakovou čáru, jedná-li se o ideální kapalinu (zanedbáváme hydraulické ztráty). Dáno: $h = 7,5$ m, $h_0 = 2,0$ m, $D_1 = 0,125$ m, $D_2 = 0,15$ m, $D_3 = 0,1$ m, $D_4 = 0,075$ m, $l_1 = 4,5$ m, $l_2 = 0,5$ m, $l_3 = 4,5$ m, $l_4 = 0,5$ m, $l_5 = 4,5$ m, $l_6 = 0,5$ m, $l = 15$ m.

Řešení

Řešení pro zadání a) Geodetický horizont proložíme do osy výtokového otvoru o průměru D_4 . Sestavíme Bernoulliho rovnici pro vtokový a výtokový průřez:

$$\text{Energetická výška vtoku je } E = h + h_0 + \frac{P_v}{\rho g}$$



Obr. 4.3

Přítokovou rychlost (i z toho vyplývající rychlostní výšku) vzhledem k velkým rozměrům nádrže zanedbáváme.

Ve výtokovém průřezu průměru D_4 je potenciální výška nulová. Potom energetická výška je

$$E = \frac{v_4^2}{2g} . \text{ Z rovnosti energetických výšek ve vtokovém a výtokovém průřezu vyplývá}$$

$$E = h + h_0 + \frac{p_v}{\rho g} = \frac{v_4^2}{2g} . \text{ Po dosazení zadaných hodnot můžeme vyjádřit rychlost } v_4 :$$

$$7,5 + 2,0 + 0 = \frac{v_4^2}{2g} \rightarrow v_4 = \sqrt{2gE} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 9,5} = 13,7 \text{ s}^{-1}$$

Z rovnice kontinuity vypočteme průtok Q

$$Q = S_4 v_4 = \frac{\pi D_4^2}{4} v_4 = \frac{3,14 \cdot 0,075^2}{4} \cdot 13,7 = 0,060 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

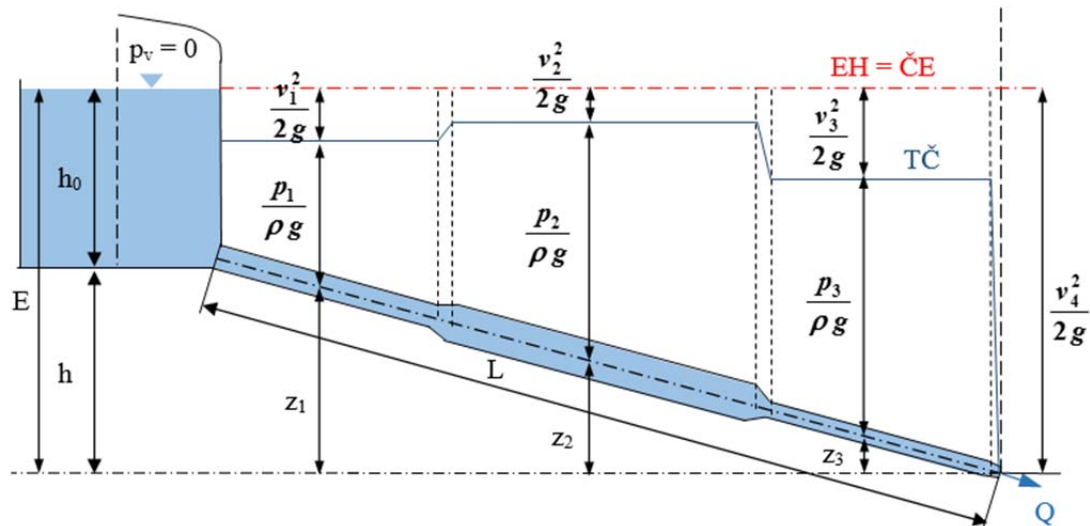
Dále vypočteme z rovnice kontinuity rychlosti

$$v_1 = \frac{Q}{S_1} = \frac{Q}{\frac{\pi D_1^2}{4}} v_4 = \frac{4 \cdot 0,060}{3,14 \cdot 0,125^2} = 4,89 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; \frac{v_1^2}{2g} = \frac{4,89^2}{2 \cdot 9,81} = 1,22 \text{ m}$$

$$v_2 = \frac{Q}{S_2} = \frac{Q}{\frac{\pi D_2^2}{4}} v_4 = \frac{4 \cdot 0,060}{3,14 \cdot 0,15^2} = 3,40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; \frac{v_2^2}{2g} = \frac{3,40^2}{2 \cdot 9,81} = 0,59 \text{ m}$$

$$v_3 = \frac{Q}{S_3} = \frac{Q}{\frac{\pi D_3^2}{4}} v_4 = \frac{4 \cdot 0,060}{3,14 \cdot 0,10^2} = 7,64 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; \frac{v_3^2}{2g} = \frac{7,64^2}{2 \cdot 9,81} = 2,98 \text{ m}$$

Odečtením rychlostních výšek od energetického horizontu (čáry mechanické energie) (leží v úrovni hladiny v nádrži) získáme průběh tlakové čáry (TČ) V úsecích konstantního průměru je tlaková čára vodorovná, v přechodných úsecích doplníme přímkový průběh. Průběh tlakové čáry je v obr. 4.4.



Obr. 4.4

Příklad 4.3

Dvě nádrže jsou spojené potrubím, které se skládá ze tří úseků s různými průměry: $D_1 = 250\text{mm}$, $D_2 = 150\text{ mm}$ a $D_3 = 200\text{ mm}$ (viz obr. 4.5). Dáno: $l_1 = 5,0\text{ m}$, $l_2 = 4,0\text{ m}$, $l_3 = 4,0\text{ m}$, $l_4 = 5,0\text{ m}$, $H = 10,0\text{ m}$, $H_1 = 6,0\text{ m}$, $\Delta H = 4,0\text{ m}$, $H_2 = 5,0\text{ m}$. Na hladiny v obou nádržích působí atmosférický tlak. Vypočítejte průtok vody mezi oběma nádržemi a rychlosti v jednotlivých úsecích. Vyneste tlakovou čáru.

Řešení

Bernoulliho rovnice pro vstupní a výstupní průřez

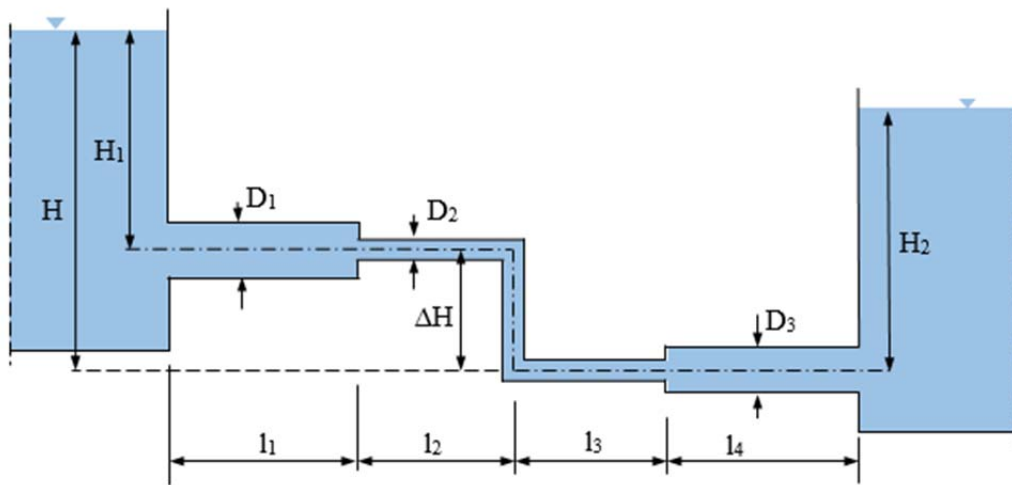
$$\Delta H + H_1 + \frac{p_{AT}}{\rho g} = H_2 + \frac{p_{AT}}{\rho g} + \frac{v_3^2}{2g}$$

Odkud vyjádříme rychlost v_3

$$v_3 = \sqrt{2g(\Delta H + H_1 - H_2)} = \sqrt{2 \cdot 9,81(4,0 + 6,0 - 5,0)} = 9,905\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Z rovnice kontinuity pro ustálené proudění určíme průtok

$$Q = S_3 v_3 = \frac{\pi D_3^2}{4} v_3 = \frac{3,14 \cdot 0,2^2}{4} \cdot 9,905 = 0,311\text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}; \quad \frac{v_3^2}{2 \cdot g} = \frac{9,905^2}{2 \cdot 9,81} = 5,00\text{ m}$$



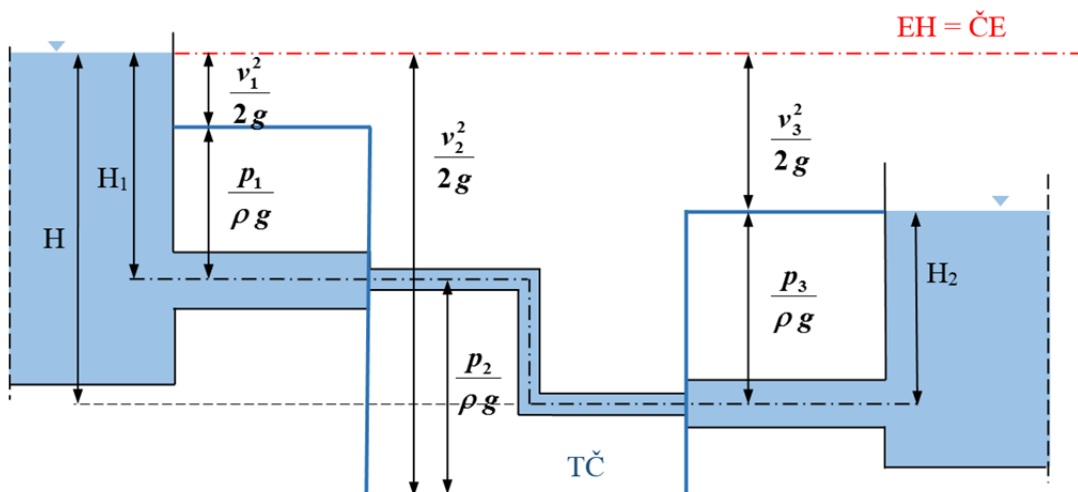
Obr. 4.5

rychlosti a rychlostní výšky jsou

$$v_1 = \frac{Q}{S_1} = \frac{Q}{\frac{\pi D_1^2}{4}} = \frac{4.0,311}{3,14 \cdot 0,25^2} = 6,34 \text{ m.s}^{-1}; \quad \frac{v_1^2}{2g} = \frac{6,34^2}{2 \cdot 9,81} = 2,048 \text{ m}$$

$$v_2 = \frac{Q}{S_2} = \frac{Q}{\frac{\pi D_2^2}{4}} = \frac{4.0,311}{3,14 \cdot 0,15^2} = 17,608 \text{ m.s}^{-1}; \quad \frac{v_2^2}{2g} = \frac{17,608^2}{2 \cdot 9,81} = 15,802 \text{ m}$$

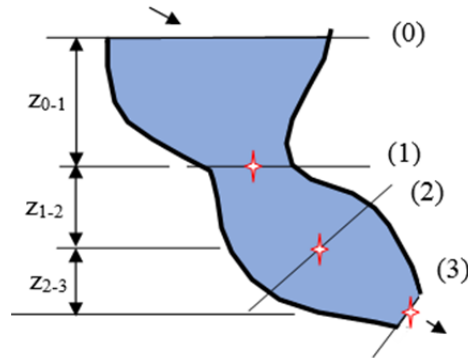
Vynesení tlakové čáry je uvedeno v obr. 4.6



Obr. 4.6

Příklad 4.4

Vypočtete průtok Q ($\text{m}^3 \text{s}^{-1}$), rychlost v_3 a tlakové výšky $p_1/\rho g$, $p_2/\rho g$ v průřezech (1) a (2) nádoby vyznačeného tvaru – obr. 4.7 při ustáleném proudění vody, kterou uvažujte jako ideální kapalinu. Dáno: svislá vzdálenost průřezů (těžišť) $z_{0-1} = z_{1-2} = z_{2-3} = 1,00 \text{ m}$; plochy průtočných průřezů $S_0 = 4 \text{ m}^2$; $S_1 = 0,04 \text{ m}^2$; $S_2 = 0,1 \text{ m}^2$; $S_3 = 0,03 \text{ m}^2$.

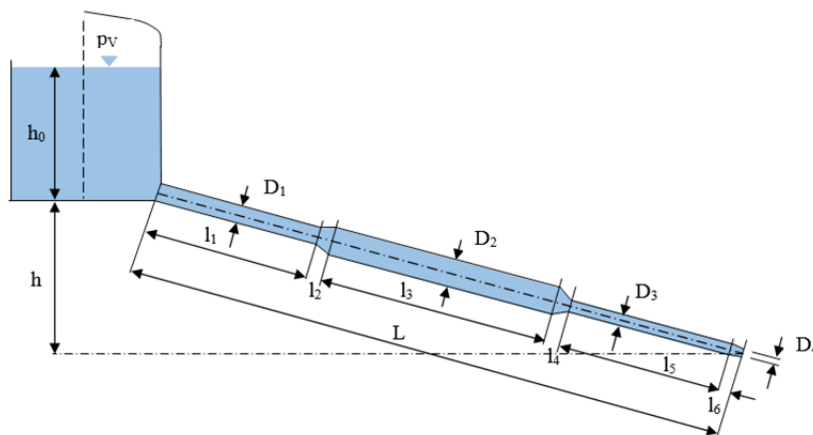


Obr. 4.7

(výsledky: $Q = 0,23 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$; $v_3 = 7,67 \text{ m s}^{-1}$; $p_1/\rho g = - 0,685 \text{ m}$; $p_2/\rho g = + 1,73 \text{ m}$)

Příklad 4.5

Voda vytéká potrubím z velké nádrže. Potrubí je složeno z úseků s různými průměry viz obr. 4.8. Nádrž uvažujte tlakovou s tlakem (přetlakem) působícím na hladinu v nádrži $p_v = 25 \cdot 10^3 \text{ Pa}$. Vypočtete průtok potrubím Q ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$) a vyneste tlakovou čáru, jedná-li se o ideální kapalinu (zanedbáváme hydraulické ztráty). Dáno: $h = 7,5 \text{ m}$, $h_0 = 2,0 \text{ m}$, $D_1 = 0,125 \text{ m}$, $D_2 = 0,15 \text{ m}$, $D_3 = 0,1 \text{ m}$, $D_4 = 0,075 \text{ m}$, $l_1 = 4,5 \text{ m}$, $l_2 = 0,5 \text{ m}$, $l_3 = 4,5 \text{ m}$, $l_4 = 0,5 \text{ m}$, $l_5 = 4,5 \text{ m}$, $l_6 = 0,5 \text{ m}$, $L = 15 \text{ m}$.

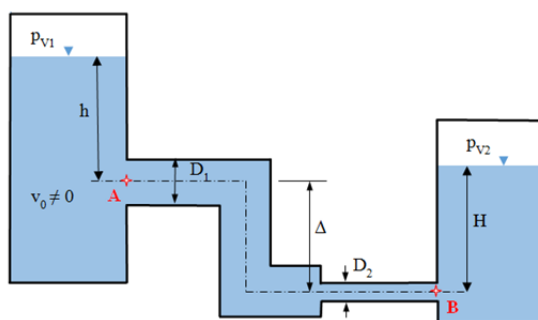


Obr. 4.8

(výsledky: $Q = 0,068 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$; $v_1 = 5,54 \text{ m s}^{-1}$; $v_2 = 3,85 \text{ m s}^{-1}$; $v_3 = 8,66 \text{ m s}^{-1}$; $v_4 = 15,38 \text{ m s}^{-1}$)

Příklad 4.6

Voda vytéká potrubím z tlakové nádrže, kde na hladinu působí přetlak $p_{v1} = 7.10^5$ Pa a vytéká do tlakové nádrže s přetlakem na hladinu $p_{v2} = 6,8.10^5$ Pa. Potrubí je složeno ze dvou úseků s různými průměry viz obr. 4.9. Vypočtete průtok potrubím Q ($m^3 \cdot s^{-1}$), rychlosti v_1 a v_2 . Vyneste tlakovou čáru, jedná-li se o ideální kapalinu (zanedbáváme hydraulické ztráty). Dáno: $h = 4,0$ m, $\Delta = 3,0$ m, $H = 2,0$ m, $D_1 = 0,15$ m, $D_2 = 0,075$ m.

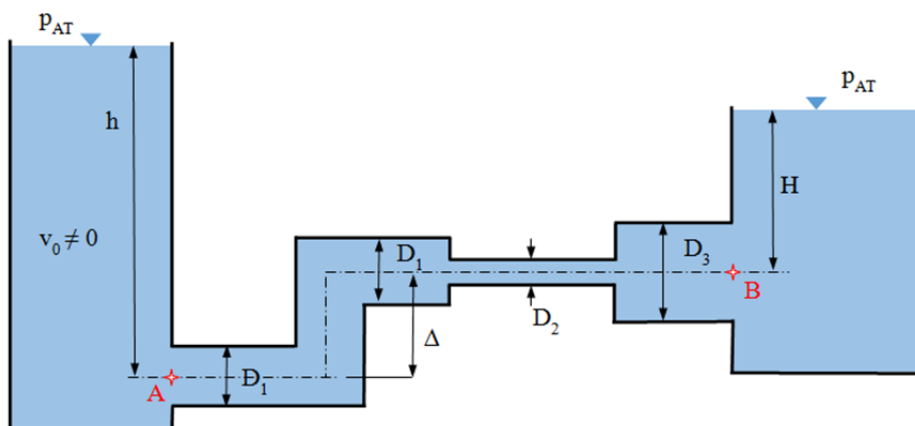


Obr. 4.9

(výsledky: $Q = 0,0518$ $m^3 s^{-1}$; $v_1 = 2,93$ $m s^{-1}$; $v_2 = 11,77$ $m s^{-1}$)

Příklad 4.7

Voda vytéká potrubím z velké nádrže. Potrubí je složeno z úseků s různými průměry viz obr. 4.10. Nádrže uvažujte otevřené s atmosférickým tlakem působícím na hladiny v nádržích. Vypočtete průtok potrubím Q ($m^3 \cdot s^{-1}$) a vyneste tlakovou čáru, jedná-li se o ideální kapalinu (zanedbáváme hydraulické ztráty). Dáno: $h = 4,0$ m; $\Delta = 2,0$ m; $H = 4,0$ m; $D_1 = 0,2$ m; $D_2 = 0,15$ m; $D_3 = 0,25$ m.



Obr. 4.10

(výsledky: $Q = 0,307$ $m^3 s^{-1}$; $v_1 = 9,78$ ms^{-1} ; $v_2 = 17,4$ ms^{-1} ; $v_3 = 6,26$ ms^{-1})

4.3. Ztráty

Laminární a turbulentní režim pohybu kapaliny v potrubí

Režim pohybu ovlivňuje velikost ztrát mechanické energie. Rozeznáváme dva základní režimy pohybu kapalin: a) *laminární* - kdy se částice kapalin pohybují v souběžných vrstvách a nedochází ke křížení trajektorií (drah) jednotlivých částic b) *turbulentní* – který je charakterizován nahodilostí a neuspořádaností pohybu částic kapaliny, kdy částice se pohybují nejen ve směru proudění, ale chaoticky i v ostatních směrech. Dochází k vzájemnému křížení drah částic, přenosu hybnost a hmotnosti v celém proudu kapaliny. Vektor okamžité bodové rychlosti pulzuje okolo určité časové střední hodnoty.

Pro rozlišení režimů proudění slouží bezrozměrné Reynoldsovo číslo, které pro kruhová potrubí má tvar

$$Re = \frac{v D}{\nu} \quad (4.5)$$

v – střední průřezová rychlost $m \cdot s^{-1}$; ν – kinematická viskozita ($m^2 \cdot s^{-1}$); D – průměr potrubí (m)

pro otevřené profily má Reynoldsovo číslo tvar:

$$Re = \frac{v R}{\nu} \quad (4.6)$$

R – hydraulický poloměr.

Kritická hodnota Reynoldsova čísla je hranicí pro zachování laminárního režimu proudění. Po překročení kritické hodnoty může být zachován laminární režim nebo dochází k přechodu do turbulentního režimu. Pro potrubí se kritická hodnota Re uvádí 2320 a pro otevřené profily je 580.

V řadě učebnic hydrauliky (resp. Mechaniky tekutin) se uvádí následující rozdělení režimů proudění v závislosti na velikosti Reynoldsova čísla:

$Re < 2320$ laminární režim

$2320 < Re < 4000$ (5000) přechodná oblast

$Re > 4000$ (5000) turbulentní režim

Při turbulentním proudění se v potrubí v blízkosti stěny, i při vysokých hodnotách Re , vytváří tzv. laminární podvrstva kde se uvnitř vrstvy rychlost mění lineárně.

Výšku laminární podvrstvy lze určit ze vztahu

$$\delta = \frac{33,4 D}{Re \sqrt{\lambda}} = \frac{59,4 D}{Re^{0,875}} \quad (4.7)$$

δ - tloušťka vazké podvrstvy (m); D – průměr potrubí (m); Re – Reynoldsovo číslo(-); λ - součinitel pro ztrátu třením

Tloušťka vazké podvrstvy, δ se zvětšuje s rostoucí viskozitou kapaliny a průměrem potrubí a zmenšuje se s rostoucí rychlostí kapaliny.

Při praktických výpočtech tlakového proudění skutečné kapaliny v potrubí je jednou ze základních úloh určení ztrát, které vznikají při proudění. Při řešení většiny případů technické hydrauliky se setkáváme s kvantitativním určením působení hydraulických odporů tj. s určením velikosti ztrát mechanické energie. Rozeznáváme dva základní druhy hydraulických odporů – ztrát, a to ztráty třením a ztráty místní.

4.3.1. Ztráty třením

Ztráty třením vznikají v celé délce proudu třením mezi jednotlivými, různou rychlostí se pohybujícími vrstvami vazké (viskózní) kapaliny a třením pohybující se kapaliny o pevné stěny v místech kontaktu kapaliny s pevnou stěnou. Ztrátovou výšku mechanické energie způsobenou třením v potrubí určíme z Darcy-Weisbachova vztahu

$$h_{zT} = \lambda \frac{l}{D} \frac{v^2}{2g} \quad (4.8)$$

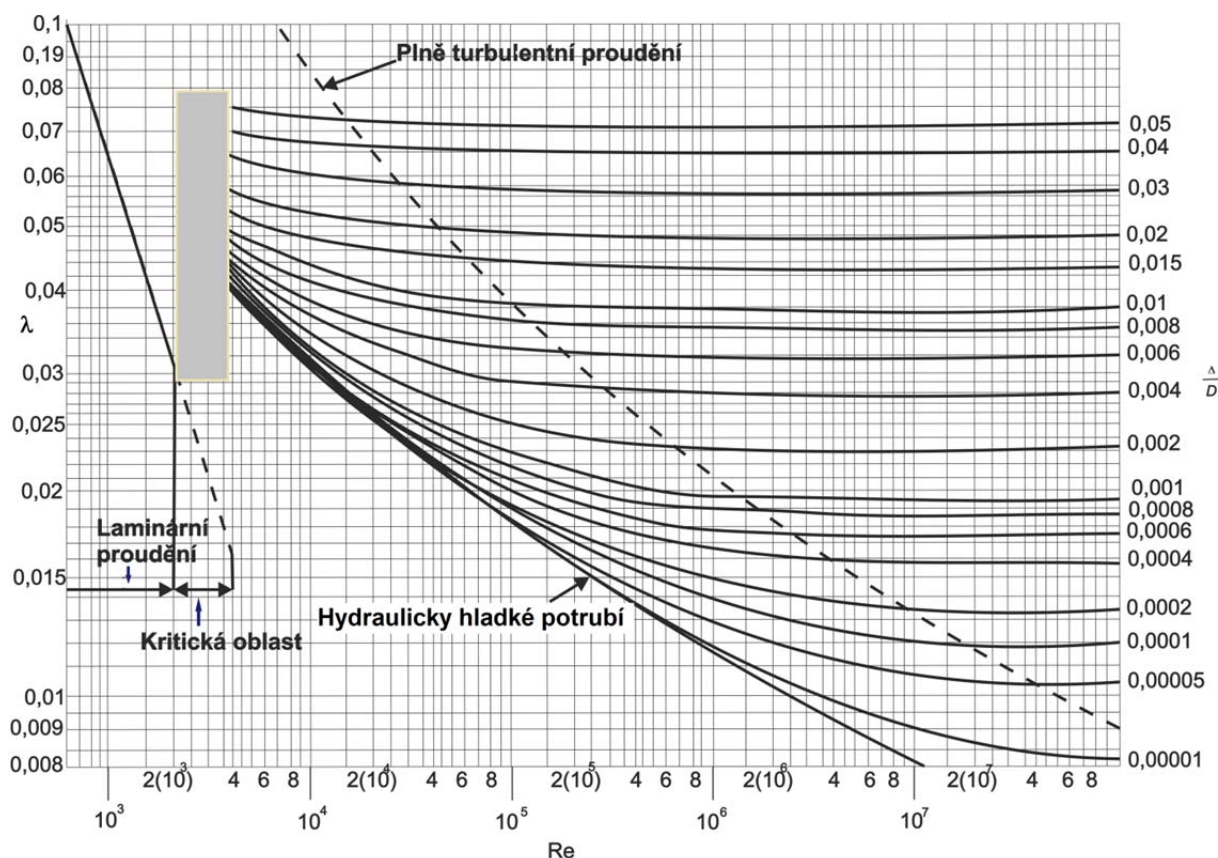
Pro otevřené profily platí

$$h_{zT} = f \frac{l}{R} \frac{v^2}{2g} \quad (4.9)$$

Součin ztrátového třecího součinitele, λ resp. f , délky potrubí, l prodělený průměrem potrubí resp. hydraulickým poloměrem, R se označuje

$$K_T = \lambda \frac{l}{D} \quad \text{resp.} \quad K_T = f \frac{l}{R} \quad (4.10)$$

Ztrátový součinitel, λ obecně závisí na průřezové rychlosti, viskozitě, průměru potrubí a drsnosti stěn. Rychlost, viskozita a průměr potrubí jsou zahrnuty v Reynoldsově čísle. Nikuradse zpracoval tyto závislosti teoreticky a experimentálně na potrubí s umělou pískovou drsností. Pro průmyslově vyráběná potrubí se využívá Moodyho diagramu, kde jednotlivé průběhy jsou oproti Nikuradseho diagramu vyhlazenější (obr. 4.11)



Obr. 4.11 Moodyho diagram

Pro určení ztrátového součinitele pro ztrátu třením v Moodyho diagramu můžeme rozlišit pět pásem:

První pásmo – oblast laminárního proudění (v grafu je znázorněna Hagen-Poiseuillovou přímkou – HP). Ztrátový třecí součinitel v této oblasti závisí jen na Reynoldsově čísle ($\lambda = f(Re)$) a lze jej vyjádřit vztahem

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (4.11)$$

Druhé pásmo – kritická oblast ($\lambda = f(Re)$) – určení ztrátového součinitele je komplikované, protože v této oblasti dochází k přechodu režimů proudění z laminárního do turbulentního podle podmínek v potrubí. K přibližnému určení součinitele pro ztrátu třením lze využít Sherghidova vztahu

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = A - (B - A)^2 / (C - 2AB - A) \quad (4.12)$$

$$A = -2 \log (12/Re + (\Delta/D)/3,7)$$

$$B = -2 \log (2,51 A/Re + (\Delta/D)/3,7)$$

$$C = -2 \log (2,51/Re + (\Delta/D)/3,7)$$

(platnost $Re > 2100$ a $0 \leq (\Delta/D) \leq 0,05$)

Třetí pásmo - oblast proudění v hydraulicky hladkém potrubí ($\lambda = f(Re)$) (tloušťka vazké podvrstvy dokonale překrývá výstupky na stěně potrubí - $\delta > 5\Delta$) je vyjádřena Blasiovou přímkou v Moodyho diagramu označena BP. Matematické vyjádření má tvar

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}} \quad (4.13)$$

(platí pro $2320 \leq Re \leq 10^5$)

Nebo lze využít vztahy

- Prandtl-Karmánův

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \frac{Re \sqrt{\lambda}}{2,51} \quad (4.14)$$

(oblast platnosti $4 \cdot 10^3 \leq Re \leq 10^8$)

- Klopčkův

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,822 \log Re - 1,65 \quad (4.15)$$

(oblast platnosti $4 \cdot 10^3 \leq Re \leq 10^8$)

- Filoněnkův

$$\lambda = (0,79 \ln Re - 1,64)^{-2} \quad (4.16)$$

(oblast platnosti $3 \cdot 10^3 \leq Re \leq 5 \cdot 10^6$)

Čtvrté pásmo – přechodná oblast mezi hydraulicky hladkým a drsným potrubím ($\lambda = f(Re, \Delta/D)$). Přechodná oblast je v obr 4.11 ohraničena Blasiovou přímkou (BP) a čárkovanou křivkou (na které $\Delta/\delta = 5$).

Pro technicky vyráběná potrubí se nejčastěji používá Coolebrook-Whiteova vztahu

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{Re \sqrt{f}} + \frac{(\Delta/D)}{3,71} \right) \quad (4.17)$$

(oblast platnosti vztahu: $Re = 4 \cdot 10^3 - 10^8$ a $0 \leq (\Delta/D) \leq 0,05$)

Dále lze použít vztahy

Haalandův

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1,8 \log \left(\left(\frac{(\Delta/D)}{3,7} \right)^{0,11} + \frac{6,9}{Re} \right) \quad (4.18)$$

(oblast platnosti vztahu: $4 \cdot 10^3 \leq Re \leq 10^8$ a $0 \leq (\Delta/D) \leq 0,05$)

Moodyho

$$f = 0,0055 \left(1 + \left(\frac{10^6}{Re} + 2 \cdot 10^4 \frac{\Delta}{D} \right)^{1/3} \right) \quad (4.19)$$

(oblast platnosti vztahu: $4 \cdot 10^3 \leq Re \leq 10^7$)

nebo Frenkelův

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{\Delta}{3,71D} + \left(\frac{6,81}{Re} \right)^{0,9} \right) \quad (4.20)$$

(oblast platnosti vztahu: $40 \frac{D}{\Delta} < Re < 500 \frac{D}{\Delta}$)

Páté pásmo – oblast proudění v hydraulicky drsném potrubí (nebo kvadratická oblast odporů) ($\lambda = f(\Delta/D)$) s plně vyvinutým turbulentním režimem. Výstupky na stěně potrubí nejsou překryty vazkou podvrstvou - $\delta < (1/5)\Delta$. V této oblasti jsou ztráty třením úměrné druhé mocnině rychlosti).

K určení ztátového třecího součinitele lze využít vztahy

Nikuradseho

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \frac{3,71D}{\Delta} \quad (4.21)$$

(oblast platnosti vztahu: $Re > 500 (D/\Delta)$)

nebo Prandt-Karmánův

$$\lambda = \frac{0,25}{(\log ((\Delta/D)/3,71))^2} \quad (4.22)$$

(oblast platnosti vztahu: $Re > 500 (D/\Delta)$)

4.3.2. Místní ztráty

Místní ztráta vznikají tam, kde dochází k deformaci rychlostního pole změnou směru proudění, vytvářením úplavu a vírových oblastí při nedokonalém obtékání překážek v proudu kapaliny, spojením nebo rozdělením proudu kapaliny, zúžením nebo rozšířením proudu atd. Místní ztráty jsou lokalizovány v určitém místě popř. v krátkém úseku potrubí. Ztrátovou výšku způsobenou místními ztrátami vyjadřujeme jako násobek rychlostní výšky

$$h_{z_M} = K_M \frac{v^2}{2g} \quad (4.23)$$

K_M – součinitel konkrétní místní ztráty

K místním ztrátám řadíme: a) rozšíření nebo zúžení průřezu, b) vtok a výtok, c) změny směru proudění, d) spojení a rozbočení proudu, e) ostatní místní ztráty – např. ve zpětné klapce, uzávěrech, sacím koši atd.

Změna průřezu potrubí

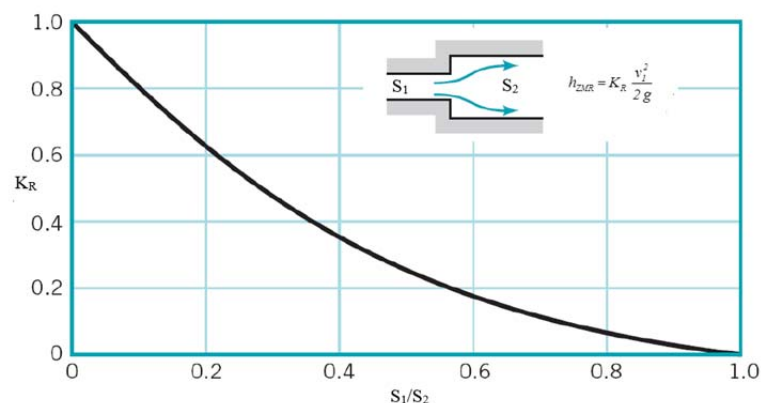
Ztrátový součinitel, mění-li se velikosti průřezů, nabývá dvou různých hodnot. Je proto nutné určit, ke kterému průřezu se ztrátový součinitel vztahuje.

- Náhlé rozšíření průřezu potrubí (Bordova ztráta)

Jedná se o napojení potrubí s větším průměrem D_2 na potrubí menšího průměru D_1 . Ztrátový součinitel lze určit ze vztahu (vztaženo k většímu průměru potrubí):

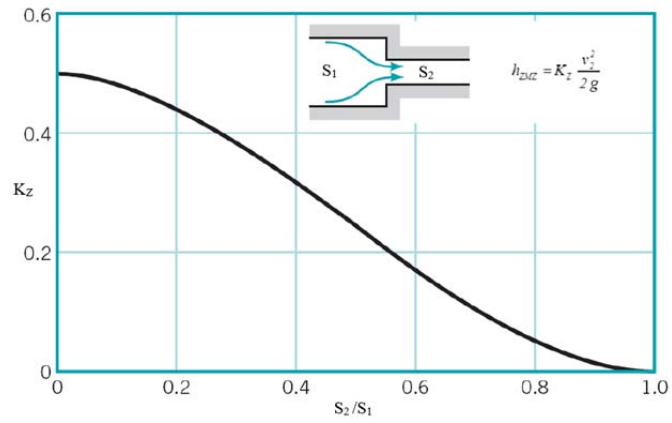
$$K_R = \left(\frac{S_2}{S_1} - 1 \right)^2 = \left(\frac{D_2^2}{D_1^2} - 1 \right)^2 \quad (4.24)$$

nebo z grafu



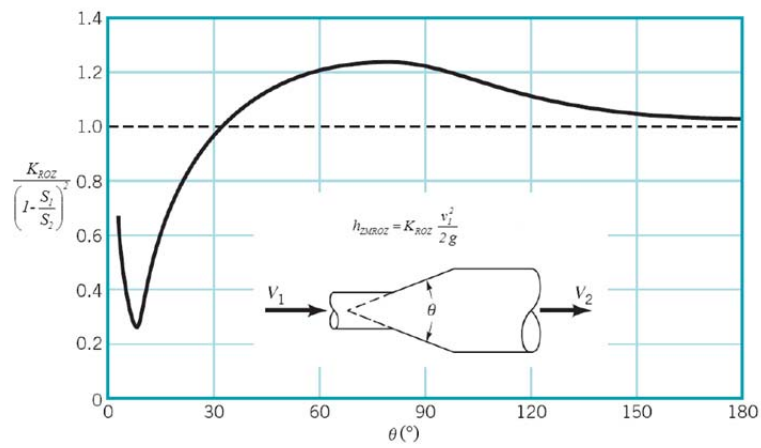
Obr. 4.12

- náhlé zúžení průřezu



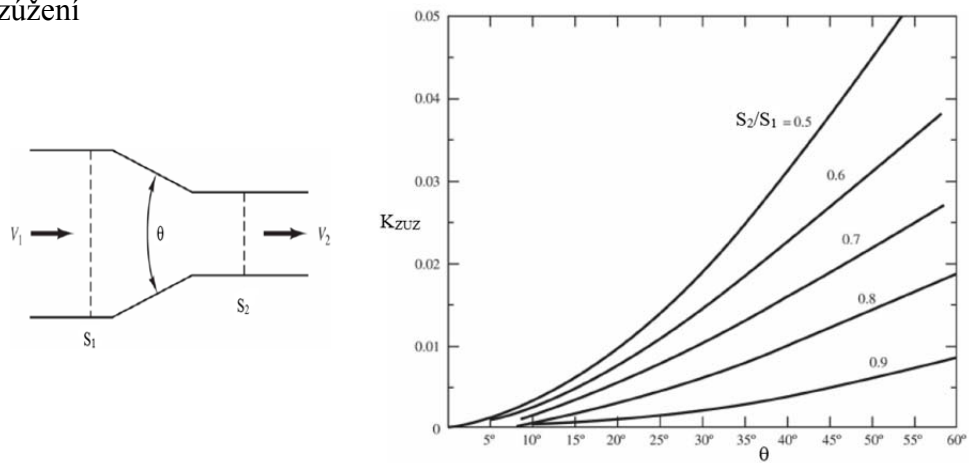
Obr. 4.13

- kónické rozšíření



Obr. 4.14

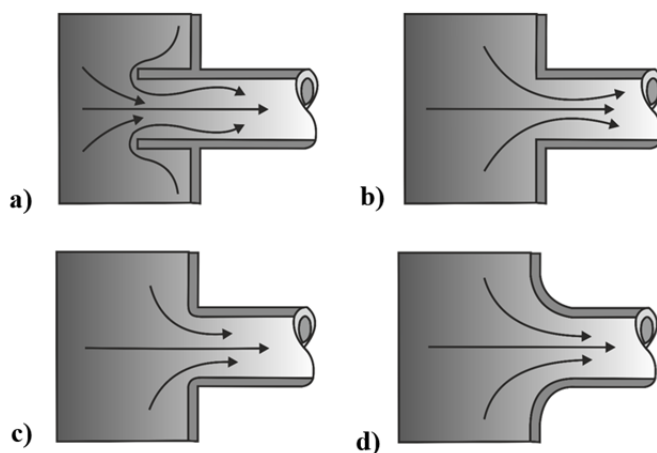
- kónické zúžení



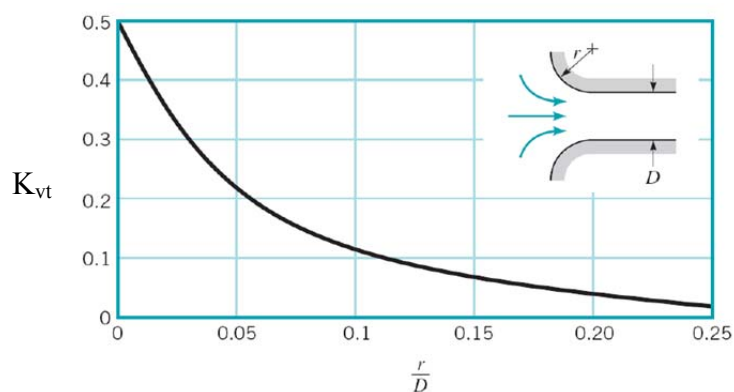
Obr. 4.15

Ztráta ve vtoku

Ztrátový součinitel pro vtok do potrubí můžeme určit z obr. 4.16

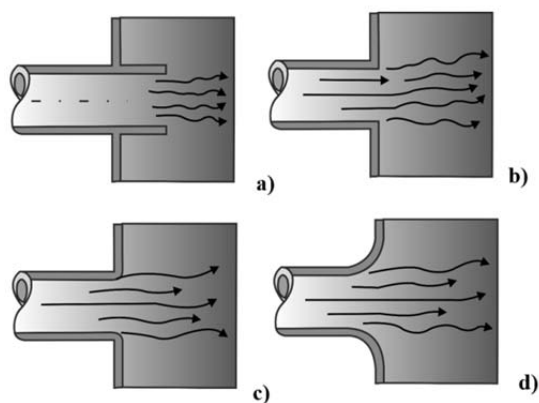


Obr. 4.16 Podmínky vtoku a součinitel místní ztráty a) $K_{vtok} = 0,8$ b) $K_{vtok} = 0,5$
c) $K_{vtok} = 0,2$ d) $K_{vtok} = 0,04$ (podrobněji pro případ d) obr. 4.17)

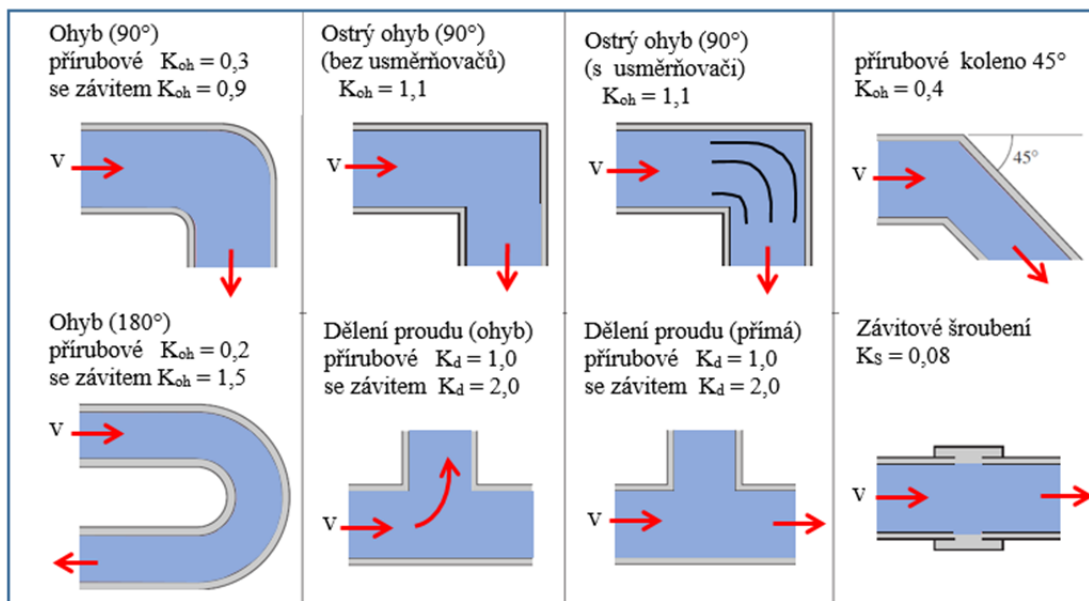


Obr. 4.17 Závislost ztrátového součinitele na poloměru zaoblení vtoku a průměru potrubí

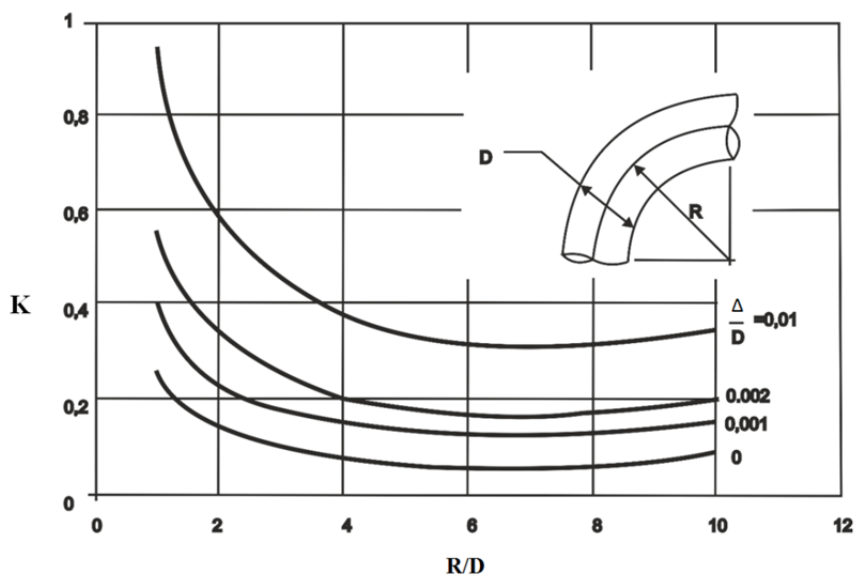
- Ztrátový součinitel pro výtok z potrubí



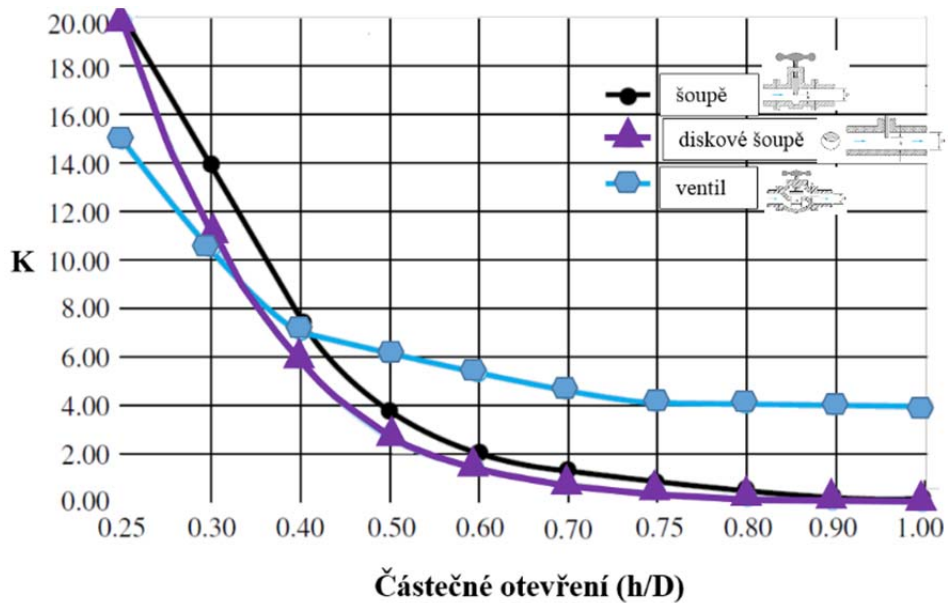
Obr. 4.18 Ztrátový součinitel výtoku do velké nádrže $K_{výt} = 1,0$



Obr. 4.19 Ztrátové součinitele pro základní uspořádání potrubí



Obr. 4.20 Ztrátový součinitel pro oblouk (90°)

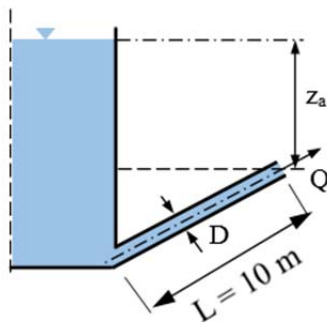


Obr. 4.21 Uzávěry

Příklad 4.8

Skutečná kapalina vytéká z velké nádrže (obr. 4.22) potrubím o průměru $D = 0,1$ m. Dáno:

$z_a = 1,0$ m; délka potrubí $L = 10$ m; ztrátový součinitel pro ztrátu třením $\lambda = 0,032$; ztrátový součinitel ztráty vtokem $K_{vtok} = 0,5$, ztrátu změnou směru zanedbáme. Vypočítejte průtok potrubím Q a rychlost kapaliny v potrubí v . Graficky znázorněte průběhy čáry mechanické energie (ČE) a tlakové čáry (TČ). Přítokovou rychlost ve velké nádrži zanedbáme $v_0 \approx 0$.



Obr. 4.22

Řešení

Bernoulliho rovnice pro vtokový a výtokový průřez

$$z_a = \frac{v^2}{2g} + \left(K_{vtok} + \frac{\lambda \cdot L}{D} \right) \cdot \frac{v^2}{2g}$$

odkud vypočteme rychlost

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot z_a}{\left(1 + K_{vtok} + \frac{\lambda \cdot L}{D}\right)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 1,00}{\left(1 + 0,5 + \frac{0,032 \cdot 10,00}{0,1}\right)}} = 2,04 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Průtok z rovnice kontinuity (4.2)

$$Q = v \cdot S = v \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 2,04 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} = 0,016 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

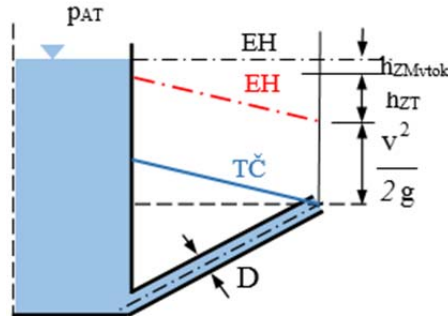
Pro vykreslení ČE a TČ vypočteme

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{2,04^2}{2 \cdot 9,81} = 0,21 \text{ m}$$

$$h_{z_{Mvtok}} = K_{vtok} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0,5 \cdot 0,21 = 0,11 \text{ m}$$

$$h_{z_T} = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0,032 \cdot \frac{10,00}{0,1} \cdot 0,21 = 0,68 \text{ m}$$

Čára mechanické energie a tlaková čára jsou vyneseny v obr (4.23)

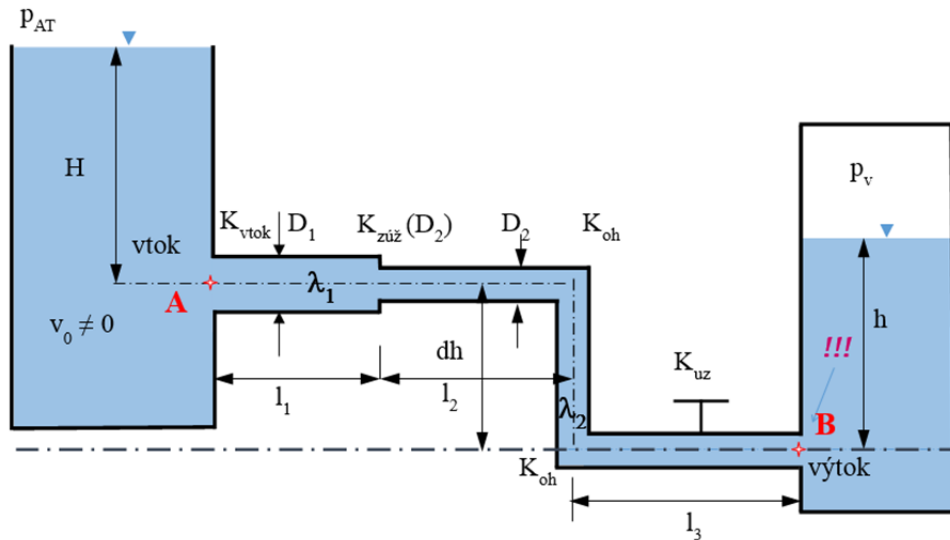


Obr. 4.23

Příklad 4.9

Dvě nádrže jsou spojené potrubím viz obr. 4.24 První nádrž je otevřená s atmosférickým tlakem působícím na hladinu. Druhá nádrž je uzavřená a na hladinu působí vnější tlak (přetlak) $P_V = 0,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Na potrubí s průměrem D_2 jsou dva ohyby 90° a uzávěr. Dáno: průměry potrubí $D_1 = 0,25 \text{ m}$; $D_2 = 0,15 \text{ m}$; délky jednotlivých úseků $l_1 = 4,00 \text{ m}$, $l_2 = 4,00 \text{ m}$, $l_3 = 5,00 \text{ m}$; hloubka osy vtoku $H = 6,00 \text{ m}$; odskok potrubí $dh = 4,00 \text{ m}$; hloubka osy výtoku $h = 3,00 \text{ m}$; Coriolisovo číslo $\alpha = 1,00$; přítoková rychlost v horní nádrži $v_0 = 0,20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;

součinitel ztráty třením prvního úseku $\lambda_1 = 0,03$ a druhého úseku $\lambda_2 = 0,025$; součinitele místních ztrát – vtok $K_{vtok} = 0,45$, zúžení (vztaženo k 2. úseku s průměrem potrubí D_2) $K_{zúž} = 0,3$, pro oba ohyby $K_{oh} = 1,1$; uzávěr, který je umístěn v polovině délky l_3 $K_{uz} = 0,26$;
 Určete průtok Q mezi nádržemi, vypočtete rychlosti v jednotlivých úsecích v_1 a v_2 . Vyneste čáru mechanické energie (ČE) a tlakovou čáru (TČ) mezi vstupním průřezem (A) a výstupním průřezem (B). Potrubí uvažujte jako krátké.



Obr. 4.24

Řešení

Geodetický horizont (GH) zvolíme v ose nejnižší položeného potrubí (viz obr. 4.24)

Bernoulliho rovnice pro vstupní (A) a výstupní (B) průřez

$$dh + H + \frac{p_{AT}}{\rho g} + \frac{\alpha v_0^2}{2g} = h + \frac{p_{AT}}{\rho g} + \frac{p_V}{\rho g} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + \sum_{i=1}^n K_i \frac{\alpha v_i^2}{2g} + \sum_{j=1}^m \lambda_j \frac{l_j}{D_j} \frac{\alpha v_j^2}{2g}$$

Zvolíme dva úseky (dle průměrů potrubí) a vyjádříme ztrátové výšky

1. Úsek (D_1)

$$\left(K_{vtok} + \lambda_1 \frac{l_1}{D_1} \right) \cdot \frac{v_1^2}{2g}$$

2. Úsek (D_2)

$$\left(K_{zúž} + K_{oh} + K_{oh} + K_{uz} + \lambda_2 \frac{(l_2 + dh + l_3)}{D_2} \right) \cdot \frac{v_2^2}{2g}$$

Do vztahů vyjadřujících místní a třecí ztráty dosadíme zadané hodnoty

$$\left(K_{vok} + \lambda_1 \frac{l_1}{D_1} \right) \cdot \frac{v_1^2}{2g} = \left(0,45 + 0,03 \cdot \frac{4,00}{0,25} \right) \cdot \frac{v_1^2}{2g} = 0,93 \cdot \frac{v_1^2}{2g}$$

$$\begin{aligned} & \left(K_{zúž} + K_{oh} + K_{oh} + K_{uz} + \lambda_2 \frac{(l_2 + dh + l_3)}{D_2} \right) \cdot \frac{v_2^2}{2g} = \\ & = \left(0,3 + 1,1 + 1,1 + 0,26 + 0,026 \frac{(4,00 + 4,00 + 5,00)}{0,15} \right) \cdot \frac{v_2^2}{2g} = 5,013 \frac{v_2^2}{2g} \end{aligned}$$

Po dosazení do Bernoulliho rovnice pro řešený příklad dostaneme

$$4,00 + 6,00 + \frac{0,2^2}{2 \cdot 9,81} = 3 + \frac{0,5 \cdot 10^5}{1000 \cdot 9,81} + \frac{v_2^2}{2g} + 0,93 \cdot \frac{v_1^2}{2g} + 5,013 \cdot \frac{v_2^2}{2g}$$

Po úpravě a s využitím rovnice kontinuity (4.2) vyjádříme rychlost v_1

$$Q = S_1 v_1 = S_2 v_2 \rightarrow v_1 = \frac{v_2 \cdot S_2}{S_1}$$

Plochy průtočných profilů jsou

$$S_1 = \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,25^2}{4} = 0,04906 \text{ m}^2; \quad S_2 = \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,15^2}{4} = 0,01766 \text{ m}^2$$

potom

$$v_1 = \frac{v_2 \cdot S_2}{S_1} = \frac{0,01766 \cdot v_2}{0,04906} = 0,36 \cdot v_2$$

dále dostáváme

$$10,00204 = 8,09684 + \frac{v_2^2}{2g} + 0,3348 \cdot \frac{v_2^2}{2g} + 5,013 \cdot \frac{v_2^2}{2g}$$

odkud vypočteme rychlost v_2

$$v_2 = 2,43 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

rychlost v_1

$$v_1 = 0,36 \cdot 2,43 = 0,875 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Z rovnice kontinuity (4.2) vypočteme průtok Q

$$Q = S_2 v_2 = 2,43 \cdot 0,01766 = 0,0429 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

Pro vynesení ČE a TČ vypočteme rychlostní výšky

$$\frac{v_1^2}{2g} = \frac{0,875^2}{2 \cdot 9,81} = 0,039 \text{ m}; \quad \frac{v_2^2}{2g} = \frac{2,43^2}{2 \cdot 9,81} = 0,301 \text{ m}$$

Výpočet ztrátových výšek

$$h_{ZMvtok} = K_{vtok} \frac{v_1^2}{2g} = 0,3 \cdot \frac{0,875^2}{2 \cdot 9,81} = 0,3 \cdot 0,03902 = 0,011706 \text{ m}$$

$$h_{ZT1} = \lambda_1 \frac{l_1}{D_1} \frac{v_1^2}{2g} = 0,03 \frac{4,00}{0,25} \cdot 0,03902 = 0,01873 \text{ m}$$

$$h_{ZMzúž} = K_{zúž} \frac{v_2^2}{2g} = 0,3 \cdot \frac{2,43^2}{2 \cdot 9,81} = 0,3 \cdot 0,300963 = 0,090289 \text{ m}$$

$$h_{ZMoh} = K_{oh} \frac{v_2^2}{2g} = 1,1 \cdot \frac{2,43^2}{2 \cdot 9,81} = 1,1 \cdot 0,300963 = 0,331059 \text{ m}$$

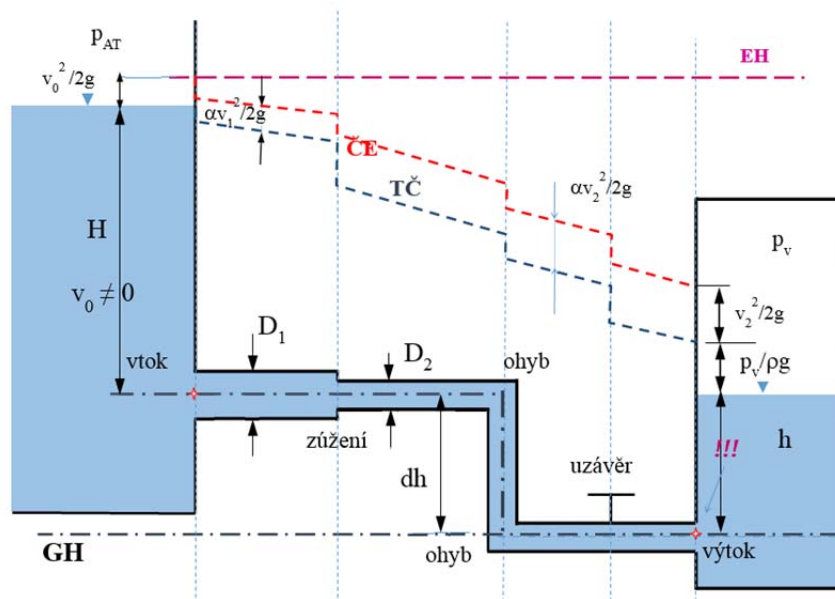
$$h_{ZMuz} = K_{uz} \frac{v_2^2}{2g} = 0,26 \cdot \frac{2,43^2}{2 \cdot 9,81} = 0,26 \cdot 0,300963 = 0,07825 \text{ m}$$

$$h_{ZT2} = \lambda_2 \frac{l_2}{D_2} \frac{v_2^2}{2g} = 0,026 \frac{4,00}{0,15} \cdot 0,300963 = 0,208668 \text{ m}$$

$$h_{ZT3} = \lambda_2 \frac{dh}{D_2} \frac{v_2^2}{2g} = 0,026 \frac{4,00}{0,15} \cdot 0,300963 = 0,208668 \text{ m}$$

$$h_{ZT4} = \lambda_2 \frac{l_3}{D_2} \frac{v_2^2}{2g} = 0,026 \frac{5,00}{0,15} \cdot 0,300963 = 0,26084 \text{ m}$$

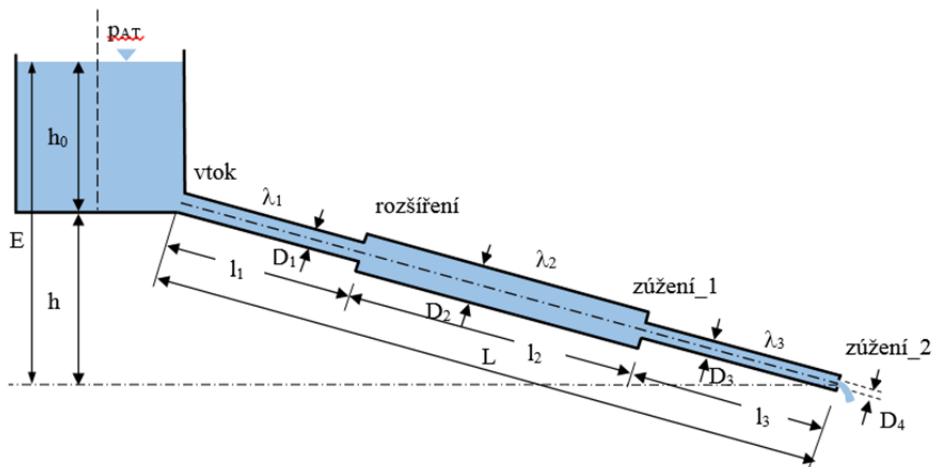
Čáry mechanické energie (ČE) a tlaková čára (TČ) jsou vyneseny v obr. 4.25



Obr. 4.25

Příklad 4.10

Voda vytéká z velké nádrže potrubím složeným z úseků nesterjých průměrů viz obr. 4.26. Nádrž je otevřená s volnou hladinou (na hladinu působí atmosférický tlak p_{AT}). Voda vytéká zúženým průřezem s průměrem D_4 do volna. Vypočtete velikost průtoku potrubím, kterým voda vytéká z velké nádrže, rychlosti v jednotlivých úsecích a vynesete průběh čáry mechanické energie a tlakové čáry. Dáno: délky úseků $l_1 = l_2 = l_3 = 5,00$ m, průměry potrubí $D_1 = 0,125$ m, $D_2 = 0,15$ m, $D_3 = 0,10$ m, $D_4 = 0,075$ m; výšky $h = 7,50$ m, $h_0 = 2,00$ m; součinitele místních ztrát: $K_{vtok} = 0,5$, rozšíření $K_{roz} = 0,1$ (vztaženo k průřezu D_1), zúžení_1 $K_{zuz1} = 0,34$ (vztaženo k průřezu D_3), zúžení_2 $K_{zuz2} = 0,28$ (vztaženo k průřezu D_4); ztrátové součinitele pro ztrátu třením: $\lambda_1 = 0,03$, $\lambda_2 = 0,028$, $\lambda_3 = 0,032$.



Obr. 4.26

Řešení

Bernoulliho rovnice pro vtokový a výtokový průřez (průměr D_4)

$$h + h_0 + \frac{p_{AT}}{\rho g} + \frac{\alpha v_0^2}{2g} = \frac{p_{AT}}{\rho g} + \frac{\alpha v_4^2}{2g} + \sum_{i=1}^n K_i \frac{\alpha v_i^2}{2g} + \sum_{j=1}^m \lambda_j \frac{l_j}{D_j} \frac{\alpha v_j^2}{2g}$$

Pro vyjádření rychlostí použijeme rovnici kontinuity

$$Q = S_1 v_1 = S_2 v_2 = S_3 v_3 = S_4 v_4$$

Odkud vyjádříme jednotlivé rychlosti pomocí v_4

$$v_1 = \frac{v_4 \cdot S_4}{S_1} = \frac{v_4 \cdot \frac{\pi \cdot D_4^2}{4}}{\frac{\pi \cdot D_1^2}{4}} = v_4 \cdot \left(\frac{D_4}{D_1}\right)^2; \quad v_2 = v_4 \cdot \left(\frac{D_4}{D_2}\right)^2; \quad v_3 = v_4 \cdot \left(\frac{D_4}{D_3}\right)^2$$

Dle průměrů potrubí zvolíme 4 úseky a vyjádříme v těchto úsecích ztrátové výšky

1. úsek (D_1)

$$\left(K_{vtok} \cdot \left(\frac{D_4}{D_1} \right)^4 + K_{roz} \cdot \left(\frac{D_4}{D_1} \right)^4 + \lambda_1 \frac{l_1}{D_1} \cdot \left(\frac{D_4}{D_1} \right)^4 \right) \cdot \frac{v_4^2}{2g} =$$

$$= \left(0,5 \cdot \left(\frac{0,075}{0,125} \right)^4 + 0,1 \cdot \left(\frac{0,075}{0,125} \right)^4 + 0,03 \frac{5,00}{0,125} \cdot \left(\frac{0,075}{0,125} \right)^4 \right) \cdot \frac{v_4^2}{2g} = 0,234 \cdot \frac{v_4^2}{2g}$$

2. úsek (D_2)

$$\left(\lambda_2 \frac{l_2}{D_2} \cdot \left(\frac{D_4}{D_2} \right)^4 \right) \cdot \frac{v_4^2}{2g} = \left(0,028 \frac{5,00}{0,150} \cdot \left(\frac{0,075}{0,150} \right)^4 \right) \cdot \frac{v_4^2}{2g} = 0,058 \cdot \frac{v_4^2}{2g}$$

3. úsek (D_3)

$$\left(K_{zuz1} \cdot \left(\frac{D_4}{D_3} \right)^4 + \lambda_3 \frac{l_3}{D_3} \cdot \left(\frac{D_4}{D_3} \right)^4 \right) \cdot \frac{v_4^2}{2g} = \left(0,34 \cdot \left(\frac{0,075}{0,10} \right)^4 + 0,32 \frac{5,00}{0,10} \cdot \left(\frac{0,075}{0,10} \right)^4 \right) \cdot \frac{v_4^2}{2g}$$

$$= 0,614 \cdot \frac{v_4^2}{2g}$$

4. úsek (D_4)

$$K_{zuz2} \cdot \frac{v_4^2}{2g} = 0,28 \cdot \frac{v_4^2}{2g}$$

Po dosazení zadaných hodnot do Bernoulliho rovnice pro tento příklad vyjádříme rychlost v_4

$$v_4 = \sqrt{\frac{(h + h_0) \cdot 2g}{1 + \sum_{i=1}^n K_i + \sum_{j=1}^m \lambda_j \frac{l_j}{D_j}}} = \sqrt{\frac{9,50 \cdot 2 \cdot 9,81}{1 + 1,186}} = 9,23 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Z rovnice kontinuity určíme průtok Q

$$Q = v_4 \cdot S_4 = v_4 \cdot \frac{\pi \cdot D_4^2}{4} = 9,23 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,075^2}{4} = 0,041 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

Pro sestavení čáry energie a tlakové čáry vypočteme

$$\frac{v_4^2}{2g} = \frac{9,23^2}{2 \cdot 9,81} = 4,35 \text{ m}$$

Dále s použitím rovnice kontinuity

$$\frac{v_1^2}{2g} = \frac{v_4^2}{2g} \left(\frac{D_4}{D_1} \right)^4 = \frac{9,23^2}{2 \cdot 9,81} \left(\frac{0,075}{0,125} \right)^4 = 0,56 \text{ m}$$

$$\frac{v_2^2}{2g} = \frac{v_4^2}{2g} \left(\frac{D_4}{D_2} \right)^4 = \frac{9,23^2}{2 \cdot 9,81} \left(\frac{0,075}{0,150} \right)^4 = 0,27 \text{ m}$$

$$\frac{v_3^2}{2g} = \frac{v_4^2}{2g} \left(\frac{D_4}{D_3} \right)^4 = \frac{9,23^2}{2 \cdot 9,81} \left(\frac{0,075}{0,10} \right)^4 = 1,38 \text{ m}$$

Ztrátové výšky

$$h_{ZMvok} = \left(K_{vok} \cdot \left(\frac{D_4}{D_1} \right)^4 \right) \cdot \frac{v_4^2}{2g} = \left(0,5 \cdot \left(\frac{0,075}{0,125} \right)^4 \right) \cdot \frac{9,23^2}{2 \cdot 9,81} = 0,28 \text{ m}$$

$$h_{ZT1} = \left(\lambda_1 \frac{l_1}{D_1} \cdot \left(\frac{D_4}{D_1} \right)^4 \right) \cdot \frac{v_4^2}{2g} = \left(0,03 \frac{5,00}{0,125} \cdot \left(\frac{0,075}{0,125} \right)^4 \right) \cdot \frac{9,23^2}{2 \cdot 9,81} = 0,68 \text{ m}$$

$$h_{ZMroz} = \left(K_{roz} \cdot \left(\frac{D_4}{D_1} \right)^4 \right) \cdot \frac{v_4^2}{2g} = \left(0,1 \cdot \left(\frac{0,075}{0,125} \right)^4 \right) \cdot \frac{9,23^2}{2 \cdot 9,81} = 0,06 \text{ m}$$

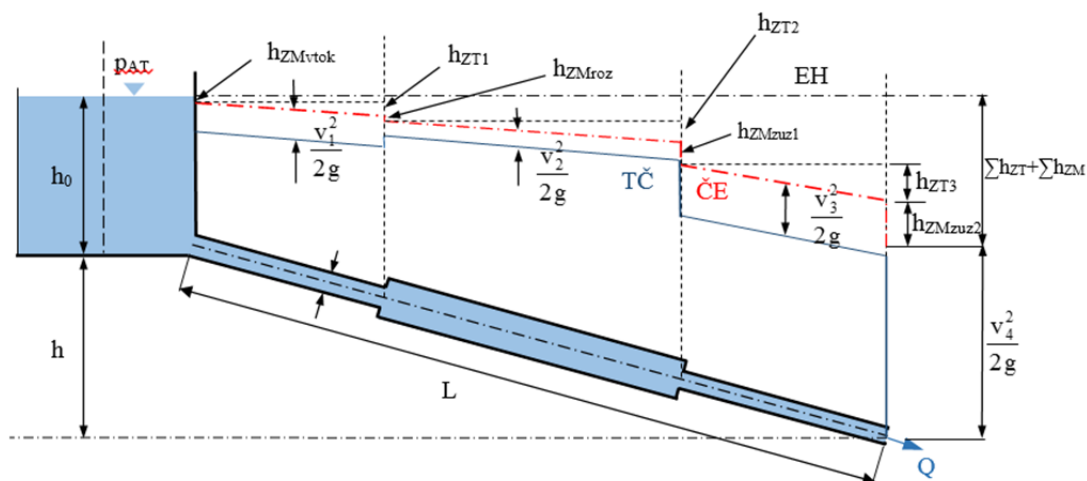
$$h_{ZT2} = \left(\lambda_2 \frac{l_2}{D_2} \cdot \left(\frac{D_4}{D_2} \right)^4 \right) \cdot \frac{v_4^2}{2g} = \left(0,028 \frac{5,00}{0,15} \cdot \left(\frac{0,075}{0,15} \right)^4 \right) \cdot \frac{9,23^2}{2 \cdot 9,81} = 0,25 \text{ m}$$

$$h_{ZMzuz1} = \left(K_{zuz1} \cdot \left(\frac{D_4}{D_3} \right)^4 \right) \cdot \frac{v_4^2}{2g} = \left(0,34 \cdot \left(\frac{0,075}{0,10} \right)^4 \right) \cdot \frac{9,23^2}{2 \cdot 9,81} = 0,47 \text{ m}$$

$$h_{ZT3} = \left(\lambda_3 \frac{l_3}{D_3} \cdot \left(\frac{D_4}{D_3} \right)^4 \right) \cdot \frac{v_4^2}{2g} = \left(0,032 \cdot \frac{5,00}{0,10} \cdot \left(\frac{0,075}{0,10} \right)^4 \right) \cdot \frac{9,23^2}{2 \cdot 9,81} = 2,2 \text{ m}$$

$$h_{ZMzuz2} = K_{zuz2} \cdot \frac{v_4^2}{2g} = 0,28 \cdot \frac{9,23^2}{2 \cdot 9,81} = 1,22 \text{ m}$$

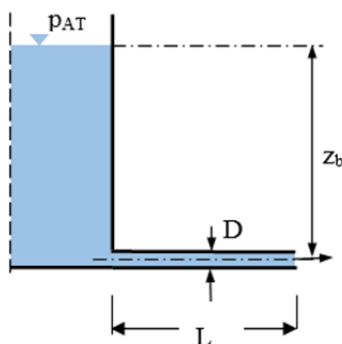
Čára mechanické energie a tlaková čára jsou vyneseny v obr. 4.27



Obr. 4.27

Příklad 4.11

Kapalina vytéká z velké nádrže (obr. 4.28) potrubím o průměru $D = 0,1$ m. Dáno: $z_b = 3,0$ m; délka potrubí $L = 10$ m; ztrátový součinitel pro ztrátu třením $\lambda = 0,032$; ztrátový součinitel ztráty vtokem $K_{vtok} = 0,5$. Vypočítejte průtok potrubím Q a rychlost kapaliny v potrubí v . Graficky znázorněte průběhy čáry mechanické energie (ČE) a tlakové čáry (TČ). Prítokovou rychlost ve velké nádrži zanedbáme $v_0 \approx 0$.



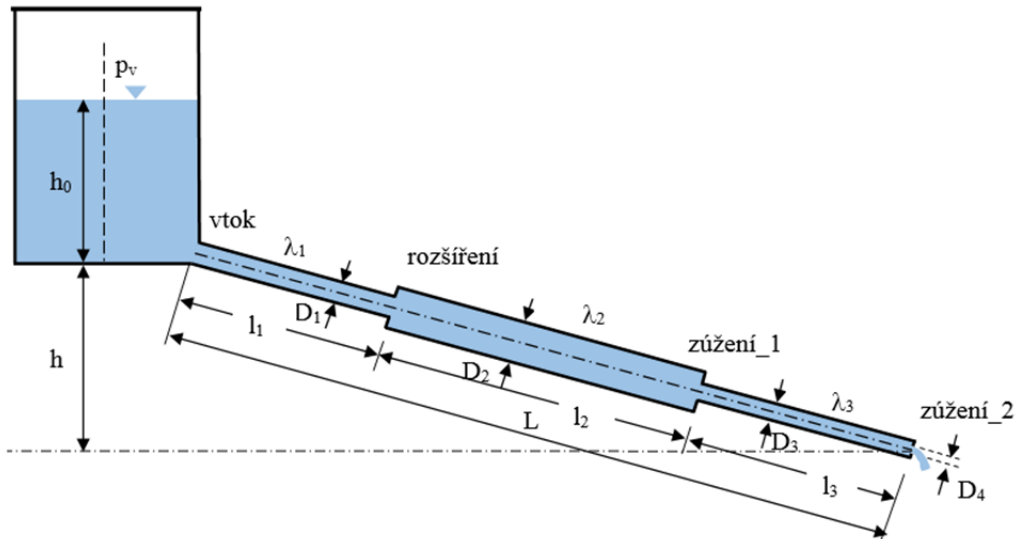
Obr. 4.28

(výsledky ($v = 3.54$ m s⁻¹; $Q = 0,0278$ m³ s⁻¹; $v^2/2g = 0,64$ m; $h_{ZMvtok} = 0,32$ m; $h_{ZT} = 2,04$ m)

Příklad 4.12

Voda vytéká z velké nádrže potrubím složeným z úseků nestejných průměrů viz obr. 4.29. Nádrž je uzavřená a na hladinu působí přetlak p_V . Voda vytéká zúženým průřezem s průměrem D_4 do volna. Vypočítejte velikost průtoku potrubím, kterým voda vytéká z velké

nádrže, rychlosti v jednotlivých úsecích a vynesete průběh čáry mechanické energie a tlakové čáry. Dáno: přetlak $p_V = 25 \cdot 10^3$ Pa; délky úseků $l_1 = l_2 = l_3 = 5,00$ m, průměry potrubí $D_1 = 0,125$ m, $D_2 = 0,15$ m, $D_3 = 0,10$ m, $D_4 = 0,075$ m; výšky $h = 7,50$ m, $h_0 = 2,00$ m; součinitele místních ztrát: $K_{vtok} = 0,5$, rozšíření $K_{roz} = 0,1$ (vztaženo k průřezu D_1), zúžení_1 $K_{zuz1} = 0,34$ (vztaženo k průřezu D_3), zúžení_2 $K_{zuz2} = 0,28$ (vztaženo k průřezu D_4); ztrátové součinitele pro ztrátu třením: $\lambda_1 = 0,03$, $\lambda_2 = 0,028$, $\lambda_3 = 0,032$.

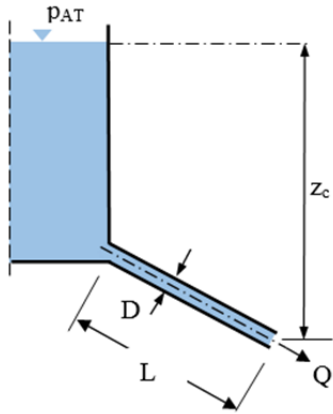


Obr. 4.29

(výsledky: $Q = 0,0459 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$; $v_1 = 3,73 \text{ m s}^{-1}$;
 $v_2 = 2,58 \text{ m s}^{-1}$; $v_3 = 5,84 \text{ m s}^{-1}$; $v_4 = 10,40 \text{ m s}^{-1}$)

Příklad 4.13

Kapalina vytéká z velké nádrže (obr. 4.30) potrubím o průměru $D = 0,1$ m. Dáno: $z_c = 5,0$ m; délka potrubí $L = 10$ m; ztrátový součinitel pro ztrátu třením $\lambda = 0,032$; ztrátový součinitel ztráty vtokem $K_{vtok} = 0,5$, ztrátu změnou směru zanedbáme. Vypočtěte průtok potrubím Q a rychlost kapaliny v potrubí v . Graficky znázorněte průběhy čáry mechanické energie (ČE) a tlakové čáry (TČ). Přítokovou rychlost ve velké nádrži zanedbáme $v_0 \approx 0$



Obr. 4.30

(výsledky: $v = 4,57 \text{ m s}^{-1}$; $Q = 0,0359 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$; $v^2/2g = 1,06 \text{ m}$; $h_{ZMvtok} = 0,53 \text{ m}$; $h_{ZT} = 3,40 \text{ m}$)

5. Výtok otvorem

Výtokový průtok (výtok) otvorem řešíme na základě Bernoulliho rovnice. Před samotným výpočtem je důležité rozhodnout, o jaký výtok se jedná, jakým otvorem kapalina vytéká a zda proces výtoku je ovlivněn hladinou kapaliny mimo nádrž.

Z hlediska druhu proudění rozlišujeme výtok:

- ustálený
- neustálený

Z hlediska velikosti otvoru a jeho umístění mluvíme o výtoku:

- velkým otvorem ve dně
- malým otvorem ve dně
- velkým otvorem ve stěně
- malým otvorem ve stěně

Jestliže dochází k ovlivnění průtočnosti otvorem hladinou kapaliny mimo nádrž, pak i tuto skutečnost musíme ve výpočtu zohlednit. Z tohoto hlediska pak rozdělujeme výtok na:

- volný
- částečně zatopený
- zatopený

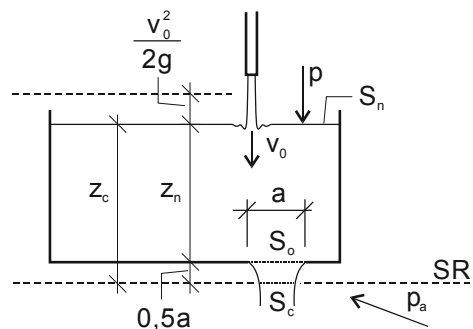
5.1. Ustálený výtok otvorem

Ustálený výtok otvorem je takový výtok, při kterém je velikost přítoku Q_p do nádrže roven velikosti odtoku Q_o z nádrže a obě hodnoty jsou v čase konstantní. Stejně tak zůstává v čase konstantní i výtoková rychlost. Úroveň hladiny zůstává ve stejné poloze. Při řešení ustáleného výtoku vycházíme z Bernoulliho rovnice:

$$z_c + \frac{p}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} = \frac{p_a}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + Z \quad (5.1)$$

kde

$z_c = z_n + 0,5a$... navýšená hloubka v nádrži o $0,5a$ ke srovnávací rovině (SR). Pod tímto místem je průřez výtokového proudu již konstantní. Mezi dnem a srovnávací rovinou je



Obr. 5.1

přechodná část, která se vytváří zejména u velkých otvorů ve dně. U malých otvorů ve dně je tato přechodná část zanedbatelně malá.

$v_0 \dots$ přítoková rychlost

$v \dots$ výtoková rychlost

$p \dots$ tlak působící na hladinu nádrže

$p_a \dots$ tlak působící na výtok z nádrže

$Z = \xi \frac{v^2}{2g} \dots$ ztrátová energie na výtoku otvorem

Z Bernoulliho rovnice 5.1 můžeme vyjádřit vztah pro výtokovou rychlost:

$$v = \varphi \sqrt{2g \left(z_c + \frac{p - p_a}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} \right)} \quad (5.2)$$

kde φ je rychlostní součinitel

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi}} \quad (5.3)$$

Výsledný průtok můžeme vypočítat dle rovnice:

$$Q = \mu_v S_v \sqrt{2g \left(z_c + \frac{p - p_a}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} \right)} \quad (5.4)$$

kde $\mu_v = \varphi \varepsilon$ je součinitel výtoku, jehož hodnota vychází ze součinu rychlostního součinitele φ a součinitele kontrakce $\varepsilon = S_c / S_v$, S_c je plocha průřezu zúženého proudu kapaliny a S_v je skutečná plocha výtokového otvoru.

Ve většině případů se budeme setkávat s otevřenými nádržemi, u kterých působí na hladinu i na výtoku z nádrže atmosférický tlak a tudíž i rozdíl tlakových výšek $(p - p_a) / \rho g = 0$. Rovnice 5.4 se pak zjednoduší na:

$$Q = \mu_v S_v \sqrt{2g \left(z_c + \frac{v_0^2}{2g} \right)} \quad (6.5)$$

5.1.1. Volný výtok velkým otvorem ve dně

Při posouzení velikosti otvoru vycházíme z porovnání velikosti plochy S_n v hladině nádrže a plochy S_o výtokového otvoru. V případě, že plocha S_n je mnohonásobně větší než plocha S_o a zároveň je vysoká hloubka vody v nádrži, jedná se o malý otvor. V opačném

případě je to otvor velký. Můžeme použít i podmínku pro posouzení velikosti otvoru. Jestliže poměr $S_n/S_v > 4$ a současně $z_n > 10a$, považujeme otvor za malý. Při nesplnění těchto podmínek mluvíme o otvoru velkém.

Pro výpočet volného výtoku velkým otvorem použijeme rovnici 5.4 nebo v případě, že se jedná o otevřenou nádrž a na hladinu nádrže a na výtoku z nádrže působí stejný tlak okolního prostředí, můžeme využít zjednodušenou rovnici 5.5.

5.1.2. Volný výtok malým otvorem ve dně

Při řešení volného výtoku malým otvorem vycházíme stejně jako v předchozím případě z rovnice 5.4. U malých otvorů můžeme zanedbat vliv přítokové rychlosti a také navýšení hloubky vody v nádrži o přechodnou část $0,5a$. Zároveň předpokládáme že rozdíl tlaků na hladině a na výtoku z nádrže je nulový. Po zanedbání těchto veličin dostaneme rovnici ve tvaru:

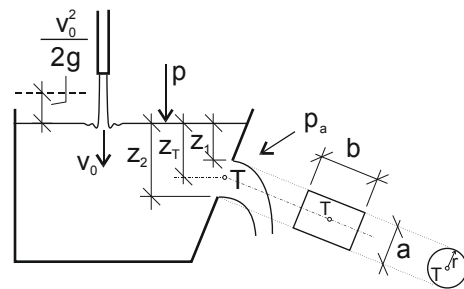
$$Q = \mu_v S_v \sqrt{2gz_n} \quad (5.6)$$

a pro výtokovou rychlost pak:

$$v = \varphi \sqrt{2gz_n} \quad (5.7)$$

5.1.3. Volný výtok velkým otvorem ve stěně

Při posouzení velikosti otvoru ve stěně ověříme, zda hloubka k hornímu okraji výtokového otvoru $z_1 > 10a$. Pokud je tato podmínka splněna, jedná se o malý otvor. V opačném případě to je otvor velký. Dále uvedeme vztahy pro nejběžnější výtokové otvory (obdélníkový a kruhový, obr. 5.2).



Obr. 5.2

Pro výpočet volného výtoku velkým obdélníkovým otvorem s vodorovnou osou platí rovnice:

$$Q = \frac{1}{\sin \alpha} \frac{2}{3} \mu_v b \sqrt{2g} \left[\left(z_2 + \frac{v_0^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(z_1 + \frac{v_0^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (5.8)$$

kde

z_1 ... hloubka k hornímu okraji výtokového otvoru

z_2 ... hloubka k dolnímu okraji výtokového otvoru

α ... odklon stěny nádrže od vodorovné roviny

b ... šířka obdélníkového otvoru

Pro výpočet volného výtoku velkým kruhovým otvorem platí rovnice:

$$Q = \mu_v \left[1 - \frac{1}{32} \left(\frac{r}{z_T} \right)^2 - \frac{5}{1024} \left(\frac{r}{z_T} \right)^4 \right] \pi r^2 \sqrt{2gz_T} \quad (5.9)$$

kde

z_T ... hloubka k těžišti kruhového výtakového otvoru

r ... poloměr kruhového výtakového otvoru

5.1.4. Volný výtok malým otvorem ve stěně

Pro řešení volného výtoku malým otvorem ve stěně použijeme vztahy 5.6 a 5.7 s tím rozdílem, že místo hloubky z_n dosadíme hloubku k těžišti výtakového otvoru z_T :

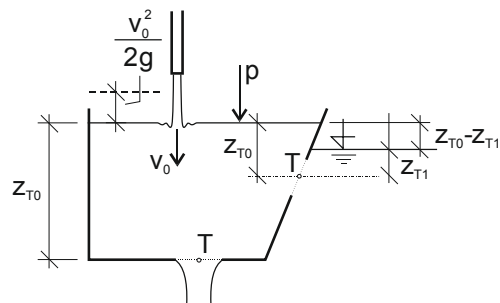
$$Q = \mu_v S_v \sqrt{2gz_T} \quad (5.10)$$

a pro výtokovou rychlost pak:

$$v = \varphi \sqrt{2gz_T} \quad (5.11)$$

5.1.5. Výtok ponořeným otvorem

Při řešení ponořeného výtoku otvorem ve dně i ve stěně, používáme stejných rovnic jako u volného výtoku otvorem. Zohledňujeme zde jen rozdíl hladin v nádrži a mimo nádrž. Do vztahů místo jednotlivých hloubek z_n, z_c, z_T dosazujeme převýšení hladin $z_{T0} - z_{T1}$ (obr. 5.3).



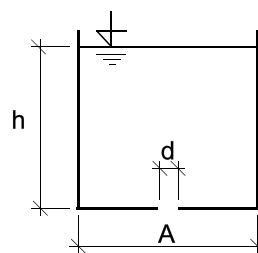
Obr. 5.3

5.1.6. Výtok částečně ponořeným otvorem

Výtok částečně ponořeným otvorem řešíme na dvě části. Zvlášť řešíme část otvoru, která je volná podle rovnic pro volný výtok otvorem a zvlášť řešíme část otvoru, která je ponořená podle pravidel pro ponořený výtok.

Příklad 5.1

Vypočítejte průtok Q vytékající do volna z krychlové nádrže (obr. 5.4) o délce hrany $A = 1$ m. Výtokový otvor je kruhového průřezu o průměru $d = 0,06$ m a je umístěn ve dně nádrže. Celková hloubka vody v nádrži je $h = 0,9$ m. Hodnota výtokového součinitele je $\mu = 0,69$.



Obr. 5.4

Řešení

Nejprve dle pravidel posuzování velikosti otvoru posoudíme, zda se jedná o výtok velkým nebo malým otvorem.

$$S_0/S = A^2/(\pi \cdot r^2) = 1^2/(\pi \cdot [0,03]^2) = 1/0,002827 = 353,67 > 4$$

$$h = 0,9 > 10 \cdot d = 10 \cdot 0,06 = 0,6$$

Obě podmínky jsou splněny, jedná se tedy o výtok malým otvorem.

Dále dle rovnice 5.7 vypočítáme velikost průtoku:

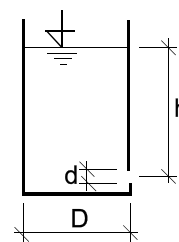
$$Q = \mu S \sqrt{2 g h} = 0,69 \cdot (\pi \cdot r^2) \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,9} = 0,69 \cdot 0,002827 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,9}$$

$$Q = 0,0082 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

Z nádrže vytéká průtok $0,0082 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

Příklad 5.2

Ve válcové závlahové nádrži (obr. 5.5) o průměru $D = 3$ m je v hloubce $h = 4$ m umístěno těžiště výtokového otvoru kruhového průřezu o průměru $d = 0,1$ m. Jaká bude velikost průtoku Q tímto otvorem? Jedná se o výtok do volna. Výtokový součinitel má hodnotu $\mu = 0,7$.



Obr. 5.5

Řešení

Nejprve dle pravidel posuzování velikosti otvoru posoudíme, zda se jedná o výtok velkým nebo malým otvorem.

$$h = 4 > 10 \cdot d = 10 \cdot 0,1 = 1$$

Podmínka je splněna, jedná se tedy o výtok malým otvorem.

Dále dle rovnice 6.10 určíme velikost výtoku malým otvorem ve stěně

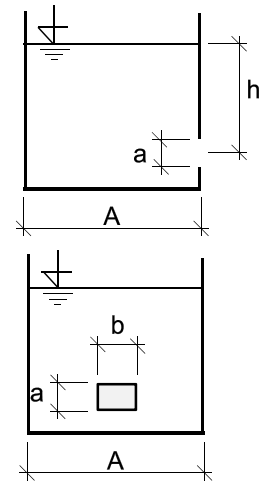
$$Q = \mu S \sqrt{2 g h} = 0,7 \cdot (\pi \cdot r^2) \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 4} = 0,7 \cdot 0,007854 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 4}$$

$$Q = 0,04870 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

Z válcové nádrže vytéká voda malým otvorem ve stěně o průtoku $0,0487 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

Příklad 5.3

Ve čtvercové nádrži o délce hrany $A = 3 \text{ m}$ je v hloubce $h = 0,8 \text{ m}$ umístěno těžiště obdélníkového otvoru o výšce $a = 0,2 \text{ m}$ a šířce $b = 0,3 \text{ m}$. Jaký bude průtok Q tímto otvorem? Výtokový součinitel má hodnotu $\mu = 0,66$.



Obr. 5.6

Řešení

Nejprve dle pravidel posuzování velikosti otvoru posoudíme, zda se jedná o výtok velkým nebo malým otvorem.

$$h = 0,8 > 10 \cdot d = 10 \cdot 0,3 = 3$$

Podmínka není splněna, jedná se tedy o výtok velkým otvorem.

Ze zadaných hodnot můžeme zjistit, že horní hrana otvoru se nachází v hloubce $h_1 = 0,7 \text{ m}$, dolní hrana otvoru v hloubce $h_2 = 0,9 \text{ m}$:

Dále dle rovnice 5.8 vypočítáme velikost průtoku:

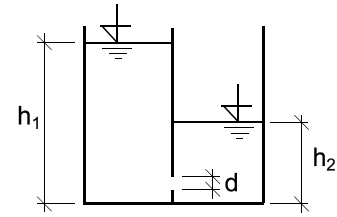
$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2 g} (h_2^{3/2} - h_1^{3/2}) = \frac{2}{3} \cdot 0,66 \cdot 0,3 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81} ([0,9]^{3/2} - [0,7]^{3/2})$$

$$Q = 0,1568 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

Obdélníkovým otvorem ve stěně bude vytékat voda o průtoku $0,1568 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

Příklad 5.4

Obdélníková nádrž je rozdělena svislou přepážkou na části (obr. 5.7). V přepážce je přepouštěcí otvor kruhového průřezu o průměru $d = 0,07$ m. Celková hloubka vody v jedné části nádrže je $h_1 = 1,5$ m a v druhé části nádrže $h_2 = 0,8$ m. Určete velikost průtoku Q v přepouštěcím otvoru. Výtokový součinitel má hodnotu $\mu = 0,68$.



Obr. 5.7

Řešení

Dle rovnice 5.10 velikost průtoku se zohledněním, že se jedná o ponořený výtok. Za hloubku dosadíme tedy převýšení hladin mezi nádržemi:

$$Q = \mu S \sqrt{2 g \Delta H} = 0,68 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot (h_1 - h_2)}$$

$$Q = 0,68 \cdot \pi \cdot [0,035]^2 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot (1,5 - 0,8)} = 0,68 \cdot 0,003849 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,7}$$

$$Q = 0,0097 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

V přepouštěcím otvoru bude proudit voda o průtoku $0,0097 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

Příklad 5.5

Vypočítejte průtok Q vytékající z válcové nádrže do volna. Nádrž má průměr 1 m. Hloubka vody v nádrži je 1,5 m. Výtokový otvor je čtvercového průřezu o délce hrany 10 cm a je umístěn ve dně nádrže. Hodnota výtokového součinitele je $\mu = 0,65$.

(výsledek: $0,03526 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)

Příklad 5.6

Určete velikost průtoku Q vytékajícího z nádrže do volna výpustným otvorem umístěným ve dně. Nádrž je válcového průřezu o průměru 0,5 m. Hloubka vody v nádrži je 1,1 m. Výpustný otvor je kruhového průřezu o průměru 5 cm. Hodnota výtokového součinitele je $\mu = 0,6$.

(výsledek: $0,005473 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)

Příklad 5.7

Vypočítejte průtok Q vytékající do volna z válcové nádrže a průměru 0,5 m. Hloubka vody v nádrži je 1 m. Výtokový otvor je kruhového průřezu o průměru 0,07 m. Těžiště otvoru je umístěno ve stěně nádrže v hloubce 0,9 m. Hodnota výtokového součinitele je $\mu = 0,68$.

(výsledek: $0,011 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)

Příklad 5.8

Stanovte velikost průtoku Q vytékající do volna z nádrže obdélníkového průřezu. Nádrž je dlouhá 0,6 m a široká 0,4 m. Hloubka vody v nádrži je 0,7 m. Výtokový otvor je kruhového průřezu o průměru 4 cm. Těžiště otvoru je umístěno ve stěně nádrže 5 cm nad dnem. Hodnota výtokového součinitele je $\mu = 0,62$.

(výsledek: $0,002782 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)

Příklad 5.9

Určete průtok Q vytékající do volna z nádrže válcového průřezu o průměru 0,8 m. Hloubka vody v nádrži je 0,7 m. Výtokový otvor je čtvercového průřezu o délce hrany 0,08 m. Těžiště otvoru je umístěno ve stěně nádrže v hloubce 0,62 m. Hodnota výtokového součinitele je $\mu = 0,64$.

(výsledek: $0,01428 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)

Příklad 5.10

Určete průtok Q vytékající do volna z nádrže čtvercového průřezu o délce hrany 1 m. Hloubka vody v nádrži je 0,5 m. Výtokový otvor je obdélníkového průřezu o výšce 0,1 m a šířce 0,12 m. Těžiště otvoru je umístěno ve stěně nádrže v hloubce 0,41 m. Hodnota výtokového součinitele je $\mu = 0,65$.

(výsledek: $0,02211 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)

Příklad 5.11

Nádrž kruhového průřezu o poloměru 6 m je rozdělena svislou dělicí přepážkou na 2 části v poměru 1:3. Hloubka vody v jedné části nádrže je 0,5 m a v druhé části 2 m. Ve svislé dělicí přepážce se nachází přepouštěcí otvor kruhového průřezu o průměru 0,12 m. Těžiště přepouštěcího otvoru je umístěno 30 cm nad dno nádrže. Hodnota výtokového součinitele otvoru je $\mu = 0,7$. Určete velikost průtoku Q mezi oběma částmi nádrže.

(výsledek: $0,04295 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)

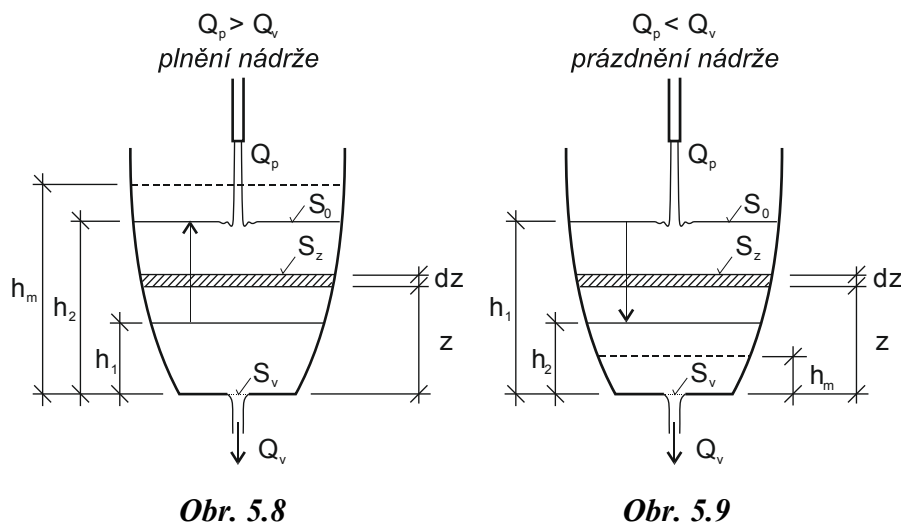
Příklad 5.12

Odkalovací obdélníková nádrž o šířce 11 m o délce 21 m je rozdělena svislou dělicí přepážkou na 2 poloviny. První část nádrže se plní vodou nesoucí plaveniny. Voda se zde nechá odstát, aby se plaveniny usadily. Hloubka vody v této části nádrže je 3,21 m. Po usazení plavenin, se voda přepouští do druhé části odkud se bez plavenin zase odčerpává. Hloubka vody v této části je 1,55 m. Ve svislé dělicí přepážce se nachází prepouštěcí otvor obdélníkového průřezu o výšce 30 cm a šířce 45 cm. Těžiště prepouštěcího otvoru je umístěno 77 cm nad dno nádrže. Hodnota výtokového součinitele otvoru je $\mu = 0,72$. Určete velikost průtoku Q mezi oběma částmi nádrže.

(výsledek: $0,5547 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)

5.2. Neustálý výtok otvorem

Neustálý výtok otvorem, je takový výtok, při kterém je v každém okamžiku odlišná hodnota rychlost a průtoku v průtočném otvoru. Tento stav vznikne v případě, že přítok Q_p do nádrže se nerovná odtoku Q_v z nádrže. Jestliže přítok Q_p je větší než odtok Q_v , dochází k plnění nádrže. Pokud je přítok Q_p je menší než odtok Q_v , nádrž se prázdní. Při výpočtech nás pak zajímá velikost okamžitého odtoku Q_v a zejména pak čas t prázdnění nebo plnění nádrže nebo čas T úplného vyprázdnění nebo naplnění nádrže.



Při plnění (prázdnění) nádrže malým otvorem ve dně dochází k vzestupu (poklesu) hladiny. Tyto změny polohy hladiny mají určitou mezní polohu danou hloubkou h_m (obr. 5.8,

obr. 5.9), při které se vyrovná velikost přítoku Q_p a odtoku Q_v a kdy další pohyb je již ustálený:

$$Q_p = Q_v = \mu_v S_v \sqrt{2gh_m} \quad (5.12)$$

z čehož pro mezní hloubku h_m dostaneme:

$$h_m = \frac{Q_p^2}{\mu_v^2 S_v^2 2g} \quad (5.13)$$

Základní rovnici pro čas plnění nebo prázdnění je:

$$(Q_p - Q_v)dt = Sdz = dV \Rightarrow dt = \frac{dV}{Q_p - Q_v} = \frac{S_z dz}{Q_p - Q_v} \quad (5.14)$$

kde

Sdz, dV ... objem kapaliny, o který se zvýší (obr. 5.8) nebo sníží (obr. 5.9) celkový objem kapaliny v nádrži za elementární časový úsek dt .

Jestliže do rovnice 5.14 dosadíme vztah 5.6 pro výpočet odtoku Q_v malým otvorem ve dně, dostaneme:

$$dt = \frac{S_z dz}{Q_p - \mu_v S_v \sqrt{2gz}} \quad (5.15)$$

Jestliže je $Q_p - Q_v < 0$ a nádrž se tedy prázdní, pak je $dz < 0$, a naopak pokud je $Q_p - Q_v > 0$, nádrž se plní a $dz > 0$.

Z rovnice 5.13 dostaneme pro čas prázdnění (plnění) vztah:

$$\int_{t=t_1}^{t=t_2} dt = t_2 - t_1 = t = \int_{z=h_1}^{z=h_2} \frac{S_z dz}{Q_p - \mu_v S_v \sqrt{2gz}} \quad (5.16)$$

5.2.1. Prázdnění nádrží

Na základě rovnice 5.14 můžeme integrací získat vztah pro prázdnění neprizmatických nádrží (nádrže se skloněnými stěnami, plocha v hladině S_z je závislá na proměnné hloubce z a musíme tuto skutečnost ve výsledném vztahu zohlednit) bez přítoku ($Q_p = 0$):

$$t = \int_{z=h_1}^{z=h_2} - \frac{S_z dz}{\mu_v S_v \sqrt{2gz}} = \int_{z=h_2}^{z=h_1} \frac{S_z dz}{\mu_v S_v \sqrt{2gz}} \quad (5.17)$$

Samotnou integraci můžeme provést až v okamžiku, kdy máme vyjádřenou plochu S_z v závislosti na proměnné hloubce z (příklad 5.14). Vztah pro výpočet S_z závisí na konkrétním tvaru nádrže.

Pokud potřebujeme určit čas úplného vyprázdnění nádrže, dosadíme mez $h_2 = 0$.

Na základě rovnice 5.14 můžeme integrací získat také vztah pro prázdnění prizmatických nádrží (nádrže se svislými stěnami, S_z je konstantní, nezávislá na proměnné hloubce z) bez přítoku ($Q_p = 0$):

$$t = \int_{z=h_2}^{z=h_1} \frac{S_z dz}{\mu_v S_v \sqrt{2gz}} \Rightarrow t = \frac{2S_z}{\mu_v S_v \sqrt{2g}} [\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}] \quad (5.18)$$

Dále pak můžeme odvodit i rovnice pro výpočet času úplného vyprázdnění prizmatických nádrží pro mez $h_2 = 0$:

$$T = \frac{2S_z h_1}{\mu_v S_v \sqrt{2gh_1}} \quad (5.19)$$

$$T = 2 \frac{V}{Q_v} \quad (5.20)$$

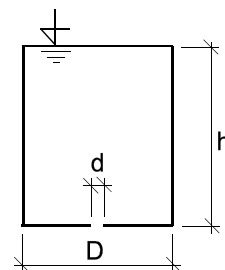
Z tohoto vztahu je zřejmé, že čas vyprázdnění prizmatické nádoby je roven dvojnásobku času, který je potřeba pro vyprázdnění stejného objemu při stabilní hladině v úrovni hloubky h_1 . Pro prázdnění určité části prizmatické nádrže použijeme příslušné meze h_1, h_2 a získáme tak čas pro vyprázdnění objemu kapaliny vymezené hloubkami h_1 a h_2 :

Příklad 5.13

Válcový zásobní tank na vodu o průměru $D = 1,2$ m a výšce $h = 3$ m je zcela naplněn vodou. Ve dně má výpustný otvor kruhového průřezu o průměru $d = 0,1$ m. Hodnota výtokového součinitele je $\mu_v = 0,65$.

a) Vypočítejte za jak dlouho dojde k úplnému vyprázdnění tanku při plném otevření výpustného otvoru.

b) Dále určete za jak dlouho bude tank vyprázdněn do poloviny původní výšky.



Obr. 5.10

Řešení

a) dle rovnice 5.19 vypočítáme čas T úplného vyprázdnění, kdy za hloubku dosadíme celkovou hloubku h v nádrži a S_z je v tomto případě plocha kruhu, která je s klesající hloubkou konstantní:

$$\begin{aligned}
T &= (2S_z h)/(\mu_v S_v \sqrt{2gh}) = (2 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot 3)/(0,65 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 3}) \\
&= (2 \cdot \pi \cdot [0,6]^2 \cdot 3)/(0,65 \cdot \pi \cdot [0,05]^2 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 3}) \\
&= 2.1,131.3/(0,65 \cdot 0,007854 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 3})
\end{aligned}$$

$$T = 173,26 \text{ s}$$

b) dle rovnice 5.18 vypočítáme čas t vyprázdnění nádrže do poloviny původní hloubky, kdy za hloubku h_1 dosadíme celkovou hloubku h a za hloubku h_2 pak $h/2$:

$$\begin{aligned}
t &= (2S_z)/(\mu_v S_v \sqrt{2gh})(\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}) \\
&= (2\pi R^2)/(\mu_v \pi r^2 \sqrt{2g})(\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
t &= (2 \cdot \pi \cdot [0,6]^2)/(0,65 \cdot \pi \cdot 0,05 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81})(\sqrt{3} - \sqrt{1,5}) \\
&= 2.1,131/(0,65 \cdot 0,007854 \sqrt{2 \cdot 9,81})(\sqrt{3} - \sqrt{1,5})
\end{aligned}$$

$$t = 50,75 \text{ s}$$

Zásobní válcový tank na vodu se zcela vyprázdní za 173,26 s a do poloviny původní hloubky za 50,75 s.

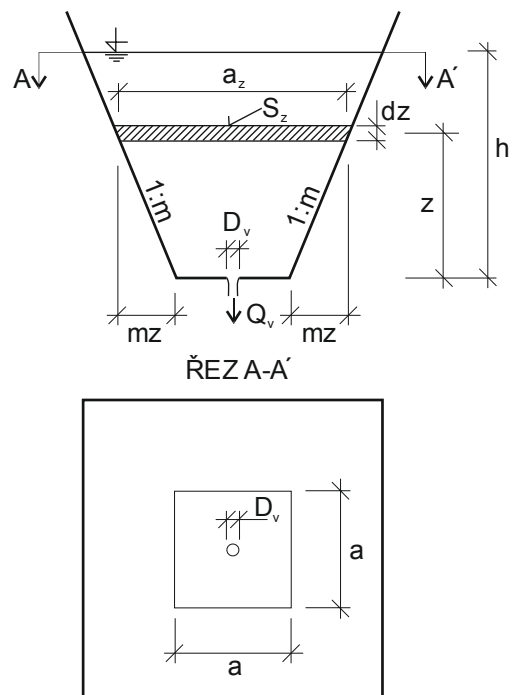
Příklad 5.14

Na obr. 5.11 je nakreslena zásobní nádrž na vodu, která má tvar seříznutého jehlanu s kruhovým otvorem ve dně. Odvoďte vzorec pro čas T úplného vyprázdnění takovéto nádrže a následně vypočítejte i čas prázdnění, jestliže je dáno: $h = 6,2$ m; $a = 1$ m; $D_v = 0,1$ m; $1:m = 1:0,4$; $\mu_v = 0,7$.

Odvoďte také vzorec pro čas t částečného vyprázdnění nádrže na hloubku 3 m a poté vypočítejte i jeho hodnotu. V příkladu uvažujte nulový přítok.

Řešení

Jedná se o neprismatickou nádobu. To znamená, že se mění velikost plochy v hladině s klesající hloubkou. Začneme tím, že si vyjádříme závislost plochy na hloubce. Plocha v hladině je čtvercová o straně a_z :



Obr. 5.11

$$a_z = a + 2mz$$

Velikost čtvercové plochy v závislosti na hloubce pak bude:

$$S_z = a_z^2 = (a + 2mz)^2 = a^2 + 4amz + 4m^2z^2$$

Na základě plochy S_z můžeme zapsat vztah $S_z dz$ pro výpočet elementární části objemu v hloubce z jako objem válce o výšce dz .

Posouzením velikosti otvoru bychom zjistili, že se jedná o malý otvor ve dně, pro který platí rovnice 5.6 pro výpočet výtoku Q_v :

$$Q_v = \mu_v S_v \sqrt{2gz}$$

Dosažením do rovnice 5.17 pro výpočet času t při nulovém přítoku dostaneme postupnými úpravami:

$$t = \int_{z=h_2}^{z=h_1} \frac{S_z dz}{\mu_v S_v \sqrt{2gz}} = \int_{z=h_2}^{z=h_1} \frac{(a^2 + 4amz + 4m^2z^2) dz}{\mu_v S_v \sqrt{2gz}}$$

$$t = \int_{z=h_2}^{z=h_1} \frac{a^2 dz}{\mu_v S_v \sqrt{2gz}} + \int_{z=h_2}^{z=h_1} \frac{4amz dz}{\mu_v S_v \sqrt{2gz}} + \int_{z=h_2}^{z=h_1} \frac{4m^2z^2 dz}{\mu_v S_v \sqrt{2gz}}$$

$$t = \frac{a^2}{\mu_v S_v \sqrt{2g}} \int_{z=h_2}^{z=h_1} z^{-\frac{1}{2}} dz + \frac{4am}{\mu_v S_v \sqrt{2g}} \int_{z=h_2}^{z=h_1} z^{\frac{1}{2}} dz + \frac{4m^2}{\mu_v S_v \sqrt{2g}} \int_{z=h_2}^{z=h_1} z^{\frac{3}{2}} dz$$

Integrací pak dostaneme:

$$t = \frac{a^2}{\mu_v S_v \sqrt{2g}} \left[2z^{\frac{1}{2}} \right]_{z=h_2}^{z=h_1} + \frac{4am}{\mu_v S_v \sqrt{2g}} \left[\frac{2}{3} z^{\frac{3}{2}} \right]_{z=h_2}^{z=h_1} + \frac{4m^2}{\mu_v S_v \sqrt{2g}} \left[\frac{2}{5} z^{\frac{5}{2}} \right]_{z=h_2}^{z=h_1}$$

Dosažením mezi h_1 , h_2 a vztahu pro výpočet kruhové plochy $S_v = \pi D_v^2 / 4$ výtokového otvoru, získáme rovnici pro čas prázdnění t :

$$t = \frac{4a^2}{\mu_v \pi D_v^2 \sqrt{2g}} \left[2h_1^{\frac{1}{2}} - 2h_2^{\frac{1}{2}} \right] + \frac{16am}{\mu_v \pi D_v^2 \sqrt{2g}} \left[\frac{2}{3} h_1^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} h_2^{\frac{3}{2}} \right] + \frac{16m^2}{\mu_v \pi D_v^2 \sqrt{2g}} \left[\frac{2}{5} h_1^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{5} h_2^{\frac{5}{2}} \right]$$

Úpravou pak dostaneme výslednou rovnici pro prázdnění části nádrže z úrovně h_1 do úrovně h_2 :

$$t = \frac{4}{\mu_v \pi D_v^2 \sqrt{2g}} \left(a^2 \left[2h_1^{\frac{1}{2}} - 2h_2^{\frac{1}{2}} \right] + 4am \left[\frac{2}{3} h_1^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} h_2^{\frac{3}{2}} \right] + 4m^2 \left[\frac{2}{5} h_1^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{5} h_2^{\frac{5}{2}} \right] \right)$$

Jestliže za h_2 dosadíme hloubku 0 m, dostaneme výslednou rovnici pro výpočet času T úplného vyprázdnění nádrže:

$$T = \frac{4}{\mu_v \pi D_v^2 \sqrt{2g}} \left(2a^2 h_1^{\frac{1}{2}} + \frac{8}{3} a m h_1^{\frac{3}{2}} + \frac{8}{5} m^2 h_1^{\frac{5}{2}} \right)$$

Nyní již můžeme číselně vypočítat čas t prázdnění části nádrže, kde za h_1 dosadíme celkovou hloubku 6,2 m a za h_2 sníženou hloubku 3 m:

$$t = \frac{4}{0,7 \cdot 3,14 \cdot 0,1^2 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81}} \left(1^2 \left[2 \cdot 6,2^{\frac{1}{2}} - 2 \cdot 3^{\frac{1}{2}} \right] + 4 \cdot 1 \cdot 0,4 \left[\frac{2}{3} 6,2^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} 3^{\frac{3}{2}} \right] + 4 \cdot 0,4^2 \left[\frac{2}{5} 6,2^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{5} 3^{\frac{5}{2}} \right] \right)$$

$$t = \frac{4}{0,7 \cdot 3,14 \cdot 0,1^2 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81}} \left(1^2 \left[2 \cdot 6,2^{\frac{1}{2}} - 2 \cdot 3^{\frac{1}{2}} \right] + 4 \cdot 1 \cdot 0,4 \left[\frac{2}{3} 6,2^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} 3^{\frac{3}{2}} \right] + 4 \cdot 0,4^2 \left[\frac{2}{5} 6,2^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{5} 3^{\frac{5}{2}} \right] \right)$$

$$t = 1354 \text{ s}$$

a také čas T úplného vyprázdnění nádrže, kde za h_1 dosadíme celkovou hloubku 6,2 m:

$$T = \frac{4}{0,7 \cdot 3,14 \cdot 0,1^2 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81}} \left(2 \cdot 1^2 \cdot 6,2^{\frac{1}{2}} + \frac{8}{3} \cdot 1 \cdot 0,4 \cdot 6,2^{\frac{3}{2}} + \frac{8}{5} \cdot 0,4^2 \cdot 6,2^{\frac{5}{2}} \right) = 1887 \text{ s}$$

Nádrž se vyprázdní na hloubku 3 m za 1354 s a celá se vyprázdní za 1887 s.

Příklad 5.15

Zásobní krychlová nádrž na vodu o délce hrany 1 m je opatřena výpustným otvorem kruhového průřezu o průměru 5 cm. Výpustný otvor se nachází ve dně nádrže. Hloubka vody v nádrži je 0,9 m. Hodnota výtokového součinitele je 0,66.

- Určete za jak dlouho dojde k vyprázdnění nádoby při plném otevření výpustného otvoru.
- Vypočtete také za jak dlouho bude v nádrži hloubka 0,7 m.

(výsledek: a) 331 s; b) 35 s)

Příklad 5.16

V zahradním bazénu o délce 10 m a šířce 4 m je hloubka vody 1,6 m. Z provozních důvodů je nutné bazén vypustit. Pro tyto případy je opatřen výpustným otvorem ve dně. Tento otvor je kruhového průřezu a má průměr 0,2 m. Hodnota výtokového součinitele je 0,7.

- Určete za jak dlouho dojde k vyprázdnění nádoby při plném otevření výpustného otvoru.
- Vypočtete také za jak dlouho poklesne hladina o 1 m.

(výsledek: a) 1039 s; b) 403 s)

6. Proudění v otevřených profilech

6.1. Ustálené proudění v otevřených profilech

Ustálené proudění je takové proudění, kde se hydraulické veličiny s časem nemění a jsou pouze funkcí polohy. Ustálené proudění dělíme na rovnoměrné s konstantním průtokem a rychlostí a nerovnoměrné s konstantním průtokem a s proměnnými geometrickými charakteristikami po délce proudu a proměnnou rychlostí v prostoru.

Dělení koryt vodních toků podle tvaru průtočného profilu:

- prizmatická koryta (kanály) – po délce toku mají konstantní geometrické charakteristiky
- neprizmatická koryta (kanály)

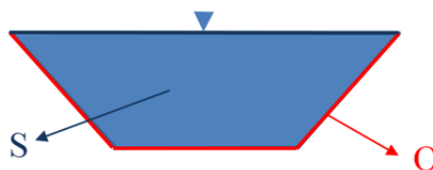
a) pravidelná – proměnný tvar příčného profilu po délce toku, kdy změny tvaru příčného profilu lze matematicky popsat jako funkce omezeného obvodu resp. plochy průtočného profilu

b) nepravidelná – průtočný profil se po délce toku nepravidelně mění

Průtočné průřezy koryt (kanálů) dělíme na:

- a) jednoduché – kde kromě dna nenajdeme žádný vodorovný úsek
- b) složené – v příčném profilu, kromě dna, můžeme nalézt minimálně jeden vodorovný (přibližně vodorovný) úsek
- c) přirozené – nepravidelný tvar

Definice základních pojmů:



Obr. 6.1 Schéma průtočného průřezu

Průtočný průřez (profil) – je řez vedením proudu vedený kolmo na jeho podélnou osu a charakterizující jeho tvar

Plocha průtočného průřezu – S (m^2) je obsah řezu proudu kapaliny kolmou plochou kolmou v každém bodě na vektor rychlosti. Pro praktické výpočty se uvažuje obsah plochy rovinného řezu vedeného kolmo na převládající směr proudění

Omočený obvod – O (m) – je součet délek, kde se kapalina v průtočném průřezu dotýká pevných stěn (v obr. 6.1 vyznačen červeně)

Hydraulický poloměr – R (m) – je definován jako podíl plochy průtočného průřezu a omočeného obvodu

$$R = \frac{S}{O} \quad (6.1)$$

Bodová rychlost – u (m s^{-1}) - rychlost měřená v konkrétním místě

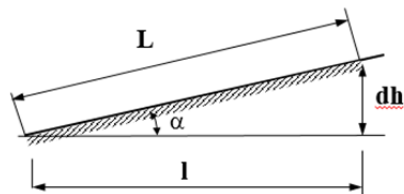
Průřezová rychlost – v (m s^{-1}) - střední hodnota rychlosti v celém průtočném průřezu S

$$v = \frac{1}{S} \int_S u \, dS \quad (6.2)$$

Průtok objemový – Q ($\text{m}^3 \text{s}^{-1}$) – je objem kapaliny, který proteče plochou průtočného průřezu za jednotku času

$$Q = \int_S dQ = \int_S u \, dS = vS \quad (6.3)$$

Sklon dna koryta – i_0 je podíl rozdílů polohových výšek dna mezi zvolenými průtočnými průřezy prodělený vzdáleností těchto průřezů



Obr. 6.2

$$i_0 = \frac{dh}{L} \quad (6.4)$$

protože sklony dna koryta bývají malé, lze pro určení sklonu použít místo vzdálenosti příčných profilů L vodorovný průmět této vzdálenosti l (platí do cca sklonu 10° , kdy $\sin \alpha \approx \text{tg } \alpha$)

$$i_0 = \frac{dh}{l} \quad (6.5)$$

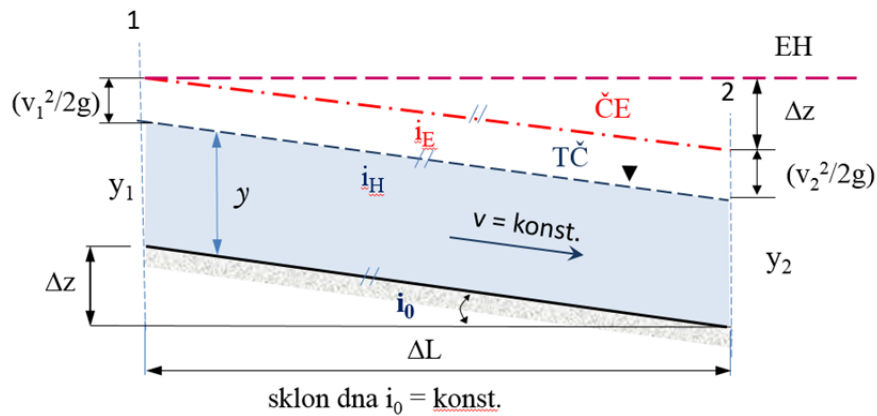
Rovnoměrné proudění v otevřených profilech

Pro ustálené rovnoměrné proudění platí

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial Q}{\partial x_i} = 0; \quad \frac{\partial v}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial Q}{\partial x_i} = 0 \quad (6.6)$$

(kde $i=1$ až 3 a $x_1 = x$; $x_2 = y$ a $x_3 = z$)

$Q = \text{konst.}$ $v = \text{konst.}$ \rightarrow $S = \text{konst.}$ $y = \text{konst.}$



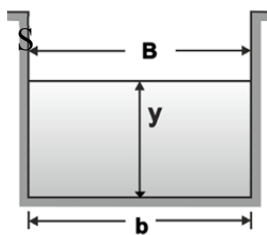
Obr. 6.3

Geometrické charakteristiky (charakterizují geometrii průtočného profilu) jsou

- základní rozměry průtočného profilu:
 - šířka ve dně – b (m)
 - sklon svahů – 1 : m
 - průměr – D (m)
 - hloubka vody – y (m)
- odvozené geometrické parametry: plocha průtočného průřezu:
 - plocha průtočného průřezu – S (m²)
 - omočený obvod – O (m)
 - hydraulický poloměr – R (m)
 - šířka v hladině – B (m)

Odvozené geometrické charakteristiky pro základní jednoduché profily:

a) obdélníkový profil



$$S = b y$$

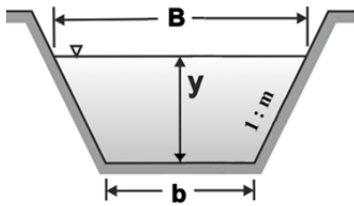
$$O = b + 2 b y$$

$$R = \frac{b y}{b + 2 y}$$

$$B = b$$

Obr. 6.4

b) symetrický lichoběžníkový profil



Obr. 6.5

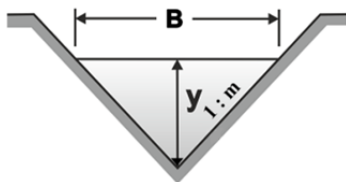
$$S = (b + m \cdot y) \cdot y$$

$$O = b + 2 \cdot y \sqrt{1 + m^2}$$

$$R = \frac{(b + m \cdot y) \cdot y}{b + 2 y \sqrt{1 + m^2}}$$

$$B = b + 2 m \cdot y$$

c) trojúhelníkový profil



Obr. 6.6

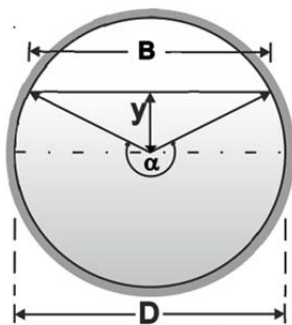
$$S = m \cdot y^2$$

$$O = 2 \cdot y \sqrt{1 + m^2}$$

$$R = \frac{m \cdot y^2}{2 y \sqrt{1 + m^2}} = \frac{m \cdot y}{2 \sqrt{1 + m^2}}$$

$$B = 2 m \cdot y$$

d) kruhový profil



Obr. 6.7

$$S = \frac{1}{8} \left(\frac{\pi}{180} \alpha - \sin \alpha \right) \cdot D^2$$

$$O = \frac{\pi}{360} \alpha \cdot D$$

$$R = \left(\frac{1}{4} - \frac{45 \sin \alpha}{\pi \alpha} \right) \cdot D$$

$$B = D \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

Hydraulické charakteristiky

- stupeň drsnosti n (podle Manninga), k_A (podle Agroskina)
- Chézyho rychlostní součinitel C ($\text{m}^{0.5} \cdot \text{s}^{-1}$)
- modul průtoku K ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)
- průřezová rychlost (průměrná) v ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)
- průtok Q ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)

Pro určení Chezyho rychlostního součinitele se používá stupeň drsnosti n (Manningův a Pavlovského vztah) nebo stupeň drsnosti podle Agroskina k_A . Vzájemný vztah je

$$k_A = \frac{0,05643}{n} \quad (6.7)$$

Chézyho rychlostní součinitel (v Chézyho rovnici) se určuje podle řady empirických vztahů. Nejpoužívanější vztahy jsou:

Manningův vztah

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} \quad (6.8)$$

Pavlovského vztah (platnost pro $0,1 \text{ m} < R < 3,0 \text{ m}$)

$$C = \frac{1}{n} R^y \quad (6.9)$$

kde

$$y = 2,5 \sqrt{n} - 0,13 - 0,75 R \cdot (\sqrt{n} - 0,1)$$

Pro přibližné výpočty lze použít zjednodušení pro y :

$$y = 1,5 \sqrt{n} \quad \text{pro } R < 1 \text{ m}$$

$$y = 1,3 \sqrt{n} \quad \text{pro } R > 1 \text{ m}$$

Stricklerův vztah - vychází z předpokladu, že stupeň drsnosti n závisí na materiálu koryta

$$\frac{1}{n} = k_s \quad k_s = \frac{21,1}{\sqrt[6]{d_s}} \quad (6.10)$$

kde $d_s = d_{55}$

Agroskinův vztah

$$C = 17,72 (\log R + k_A) \quad (6.11)$$

Martincův vztah – transformovaný Agroskinův vztah pro koryta, jejichž materiál dna je charakterizován specifickým průměrem zrna d_s

$$C = 17,72 \left(\log \frac{R}{d_s} + 0,77 \right) \quad (6.12)$$

Hydraulický poloměr R a specifický průměr zrna d_s se do empirických vztahů dosazují v základních jednotkách (m).

Tab. 6.1 Stupeň drsnosti n pro koryta s volnou hladinou (pro vztahy Manninga a Pavlovského)

Druh koryta a povrchu	n
Velmi hladký povrch (omítka z čistého cementu)	0,010
Obyčejné cihlové zdivo, kamenný obklad (přitesaný)	0,015
Staré cihlové zdivo, hrubé obetonování, hladká skála	0,017
Zdivo z lomového kamene, kanály v ulehlém štěrku nebo zemině – v dobrém stavu	0,020
Zdivo na sucho, velké zemní kanály průměrně udržované, řeky v dobrém stavu (přímé koryto bez překážek, bez nánosů a výmolů)	0,025
Zemní kanály ve špatném stavu (nánosy ve dně, místy zarostlé koryto). Řeky v dobrých podmínkách	0,030
Čistá koryta toků s malými nepravidelnostmi proudu, nepravidelný reliéf dna (mělčiny, výmoly, místy kameny)	0,040
Znečištěná koryta středních a velkých řek, částečně zarostlá se zákruty. Inundace pokryté trávou a křovinami	0,050
Koryta zarostlá křovinami a stromy, výmoly. Štěrková koryta horského typu s nepravidelnou hladinou. Peřejovitě úseky	0,065
Řeky a inundace s pomalým proudem, zarostlé hluboké výmoly. Horský typ koryt (s valouny), zpětný proud.	0,080
Koryta horského typu, voda přepadá přes přirozené stupně, řečiště z hrubých valounů, silné zpěnění vody, voda je bílá a neprůzračná. Velmi hlučný tok	0,100
Řeky bažinatého typu s houštinami a hrboly se stojatou vodou v řadě míst	0,135
Proud vody je prosycen splaveninami, kameny a blátem. Inundace jsou plně zarostlé	0,200

Modul průtoku – K je průtok pro jednotkový sklon dna $i_0 = 1$. Z Chézyho rovnice vyplývá vztah

$$K = C \cdot S \sqrt{R} \quad (6.13)$$

Modul průtoku se řadí k základním hydraulickým charakteristikám koryta. Zahrnuje vliv tvaru a velikosti průtočného průřezu, jako je drsnost omočeného obvodu.

Střední průřezová rychlost proudění kapaliny v korytech se určuje z Chézyho rovnice, která má tvar

$$v = C \sqrt{R \cdot i_0} \quad (6.14)$$

Průtok Q se určuje pomocí Chézyho rovnice a rovnice kontinuity pro ustálené proudění s použitím sklonu dna koryta i_0

$$Q = C \cdot S \sqrt{R \cdot i_0} \quad (6.15)$$

6.2. Bystřinný, kritický a říční režim proudění

Proudění v korytech s volnou hladinou i v uzavřených profilech (kde se vytváří hladina na níž působí atmosférický tlak) může být říční, kritické nebo bystřinné. K předběžnému posouzení se používá bezrozměrné Froudovo číslo (poměr setrvačné a gravitační síly). Froudovo číslo může být v mocninovém a odmocninovém tvaru

$$Fr = \frac{v^2}{g y_s} \quad \text{nebo} \quad Fr = \frac{v}{\sqrt{g y_s}} \quad (6.16)$$

y_s – střední hloubka průtočného profilu

Dělení proudění podle velikosti Froudova čísla

a) **říční** (podkritické) menší rychlosti, větší hloubky ($y > y_K$)

$$Fr < 1$$

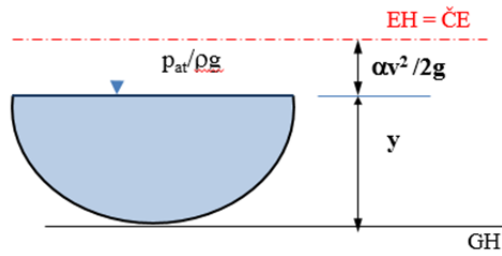
b) **bystřinné** (nadkritické) velké průřezové rychlosti s malými hloubkami ($y < y_K$)

$$Fr > 1$$

c) **kritické** $y = y_K$; $Fr = 1$

Normální hloubka – y_0 - je hloubka při rovnoměrném proudění

Měrná (specifická) energie průřezu E_d - množství energie, které náleží jednotce tíže kapaliny, protékající určitým průřezem, vztažené k nejnižšímu bodu průřezu.



Obr. 6.17

$$E_D = y + \frac{\alpha v^2}{2g} = y + \frac{\alpha Q^2}{2g S^2} \quad (6.17)$$

y - hloubka v nejnižším bodě průtočného průřezu

Kritické proudění – můžeme definovat dvěma způsoby

- a) - je proudění, při kterém protéká daným průtočným průřezem konst. množství vody ($Q = \text{konst.}$) s vynaložením minima energie
- b) - proudění, při kterém průtočným průřezem při dané měrné energii průřezu E_d ($E_d = \text{konst.}$) protéká maximální průtok (Q_{max})

Výskyt kritické hloubky: stupeň ve dně; změna sklonu dna; přepad přes jez

Kritickou hloubku pro jednoduchý průtočný průřez můžeme určit ze vztahů:

- a) obdélníkový profil s šířkou ve dně b

$$y_K = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{g \cdot b^2}} \quad (6.18)$$

- b) Symetrický trojúhelníkový profil

$$y_K = \sqrt[5]{\frac{2\alpha Q^2}{g \cdot m^2}} \quad (6.19)$$

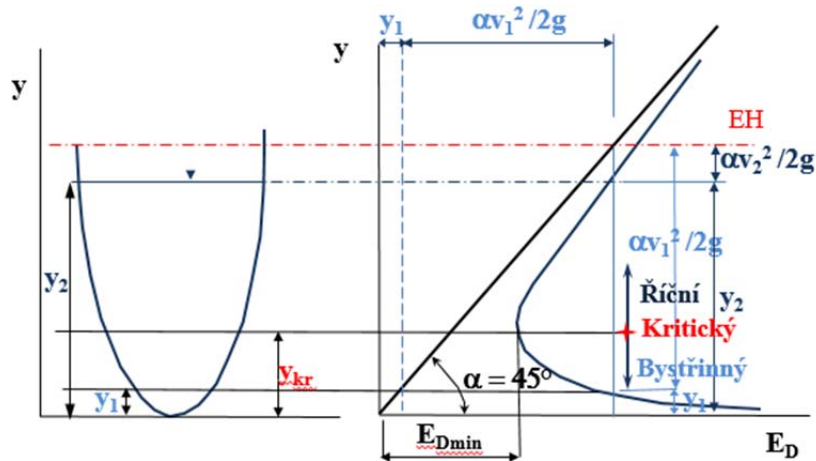
- c) Symetrický lichoběžníkový profil s šířkou ve dně b

$$y_K = 0,81 \left(\frac{\alpha Q^2}{g m^{0,75} b^{1,25}} \right)^{0,27} - \frac{b}{30m} \quad \text{dle Strauba} \quad (6.20)$$

- d) Kruhový profil o průměru D

$$y_K = D \left(\frac{\alpha Q}{\sqrt{g D^5}} \right)^{0,513} \quad \text{dle Diskina} \quad (6.21)$$

e) kritickou hloubku ostatních profilů, včetně přirozených příčných profilů, určujeme použitím všeobecné podmínky kritického proudění zpravidla graficko- početním způsobem. Z první definice kritického režimu ($Q = \text{konst.} \rightarrow E_D = E_{Dmin}$) vychází metoda využívající rovnici (6.17), kdy si pro zvolené hodnoty y (y_1, y_2, \dots, y_n) vypočteme měrné energie průřezu $E_{D1}, E_{D2}, \dots, E_{Dn}$ a vyneseme závislost $E_D(y)$ viz obr. 6.9, odkud určíme kritickou hloubku a pro libovolné E_D můžeme odečíst hloubky pro říční resp. bystrinné proudění.

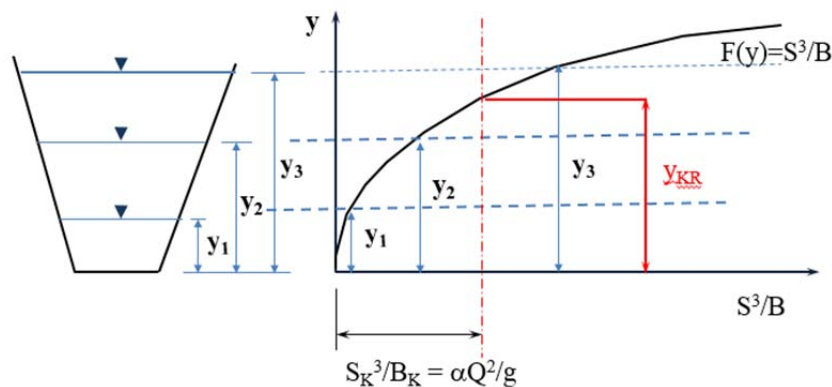


Obr. 6.9

Nebo pro E_{Dmin} lze využít hledání minima funkce E_D , kdy pro kritický režim musí platit vztah

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{S_K^3}{B_K} \quad (6.22)$$

Postup určení kritické hloubky pomocí rovnice (6.22) je graficko-početní, kdy pro zvolené hloubky si vypočteme S^3/B a vyneseme závislost hloubky y a poměru S^3/B . Pro zadanou hodnotu Q si vypočítáme $\alpha Q^2/g$ a pro tuto hodnotu z grafu obr. 6.10 odečteme kritickou hloubku y_K .

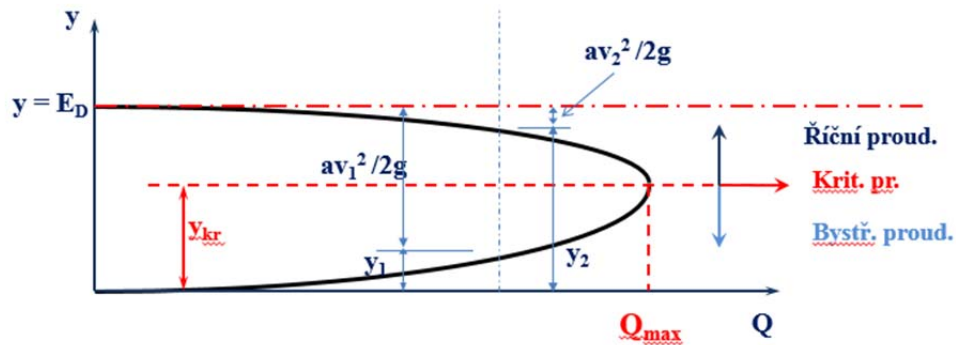


Obr. 6.10

Z druhé definice kritického režimu ($E_D = \text{konst.} \rightarrow Q = Q_{max}$) vychází metoda, kdy z rovnice (6.17) vyjádříme průtok Q a hledáme Q_{max}

$$E_D = y + \frac{\alpha Q^2}{2gS^2} \quad \Longrightarrow \quad Q = S \cdot \sqrt{\left(\frac{I}{\alpha}\right) \cdot 2g \cdot (E_D - y)} \quad (6.23)$$

Výsledná závislost y a Q se nazývá Kochova křivka (parabola průtoku)

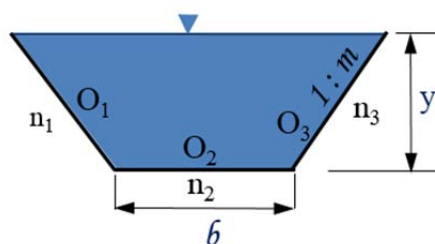


Obr. 6.11

Z Kochovy křivky vyplývá, že libovolný průtok $Q (< Q_{max})$ při konstantní měrné energii průřezu, protéká korytem při dvou rozdílných hloubkách. První odpovídá říčnímu režimu a druhá bystřinnému režimu. Kritickému režimu odpovídá největší možný průtok Q_{max} při dané konstantní měrné energii průřezu.

Výpočty jednoduchých příčných profilů

Koryta vodních toků mohou mít po omočeném obvodu různé drsnosti. Důvodem může být nesterjné opevnění po obvodě (obr. 6.12)



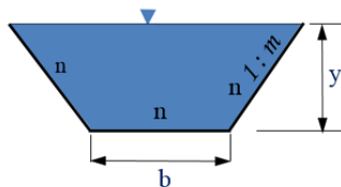
Obr. 6.12

V případě nesterjných drsností po částech omočeného obvodu počítáme s váženým průměrem jednotlivých drsností n_i , které se vyskytují na částech omočeného obvodu O_i .

$$\bar{n} = \frac{n_1 \cdot O_1 + n_2 \cdot O_2 + \dots + n_i \cdot O_i}{O_1 + O_2 + \dots + O_i} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i \cdot O_i}{\sum_{i=1}^n O_i} \quad (6.24)$$

Při řešení ustáleného rovnoměrného proudění v korytech s volnou hladinou se vyskytuje pět základních úloh (ukázkový výpočet je proveden pro symetrický lichoběžníkový profil obr 6.13, pro výpočet Chézyho rychlostního součinitele je použit Manningův vztah)

a) Určení průtoku Q



Obr. 6.13

Výpočet průtoku Q

známé parametry: šířka ve dně b ; hloubka y ; sklon svahů $1:m$; stupeň drsnosti n ; podélný sklon koryta i_0 ;

Postup:

1. krok – vypočteme odvozené geometrické charakteristiky

$$S = (b + m y) \cdot y$$

$$O = b + 2y\sqrt{1+m^2}$$

$$R = \frac{S}{O}$$

2. krok - vypočteme Chézyho rychlostní součinitel

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6}$$

3. krok s použitím rovnice (6.15) vypočteme hledaný průtok

$$Q = C \cdot S \cdot \sqrt{R \cdot i_0}$$

b) Výpočet podélného sklonu dna i_0

Známé parametry: šířka ve dně b ; hloubka y ; sklon svahů $1:m$; stupeň drsnosti n ; průtok Q ;

Postup:

1. a 2. krok je shodný s postupem při výpočtu průtoku Q

3. krok - z rovnice vyjádříme podélný sklon dna i_0

$$i_0 = \frac{Q^2}{C^2 S^2 R}$$

c) Určení stupně drsnosti n

známé parametry: šířka ve dně b ; hloubka y ; sklon svahů $1:m$; podélný sklon koryta i_0 ; průtok Q .

Postup:

1. krok - je shodný s postupem výpočtu Q
2. krok - z rovnice (6.15) vypočteme Chézyho rychlostní součinitel

$$C = \frac{Q}{S \sqrt{R i_0}}$$

3. krok – z Manningova vztahu vypočteme stupeň drsnosti n

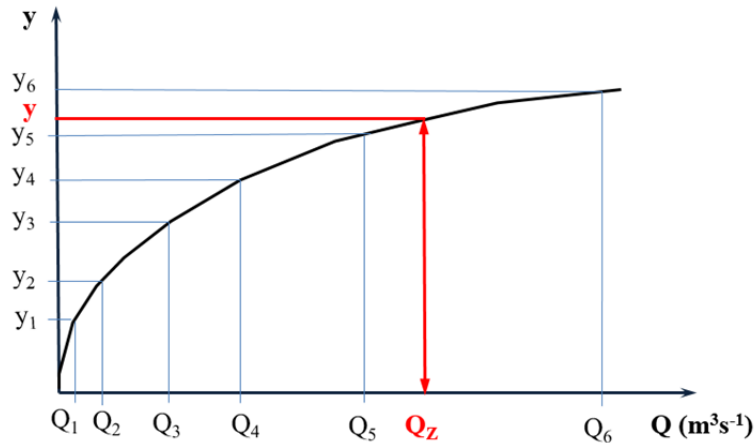
$$n = \frac{1}{C} R^{1/6}$$

d) Určení hloubky y , při které protéká zadaný průtok Q_Z daným průtočným průřezem.

Známé parametry: šířka ve dně b ; sklon svahů $1:m$; podélný sklon koryta i_0 ; průtok Q_Z ; stupeň drsnosti n .

Úloha určení hloubky y je velmi častá ve vodohospodářské praxi. Řešení se provádí iterací pomocí Chézyho rovnice nebo graficko-početní metodou s využitím měrné křivky profilu (konzumční křivka). Graficko-početní metoda je vhodná i pro složité průtočné profily.

Postup řešení: pro několik zvolených hloubek (minimální počet je tři) si vypočítáme příslušné průtoky k těmto hloubkám pomocí řešení a). V druhé části vyneseme závislost Q na y (obr 6.14) a pro Q_Z odečteme hledanou hloubku.

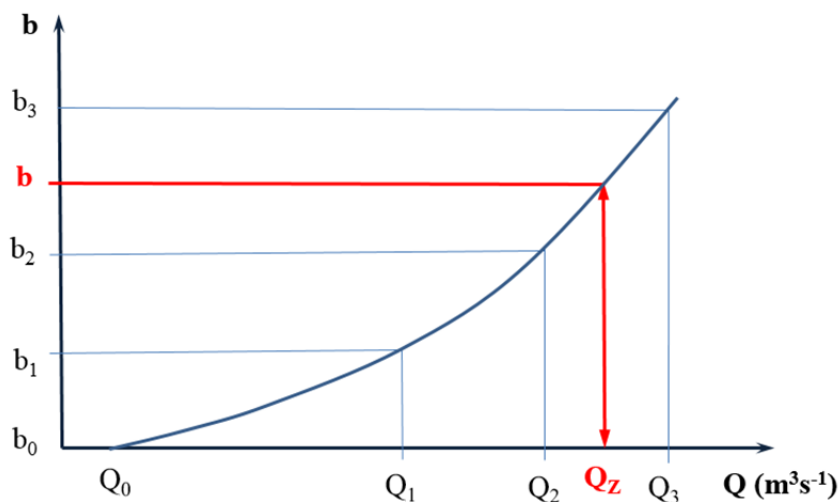


Obr. 6.14

Vykreslená konzumní křivka slouží k určení průtoku Q pro odečtenou hloubku y .

e) **Určení šířky ve dně b** , při které protéká zadaný průtok Q_Z daným průtočným průřezem známé parametry: hloubka y ; sklon svahů $1:m$; podélný sklon koryta i_0 ; průtok Q_Z ; stupeň drsnosti n ;

Postup: šířku ve dně určujeme graficko-početně obdobně jako při výpočtu hloubky y . Volíme šířky ve dně b_i a pro jednotlivé šířky ve dně (minimální počet zvolených šířek ve dně jsou tři) postupem a) určíme průtoky Q_i . Z vypočtených hodnot sestojíme grafickou závislost $Q = f(b)$ (obr. 6.15). Z grafu pro zadaný průtok Q_Z odečteme hledanou šířku ve dně b .



Obr. 6.15

Výpočet složených profilů

Složený průtočný průřez je takový průřez, kde kromě dna se vyskytuje minimálně jeden vodorovný (přibližně vodorovný) úsek. Proudění v hlubší části (kynetě) je odlišné od

Řešení

Vypočteme odvozené geometrické charakteristiky:

plocha průtočného průřezu

$$S = \frac{b + b + m_1 y + m_2 y}{2} y = \frac{4 + 4 + 1,5 \cdot 2 + 2}{2} 2 = 19,00 \text{ m}^2$$

omočený obvod

$$O = b + y\sqrt{1+m_1^2} + y\sqrt{1+m_2^2} = 4 + 2\sqrt{1+1,5^2} + 2\sqrt{1+2^2} = 12,077 \text{ m}$$

hydraulický poloměr

$$R = \frac{S}{O} = \frac{19,00}{12,077} = 1,573 \text{ m}$$

Chézyho rychlostní součinitel

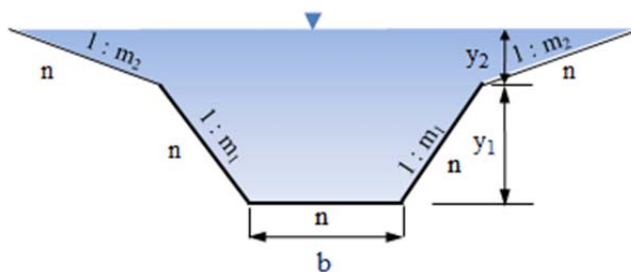
$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} = \frac{1}{0,038} 1,573^{1/6} = 28,38 \text{ m}^{0,5} \text{ s}^{-1}$$

průtok

$$Q = C S \sqrt{R i_0} = 28,379 \cdot 19,00 \sqrt{1,573 \cdot 0,002} = 30,25 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

Příklad 6.2

Určete podélný sklon koryta i_0 pro průtočný profil na obr. 6.18, je-li dáno: šířka ve dně $b = 4,0$ m; jednotlivé sklony svahů $1 : m_1 = 1 : 1$ a $1 : m_2 = 1 : 2$; hloubka spodní části $y_1 = 1,00$ m; hloubka horní části $y_2 = 1,50$ m; stupeň drsnosti pro celý omočený obvod $n = 0,03$;



Obr. 6.18

Řešení:

odvozené geometrické charakteristiky:

plocha průtočného průřezu

$$S = (b + m_1 \cdot y_1) \cdot y_1 + (b + 2 \cdot m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2) \cdot y_2 = (4,00 + 1 \cdot 1,00) \cdot 1,00 + (4,00 + 2 \cdot 1 \cdot 1,00 + 2,00 \cdot 1,50) \cdot 1,50 = 18,50 \text{ m}^2$$

omnožený obvod

$$O = b + 2 \cdot y_1 \sqrt{1 + m_1^2} + 2 \cdot y_2 \sqrt{1 + m_2^2} = 4,00 + 2 \sqrt{1 + 1^2} + 2 \sqrt{1 + 2^2} = 13,537 \text{ m}$$

hydraulický poloměr

$$R = \frac{S}{O} = \frac{18,50}{13,537} = 1,367 \text{ m}$$

Chézyho rychlostní součinitel (Pavlovského vztah)

$$C = \frac{1}{n} R^y$$

exponent y určíme ze vztahu (6.9)

$$y = 2,5 \sqrt{n} - 0,13 - 0,75 R \cdot (\sqrt{n} - 0,1) = 2,5 \sqrt{0,03} - 0,13 - 0,75 \cdot 1,367 (\sqrt{0,03} - 1) = 0,23$$

potom

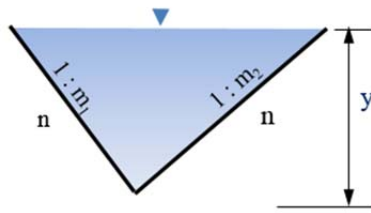
$$C = \frac{1}{n} R^y = \frac{1}{0,03} \cdot 1,367^{0,23} = 35,79 \text{ m}^{0,5} \text{ s}^{-1}$$

Podélný sklon koryta určíme ze vztahu (6.15)

$$i_0 = \frac{Q^2}{C^2 S^2 R} = \frac{29,98^2}{35,79^2 \cdot 18,50^2 \cdot 1,37} = 0,0015$$

Příklad 6.3

Pro zadaný příčný profil (nesymetrický trojúhelníkový příčný profil obr. 6.19) určete hloubku y . Dáno: sklony svahů $1 : m_1 = 1 : 1$ a $1 : m_2 = 1 : 2$; stupeň drsnosti $n = 0,025$; podélný sklon dna koryta $i_0 = 0,003$; průtok $Q_Z = 10 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$; (Chézyho rychlostní součinitel počítejte z Manningova vztahu).



Obr. 6.19

Řešení

K určení hloubky y použijeme graficko-početní postup. Volíme hloubky y (v tab. 6.2 y od 0,1 m do 2,2 m). Pro každou hloubku se vypočte průtok Q .

Tab.6.2

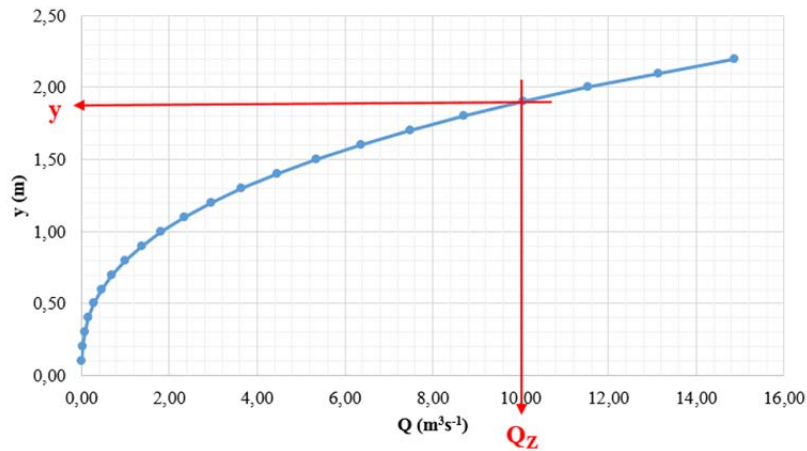
y (m)	S (m ²)	O (m)	R (m)	C (m ^{0,5} s ⁻¹)	Q (m ³ s ⁻¹)
0,10	0,02	0,37	0,04	23,50	0,00
0,20	0,06	0,73	0,08	26,38	0,02
0,30	0,14	1,10	0,12	28,22	0,07
0,40	0,24	1,46	0,16	29,60	0,16
0,50	0,38	1,83	0,21	30,73	0,29
0,60	0,54	2,19	0,25	31,67	0,47
0,70	0,74	2,56	0,29	32,50	0,70
0,80	0,96	2,92	0,33	33,23	1,00
0,90	1,22	3,29	0,37	33,89	1,37
1,00	1,50	3,65	0,41	34,49	1,82
1,10	1,82	4,02	0,45	35,04	2,34
1,20	2,16	4,38	0,49	35,55	2,95
1,30	2,54	4,75	0,53	36,03	3,66
1,40	2,94	5,11	0,58	36,48	4,46
1,50	3,38	5,48	0,62	36,90	5,36
1,60	3,84	5,84	0,66	37,30	6,36
1,70	4,34	6,21	0,70	37,68	7,48
1,80	4,86	6,57	0,74	38,04	8,71
1,90	5,42	6,94	0,78	38,38	10,06
2,00	6,00	7,30	0,82	38,71	11,53
2,10	6,62	7,67	0,86	39,03	13,14
2,20	7,26	8,03	0,90	39,33	14,87

Při výpočtu byly použity vztahy:

$$S = \left(\frac{m_1 + m_2}{2} \right) y^2 \quad O = y(\sqrt{1+m_1^2} + \sqrt{1+m_2^2}) \quad R = \frac{S}{O}$$

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} \quad Q = C S \sqrt{R \cdot i_0}$$

Z vypočtených hodnot y a Q vyneseme konzumní křivku (obr. 6.20) a pro zadaný průtok odečteme v grafu hledanou hloubku y .

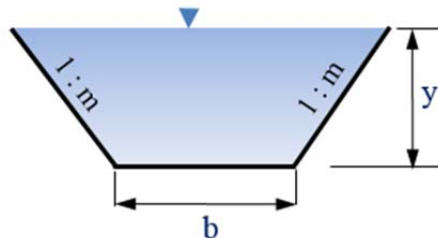


Obr. 6.20

Danému průtoku $10 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ odpovídá hloubka $y = 2,9 \text{ m}$.

Příklad 6.4

Vypočtete průtok Q ($\text{m}^3 \text{ s}^{-1}$) při rovnoměrném proudění v zemním kanálu lichoběžníkového příčného průřezu. Sklon svahů $1 : m = 1 : 2$; šířka dna $b = 3 \text{ m}$; hloubka vody $y = 1 \text{ m}$; drsnost $d_S = 0,02 \text{ m}$; podélný sklon koryta $i_0 = 1,6 \text{ ‰}$ (obr. 6.21).



Obr. 6.21

(výsledek: průtok $Q = 6,6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$)

Příklad 6.5

Při jakém sklonu dna projde průtok $Q = 7,0 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ lichoběžníkovým korytem o šířce ve dně $b = 4,0 \text{ m}$; sklon svahů $1 : m = 1 : 1,5$; drsnost $d_S = 0,03 \text{ m}$ při hloubce $y = 1 \text{ m}$.

(výsledek: podélný sklon koryta je $i_0 = 0,0016$)

Příklad 6.6

Vypočtete, jakou hloubkou y (m) proteče průtok $Q = 1,5 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ v korytě lichoběžníkového průřezu o šířce ve dně $b = 2 \text{ m}$, o sklonu svahů $1 : m = 1 : 1,5$ a o drsnosti $d_S = 0,02$, při podélném sklonu dna $i_0 = 0,5 \text{ ‰}$.

(výsledek: $y = 0,77 \text{ m}$)

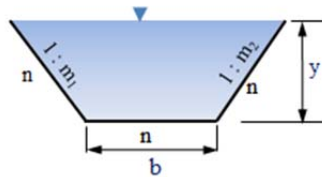
Příklad 6.7

Vypočtete šířku dna b (m) lichoběžníkového koryta, má-li koryto provést průtok $Q = 10 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ hloubkou $y = 1 \text{ m}$, sklon svahů $1 : m = 1 : 2$; podélný sklon koryta je $0,001$; drsnost $d_S = 0,01 \text{ m}$.

(výsledek: $b = 5,8 \text{ m}$)

Příklad 6.8

Příčný profil koryta na obrázku je nesymetrický lichoběžník. Vypočtete stupeň drsnosti n , jsou-li zadány parametry: hloubka vody $y = 2 \text{ m}$; sklony svahů $1 : m_1 = 1 : 1,5$ a $1 : m_2 = 1 : 2$; šířka ve dně $b = 4 \text{ m}$; Průtok $Q = 42,85 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$; podélný sklon koryta $i_0 = 0,002$.

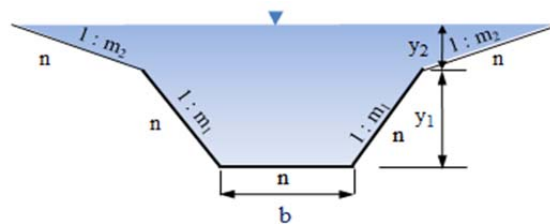


Obr. 6.22

(výsledek: stupeň drsnosti $n = 0,025$)

Příklad 6.9

Určete průtok Q pro průtočný profil na obr. 6.23, je-li dáno: šířka ve dně $b = 6,0 \text{ m}$; jednotlivé sklony svahů $1 : m_1 = 1 : 1,1$ a $1 : m_2 = 1 : 1,75$; hloubka spodní části $y_1 = 0,8 \text{ m}$; hloubka horní části $y_2 = 1,25 \text{ m}$; stupeň drsnosti pro celý omočený obvod $n = 0,028$; podélný sklon koryta $i_0 = 1,5 \text{ ‰}$. (Chézyho rychlostní součinitel počítejte ze vztahu Pavlovského).

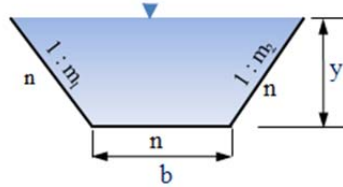


Obr. 6.23

(výsledek: $Q = 30,01 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$)

Příklad 6.10

Pro průtočný profil na obr. 6.24 určete drsnost d_S (Chézyho rychlostní součinitel určete podle Martince). Dáno: podélný sklon koryta $i_0 = 0,002$; sklony svahů 1: $m_I = 1 : 1,5$ a $1 : m_2 = 1 : 2$; šířka ve dně $b = 4,0$ m; hloubka $y = 2,0$ m.

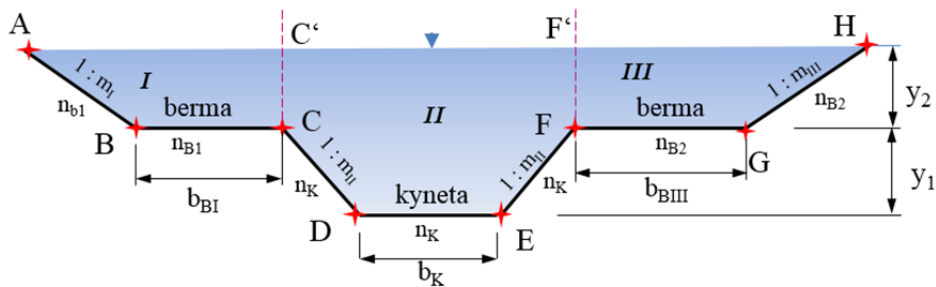


Obr. 6.24

(výsledek: $d_S = 0,021$)

Příklad 6.11

Na obr. 6.25 je nesymetrický lichoběžníkový profil. Určete průtok průtočným profilem Q . Dáno: podélný sklon koryta $i_0 = 0,0014$; sklony svahů bermy a kynety 1: $m_I = 1 : 1,5$, $1 : m_{II} = 1 : 1,7$ a $1 : m_{III} = 1 : 1,5$; šířky vodorovných částí $b_{BI} = 6$ m, $b_K = 4$ m, $b_{BIII} = 8$ m; stupně drsnosti $n_{BI} = 0,025$, $n_K = 0,02$; $n_{B2} = 0,03$; hloubky vody $y_1 = 1,2$ m, $y_2 = 1,0$ m;



Obr. 6.25

Řešení

Svislicemi CC' a FF' rozdělíme příčný profil na tři jednoduché profily. Pro jednotlivé jednoduché profily s využitím rovnic (6.8), (6.15) vypočteme dílčí průtoky

Část I – berma

$$S_I = b_{BI} \cdot y_2 + \frac{m_I \cdot y_2^2}{2} = 6,00 \cdot 1,00 + \frac{1,5 \cdot 1,00^2}{2} = 6,75 \text{ m}^2$$

$$O_I = b_{BI} + y_2 \sqrt{1 + m_I^2} = 6,00 + 1,00 \sqrt{1 + 1,5^2} = 7,80 \text{ m}$$

$$R_I = \frac{S_I}{O_I} = \frac{6,75}{7,80} = 0,865 \text{ m}$$

$$C_I = \frac{1}{n_{BI}} R_I^{1/6} = \frac{1}{0,025} \cdot 0,865^{1/6} = 39,05 \text{ m}^{0,5} \text{ s}^{-1}$$

$$Q_I = C_I \cdot S_I \sqrt{R_I \cdot i_0} = 39,05 \cdot 6,75 \sqrt{0,865 \cdot 0,0014} = 9,17 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

Část II – kyneta

$$S_{II} = (b_K + m_{II} y_1) y_1 + (b_K + 2m_{II} y_1) y_2 = (4,00 + 1,7 \cdot 1,2) \cdot 1,2 + (4,00 + 2 \cdot 1,7) \cdot 1,00 = 15,33 \text{ m}^2$$

$$O_{II} = 2y_2 + 2b_K \sqrt{1 + m_{II}^2} = 2 \cdot 1,00 + 2 \cdot 4,00 \sqrt{1 + 1,7^2} = 17,78 \text{ m}$$

$$R_{II} = \frac{S_{II}}{O_{II}} = \frac{15,33}{17,78} = 0,862 \text{ m}$$

$$C_{II} = \frac{1}{n_K} R_{II}^{1/6} = \frac{1}{0,02} \cdot 0,862^{1/6} = 48,78 \text{ m}^{0,5} \text{ s}^{-1}$$

$$Q_{II} = C_{II} \cdot S_{II} \sqrt{R_{II} \cdot i_0} = 48,78 \cdot 15,33 \sqrt{0,862 \cdot 0,0014} = 25,98 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$S_{III} = b_{BIII} \cdot y_2 + \frac{m_{III} \cdot y_2^2}{2} = 8,00 \cdot 1,00 + \frac{1,5 \cdot 1,00^2}{2} = 8,75 \text{ m}^2$$

Část III – berma

$$O_{III} = b_{III} + y_2 \sqrt{1 + m_{III}^2} = 8,00 + 1,00 \sqrt{1 + 1,5^2} = 9,80 \text{ m}$$

$$R_{III} = \frac{S_{III}}{O_{III}} = \frac{8,75}{9,80} = 0,893 \text{ m}$$

$$C_{III} = \frac{1}{n_{B2}} R_{III}^{1/6} = \frac{1}{0,03} \cdot 0,893^{1/6} = 32,71 \text{ m}^{0,5} \text{ s}^{-1}$$

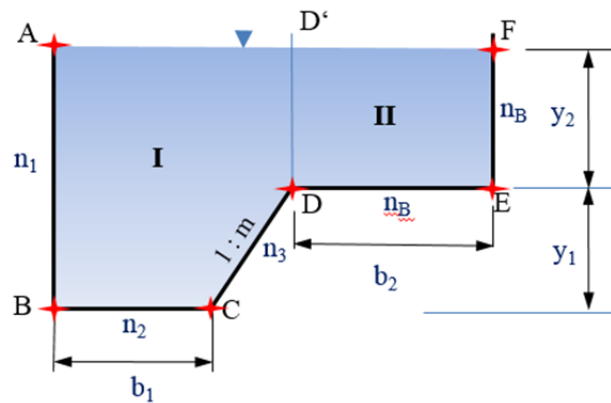
$$Q_{III} = C_{III} \cdot S_{III} \sqrt{R_{III} \cdot i_0} = 32,71 \cdot 8,75 \sqrt{0,893 \cdot 0,0014} = 10,12 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

Celkový průtok je

$$Q = Q_I + Q_{II} + Q_{III} = 9,17 + 25,98 + 10,12 = 45,27 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

Příklad 6.12

Určete průtok příčným profilem (viz obr. 6.26). Dáno: podélný sklon koryta $i_0 = 0,0012$; hloubky $y_1 = 1,20$ m, $y_2 = 0,80$ m; stupně drsnosti: $n_1 = 0,027$, $n_2 = 0,025$, $n_3 = 0,02$, $n_B = 0,03$; šířky ve dně vodorovných částí $b_1 = 4,00$ m, $b_2 = 6,00$ m; sklon svahu kynety $1 : m = 1 : 2$.



Obr. 6.26

Řešení

Svislicí DD' rozdělíme složený profil na dva jednoduché – hlubší kynetu I a méně hlubší – bermu II, které řešíme samostatně

Část I – kyneta

$$S_I = \frac{b_1 + (b_1 + m \cdot y_1)}{2} y_1 + (b_1 + m y_1) y_2 = \frac{4,00 + (4,00 + 2 \cdot 1,20)}{2} \cdot 1,20 + (4,00 + 2 \cdot 1,20) \cdot 0,80$$

$$S_I = 11,36 \text{ m}^2$$

$$O_I = (y_1 + y_2) + b_1 + y_1 \sqrt{1 + m^2} + y_2 = (1,20 + 0,80) + 4,00 + 1,20 \sqrt{1 + 2^2} + 0,80 = 9,48 \text{ m}$$

$$R_I = \frac{S_I}{O_I} = \frac{11,36}{9,48} = 1,20 \text{ m}$$

Protože na omočeném obvodu kynety je různý stupeň drsnosti, musíme určit průměrnou hodnotu ze vztahu (6.24)

$$n^* = \frac{\sum_{i=1}^n n_i \cdot O_i}{\sum_{i=1}^n O_i} = \frac{n_1 \cdot AB + n_2 \cdot BC + n_3 \cdot CD}{AB + BC + CD} = \frac{0,027 \cdot 2,00 + 0,025 \cdot 4,00 + 0,02 \cdot 2,68}{2,00 + 4,00 + 2,68} = 0,0222$$

Určený průměrný stupeň drsnosti uvažujeme stejnou velikostí u kynety i na svislici DD'.

Chézyho rychlostní součinitel určíme z Manningova vztahu

$$C_I = \frac{1}{n^*} R_I^{1/6} = \frac{1}{0,0222} \cdot 1,20^{1/6} = 46,42 \text{ m}^{0,5} \text{ s}^{-1}$$

$$Q_I = C_I \cdot S_I \sqrt{R_I \cdot i_0} = 46,42 \cdot 11,36 \sqrt{1,20 \cdot 0,0012} = 19,99 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

Část II – berma

$$S_{II} = b_2 \cdot y_2 = 6,00 \cdot 0,80 = 4,80 \text{ m}^2$$

$$O_{II} = b_2 + y_2 = 6,00 + 0,80 = 6,80 \text{ m}$$

$$R_{II} = \frac{S_{II}}{O_{II}} = \frac{4,80}{6,80} = 0,71 \text{ m}$$

$$C_{II} = \frac{1}{n_B} R_{II}^{1/6} = \frac{1}{0,03} \cdot 0,71^{1/6} = 37,74 \text{ m}^{0,5} \text{ s}^{-1}$$

$$Q_{II} = C_{II} \cdot S_{II} \sqrt{R_{II} \cdot i_0} = 37,74 \cdot 4,80 \sqrt{0,71 \cdot 0,0012} = 25,27 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

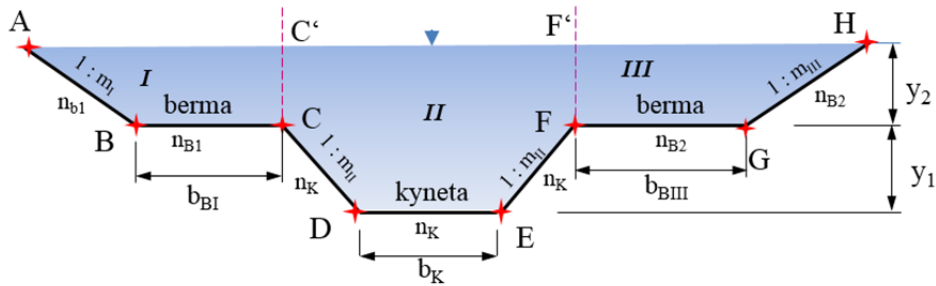
Celkový průtok složeným profilem je

$$Q = Q_I + Q_{II} = 19,99 + 25,98 + 5,27 = 25,27 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

Příklad 6.13

Na obr. 6.27 je nesymetrický lichoběžníkový profil. Určete průtok průtočným profilem Q .

Dáno: podélný sklon koryta $i_0 = 0,0014$; sklony svahů bermy a kynety $1 : m_I = 1 : 1$, $1 : m_{II} = 1 : 1,5$ a $1 : m_{III} = 1 : 1,75$; šířky vodorovných částí $b_{BI} = 5,0 \text{ m}$, $b_K = 4,0 \text{ m}$, $b_{BIII} = 6,0 \text{ m}$; stupně drsnosti $n_{BI} = 0,028$, $n_K = 0,025$; $n_{B2} = 0,03$; hloubky vody $y_I = 1,42 \text{ m}$, $y_2 = 1,2 \text{ m}$;

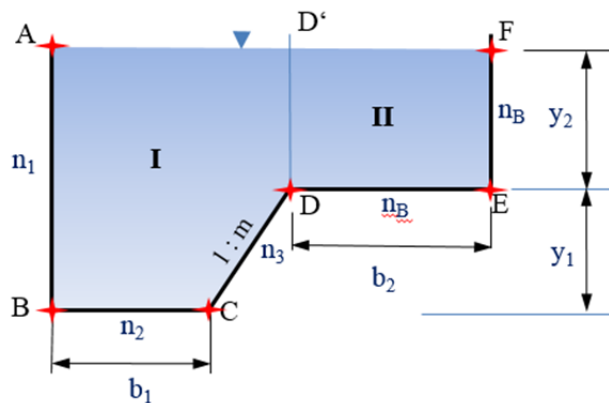


Obr. 6.27

(výsledek: $Q = 47,87 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$)

Příklad 6.14

Určete průtok příčným profilem (viz obr. 6.28). Dáno: podélný sklon koryta $i_0 = 0,0012$; hloubky $y_1 = 1,00 \text{ m}$, $y_2 = 1,20 \text{ m}$; stupně drsnosti: $n_1 = 0,027$, $n_2 = 0,025$, $n_3 = 0,02$, $n_B = 0,03$; šířky ve dně vodorovných částí $b_1 = 8,00 \text{ m}$, $b_2 = 6,00 \text{ m}$; sklon svahu kynety $1 : m = 1 : 1$; (Chézyho rychlostní součinitel počítejte podle Manninga).

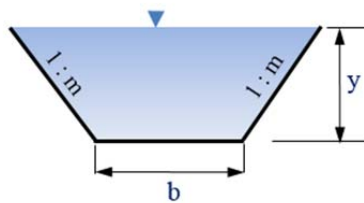


Obr. 6.28

(výsledek: $Q = 48,8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$)

Příklad 6.15

Určete graficky kritickou hloubku v příčném profilu, kterým protéká průtok $Q = 6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ z podmínky minima měrné energie průřezu. Dáno: šířka ve dně $b = 4 \text{ m}$; sklon svahů $1 : m = 1 : 1,6$; Coriolisovo číslo $\alpha = 1,1$; Zjistěte hloubky říčního a bystrinného pohybu pro hodnotu měrné energie $E_D = 2,8 \text{ m}$.



Obr. 6.29

Řešení

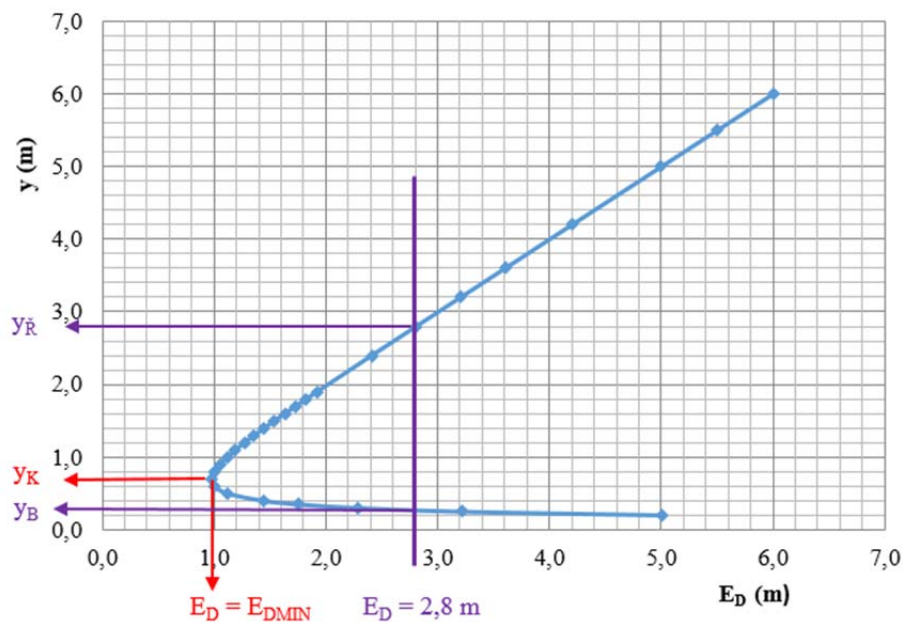
Závislost měrné energie průřezu na hloubce určuje vztah

$$E_D = y + \frac{\alpha v^2}{2g} = y + \frac{\alpha Q^2}{2g S^2}$$

kterou pro řešený příklad upravíme

$$E_D = y + \frac{\alpha Q^2}{2g(b + m y)y} = y + \frac{1,1 Q^2}{19,62(4,00 + 1,6 \cdot y) \cdot y}$$

V tab. 6.3 jsou uvedeny hodnoty měrné energie průřezu E_D pro rozsah hodnot hloubek $0,2 \text{ m} < y < 6,0 \text{ m}$. Grafické vyjádření je v obr. 6.30



Obr. 6.30

Tab.6.3

y(m)	S (m²)	Ed (m)
0,20	0,86	5,01
0,25	1,10	3,22
0,30	1,34	2,29
0,35	1,60	1,76
0,40	1,86	1,44
0,50	2,40	1,12
0,60	2,98	1,01
0,70	3,58	0,98
0,80	4,22	1,00
0,90	4,90	1,05
1,00	5,60	1,11
1,10	6,34	1,19
1,20	7,10	1,27
1,30	7,90	1,36
1,40	8,74	1,45
1,50	9,60	1,54
1,60	10,50	1,63
1,70	11,42	1,73
1,80	12,38	1,82
1,90	13,38	1,92
2,40	18,82	2,41
2,80	23,74	2,81
3,20	29,18	3,20
3,60	35,14	3,60
4,20	45,02	4,20
5,00	60,00	5,00
5,50	70,40	5,50
6,00	81,60	6,00

Minimální hodnotě měrné energie E_{DMIN} odpovídá v grafu kritická hloubka $y_K = 0,68$ m.

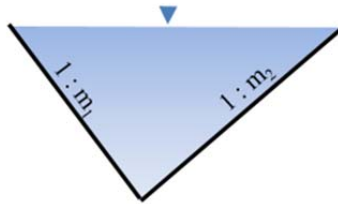
Pro měrnou energii průřezu $E_D = 2,8$ m odečteme na svislici sestrojené v této hodnotě v grafu (místa průsečíku svislice s průběhem $E_D(y)$) dvě hloubky. První $y_B = 0,3$ m odpovídá bystřinnému režimu a druhá $y_R = 2,8$ m odpovídá říčnímu režimu.

Příklad 6.16

Pro nesymetrický trojúhelníkový profil (obr. 6.16) určete kritickou hloubku y_K . Dáno: Coriolisovo číslo $\alpha = 1,05$; $Q = 5,3$ m³ s⁻¹; sklony svahů $1 : m_1 = 1 : 1,5$ a $1 : m_2 = 1 : 2$;

Při řešení užitě metodu vycházející z matematického odvození minima měrné energie průřezu ($dE_D/dy = 0$), která vede ke grafické závislosti y vs. S^3/B , kdy pro kritický režim proudění musí být splněna rovnost

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{S_K^3}{B_K}$$



Obr. 6.31

Řešení

Ploch průtočného průřezu pro zvolené y

$$S = \left(\frac{m_1 + m_2}{2} \right) \cdot y^2 = \left(\frac{1,5 + 2}{2} \right) \cdot y^2 = 1,75 \cdot y^2$$

Šířka v hladině pro libovolnou hloubku je

$$B = m_1 \cdot y + m_2 \cdot y = 3,5 \cdot y$$

Pro $0,05 \text{ m} < y < 1,2 \text{ m}$ byly v Excelu vypočteny vztahy S a B a S^3/B viz tab. 6.4

V obr. 6.32 je vynesena závislost y s S^3/B .

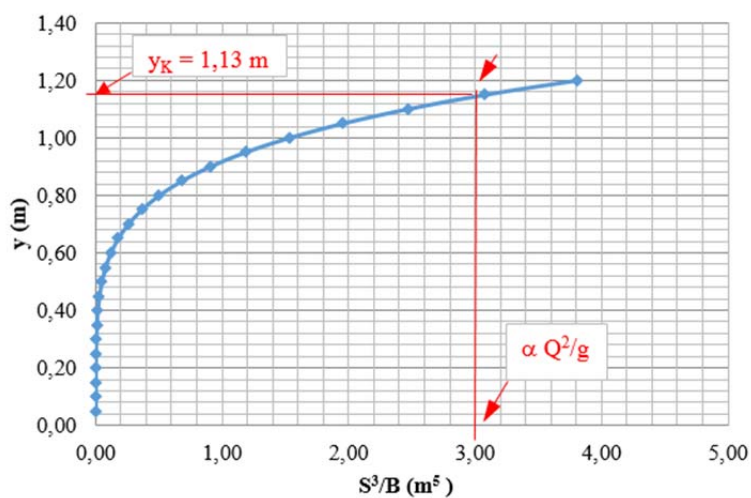
Z grafu pro

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{1,05 \cdot 5,3^2}{9,81} = 3,006 \text{ m}^4 \text{ s}^{-1}$$

odečteme velikost kritické hloubky $y_K = 1,13 \text{ m}$

Tab. 6.4

y (m)	S (m²)	S³(m⁶)	B (m)	S³/B (m⁵)
0,05	0,00	0,00	0,18	0,00
0,10	0,02	0,00	0,35	0,00
0,15	0,04	0,00	0,53	0,00
0,20	0,07	0,00	0,70	0,00
0,25	0,11	0,00	0,88	0,00
0,30	0,16	0,00	1,05	0,00
0,35	0,21	0,01	1,23	0,01
0,40	0,28	0,02	1,40	0,02
0,45	0,35	0,04	1,58	0,03
0,50	0,44	0,08	1,75	0,05
0,55	0,53	0,15	1,93	0,08
0,60	0,63	0,25	2,10	0,12
0,65	0,74	0,40	2,28	0,18
0,70	0,86	0,63	2,45	0,26
0,75	0,98	0,95	2,63	0,36
0,80	1,12	1,40	2,80	0,50
0,85	1,26	2,02	2,98	0,68
0,90	1,42	2,85	3,15	0,90
0,95	1,58	3,94	3,33	1,18
1,00	1,75	5,36	3,50	1,53
1,05	1,93	7,18	3,68	1,95
1,10	2,12	9,49	3,85	2,47
1,15	2,31	12,40	4,03	3,08
1,20	2,52	16,00	4,20	3,81



Obr. 6. 32

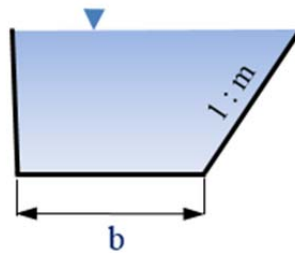
Příklad 6.17

Kanál má příčný profil podle obr. 6.23 Určete:

a) kritickou hloubku, kterou protéká voda příčným průřezem, je-li měrná energie průřezu $E_D = 2,1$ m;

b) při jakých hloubkách y může příčným profilem protékat průtok $Q = 15 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ za předpokladu nezměněné hodnoty měrné energie E_D .

Coriolisovo číslo $\alpha = 1,00$; sklon svahu $1 : m = 1 : 1,75$; šířka ve dně $b = 4,00$ m;



Obr. 6.33

Řešení

Oba případy vyřešíme graficko-početním postupem. Využijeme rovnici (6.17), do které dosadíme zadané hodnoty

$$S = \frac{(2b + m \cdot y)}{2} \cdot y = \frac{(2 \cdot 4,00 + 1,75 \cdot y)}{2} \cdot y = \frac{(8,00 + 1,75 \cdot y)}{2} \cdot y$$

průtok pro zvolenou hloubku určíme ze vztahu

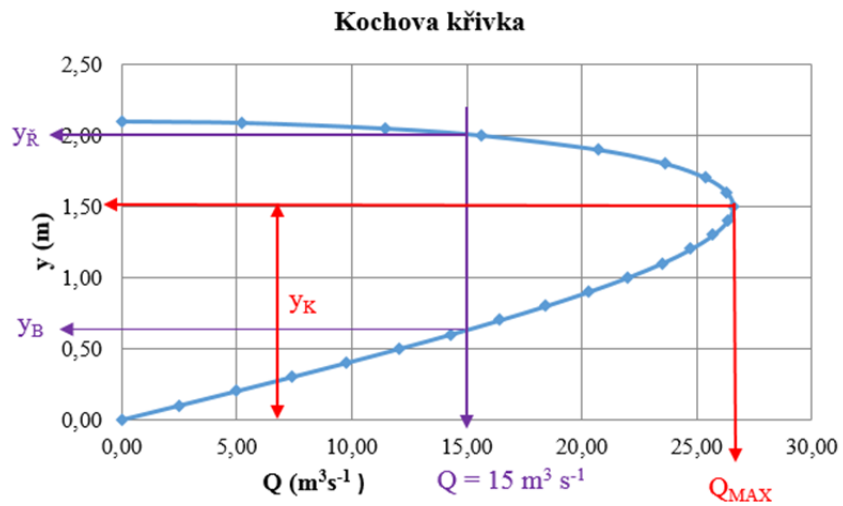
$$Q = S \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} \cdot 2g \cdot (E_D - y) = \frac{(8,00 + 1,75 \cdot y) \cdot y}{2} \cdot \sqrt{19,62 \cdot (2,1 - y)}$$

Pro hloubky $0,00 \text{ m} < y < 2,1 \text{ m}$ jsou vypočtené hodnoty průtoků uvedeny v tab. 6.5 a grafické vyjádření závislosti y a Q (Kochova křivka – parabola průtoku) je v obr. 6.34. Pro zadanou hodnotu měrné energie průřezu v grafu (obr. 6.34) odečteme maximální průtok $Q_{MAX} = 26,5 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ kritickou hloubku $y_K = 1,5 \text{ m}$

Průtok $Q = 15,00 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ může daným průřezem s měrnou energií průřezu $E_D = 2,10 \text{ m}$ protékat při dvou hloubkách. První $y_B = 0,6 \text{ m}$ odpovídá bystrinnému režimu proudění a druhá $y_R = 2,0 \text{ m}$ odpovídá říčnímu proudění.

Tab. 6.5

y (m)	S (m ²)	Q (m ³ s ⁻¹)
0,00	0,00	0,00
0,10	0,41	2,49
0,20	0,84	4,95
0,30	1,28	7,38
0,40	1,74	9,76
0,50	2,22	12,07
0,60	2,72	14,31
0,70	3,23	16,44
0,80	3,76	18,44
0,90	4,31	20,31
1,00	4,88	22,00
1,10	5,46	23,48
1,20	6,06	24,73
1,30	6,68	25,70
1,40	7,32	26,33
1,50	7,97	26,56
1,60	8,64	26,28
1,70	9,33	25,38
1,80	10,04	23,65
1,90	10,76	20,70
2,00	11,50	15,65
2,05	11,88	11,43
2,09	12,18	5,24
2,10	12,26	0,00



Obr. 6.34

Příklad 6.18

Určete charakter proudění (bystřinný, říční) pro lichoběžníkové koryto s šířkou ve dně $b = 5,0$ m, se sklonem svahů $1 : m = 1 : 2$, protéká-li korytem průtok $Q = 10 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ hloubkou $y = 1,0$ m.

(výsledek: $y = 1 \text{ m} > y_K = 0,675 \text{ m} \rightarrow$ proudění je říční)

Příklad 6.19

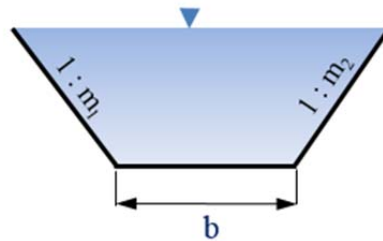
Určete graficky kritickou hloubku lichoběžníkového profilu, kterým protéká průtok $Q = 180 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$, z podmínky minima měrné energie průřezu. Dáno: sklon svahů $1 : m = 1 : 2$; šířka ve dně $b = 10,0$ m.

(výsledek: $y_K = 2,74 \text{ m}$)

Příklad 6.20

Koryto má příčný profil viz obr. 6.35. Určete:

- Při jakých hloubkách může protékat $Q = 90 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$.
Měrná energie průřezu $E_D = 4,3$ m
- Jaký maximální průtok proteče tímto korytem a při jaké hloubce, uvažujeme-li stejnou hodnotu měrné energie průřezu $E_D = 4,3$ m.



Obr. 6.35

(výsledek: a) průtok $Q = 90 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ může protékat korytem s hloubkami $y_1 = 1,53$ (bystřinné proudění)

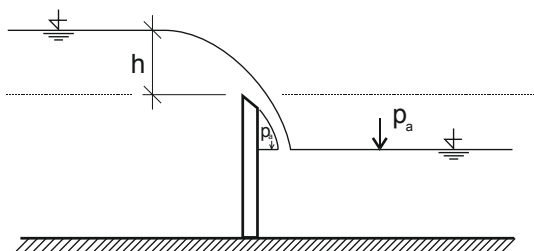
a $y_2 = 4,06$ m (říční režim proudění),

b) $Q_{MAX} = 140,4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ a kritická hloubka $y_K = 3,10$ m)

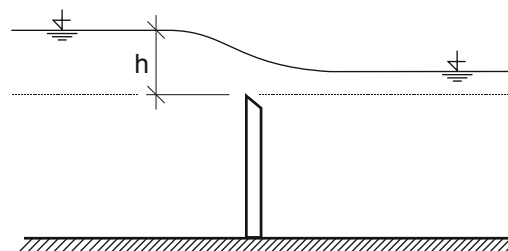
7. Přepady

Přepadem nazýváme výtok kapaliny otvorem z horní strany otevřeným nebo otvorem, u kterého hladina vody nedosahuje jeho horního okraje. Konstrukce, přes kterou přepadá voda je přeliv. Nejvyšší částí přelivu označujeme jako přelivnou hranu nebo u větších objektů jako korunu přelivu. Proud vody, který přepadá přes přeliv, nazýváme přepadovým paprskem.

Přepad vody přes jednotlivé konstrukce může být dokonalý (nezatopený) v případě, že nedochází k ovlivnění průtočnosti hladinou vody za objektem. To znamená, že hladina vody za přelivem je pod úrovní přelivné hrany nebo koruny přelivu (obr. 7.1). V případě, že hladina vody za přelivem je nad úrovní přelivné hrany nebo koruny přelivu, jedná se o přepad nedokonalý (zatopený) a dochází tedy k ovlivnění průtočnosti (obr. 7.2). Tuto skutečnost musíme pak ve výpočtech zohlednit.



Obr. 7.1



Obr. 7.2

Tloušťka přelivné stěny t značně ovlivňuje proudění na objektu. Podle této tloušťky rozeznáváme ostrohranné (měrné) přelivy, jezové přelivy (jezy) a přelivy se širokou korunou. Dále pak můžeme uvést ještě skupinu zvláštních typů přelivů, jako jsou např. boční nebo šachtové přelivy.

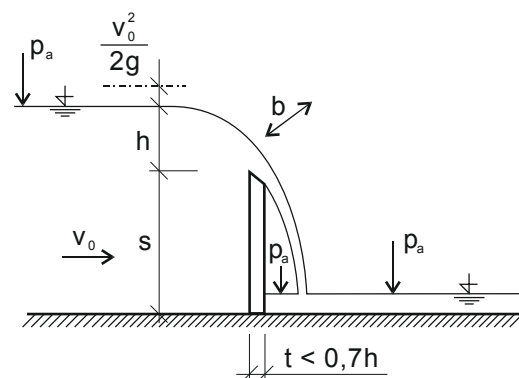
7.1. Ostrohranné (měrné) přelivy

Ostrohranné přelivy mají tloušťku přelivné stěny $t < 0,7h$, kde h je výška hladiny nad úrovní přelivné hrany (obr. 7.3).

Bazinův přeliv

Bazinův přeliv je ostrohranný měrný přeliv bez bočního zúžení. Pro dokonalý (nezatopený) přepad platí rovnice:

$$Q = mb\sqrt{2g} h^{\frac{3}{2}} \quad (7.1)$$



Obr. 7.3

kde

m ... součinitel přepadu včetně vlivu přítokové rychlosti a můžeme ho spočítat dle vztahu:

$$m = \left(0,405 + \frac{0,003}{h} \right) \left[1 + 0,55 \left(\frac{h}{h+s} \right)^2 \right] \quad (7.2)$$

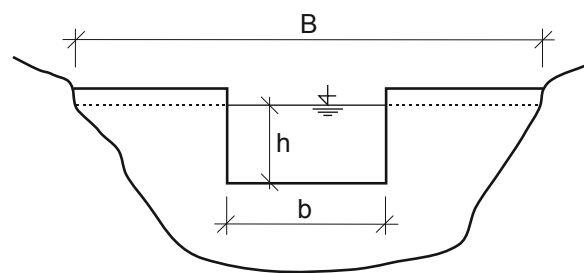
b ... šířka přelivné hrany

h ... přepadová výška

s ... výška přelivné stěny

Ponceletův přeliv

Ponceletův obdélníkový přeliv s bočním zúžením je přeliv, u kterého je šířka přelivu b přibližně $1/3$ šířky B v hladině koryta před přelivem (obr. 7.4). Hodnotu průtoku u dokonalého přepadu počítáme opět dle Bazinova vztahu 7.1, v kterém je odlišný součinitel přepadu m :



Obr. 7.4

$$m = \left[0,405 + \frac{0,003}{h} - 0,03 \left(1 - \frac{b}{B} \right) \right] \left[1 + 0,55 \left(\frac{b}{B} \right)^2 \left(\frac{S_0}{S} \right)^2 \right] \quad (7.3)$$

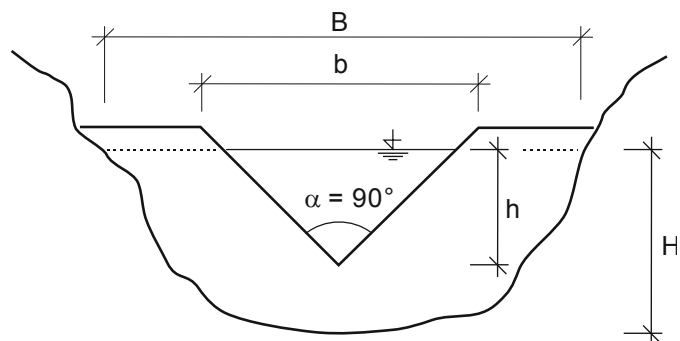
kde

S ... průtočná plocha obdélníkového výřezu

S_0 ... průtočná plocha přiváděcího koryta

Thomsonův přeliv

Výřez v přelivné stěně Thomsonova přelivu je rovnoramenný pravoúhlý trojúhelník. Pro výpočet průtoku platí vztah:



Obr. 7.5

$$Q = 1,4h^{\frac{5}{2}} \quad (7.4)$$

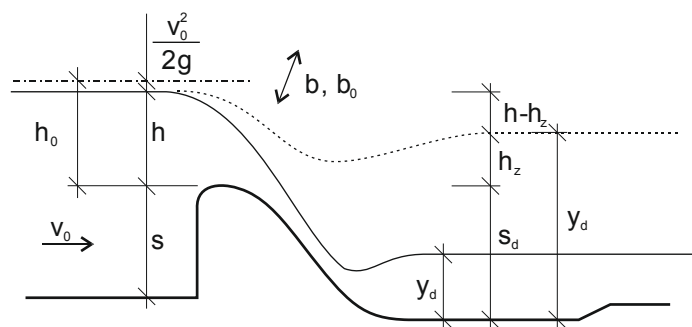
Součinitel přepadu je již v tomto vztahu započítán a má hodnotu $m = 0,316$. U Thomsonova přelivu je konstantní pro jakoukoliv přepadovou výšku h .

Pro přesnější měření malých průtoků se používají další typy trojúhelníkových přelivů, které mají ostřejší úhel výřezu. Pro tyto přelivy platí pro výpočet průtoku vztah:

$$Q = m\sqrt{2g} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} h^{\frac{5}{2}} \quad (7.5)$$

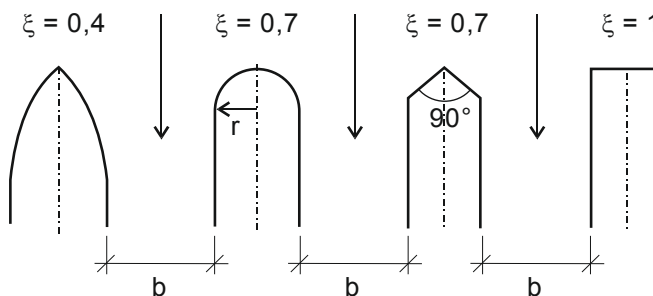
7.2. Jezové přelivy (jezy)

Jezová tělesa jsou masívní hradící konstrukce, pomocí kterých se vzdouvá voda k různým vodohospodářským účelům (obr. 7.6).



Obr. 7.6

Tato konstrukce může být u menších vodních toků složená z jednoho bloku. U větších vodních toků je tato konstrukce rozdělena do více částí pomocí pilířů, o které se opírá. Pilíře rozdělují přelivnou hranu na více částí a jejich tvar ovlivňuje samotný přepad vody svým tvarem.



Obr. 7.7

Při užití nevhodných tvarů dochází k odtržení proudu vody a tím vlastně i ke zúžení přelivné šířky jezu a ve výpočtech pak musíme počítat pouze s účinnou šířkou přelivu:

$$b_0 = b - 0,1\xi nh_0 \quad (7.6)$$

b ... skutečná světlost jezového pole, pro více polí se počítá se součtem světlostí jednotlivých jezových polí

ξ ... součinitel tvaru pilířů (obr. 7.6)

n ... počet míst, kde dochází ke zúžení (2 u každého jezového pole)

h_0 ... přepadová energetická výška, která je dána součtem přepadové a rychlostní výšky:

$$h_0 = h + \frac{v_0^2}{2g} \quad (7.7)$$

Pro výpočet dokonalého přepadu přes jezové přelivy vycházíme z Bazinovy rovnice (7.1):

$$Q = mb_0 \sqrt{2g} h_0^{\frac{3}{2}} \quad (7.8)$$

nebo dle vztahu, v kterém počítám již se skutečnou světlostí jezových polí:

$$Q = \frac{2}{3} \mu_p b \sqrt{2g} h_0^{\frac{3}{2}} \quad (7.9)$$

kde μ_p je také součinitel přepadu, v kterém je zahrnut již vliv tvaru pilířů.

Při nedokonalém přepadu je úroveň hladiny y_d za jezem nad úrovní koruny jezu. Pro nedokonalý přepad pro zmenšení průtočnosti pak zavádíme součinitel zatopení σ_z :

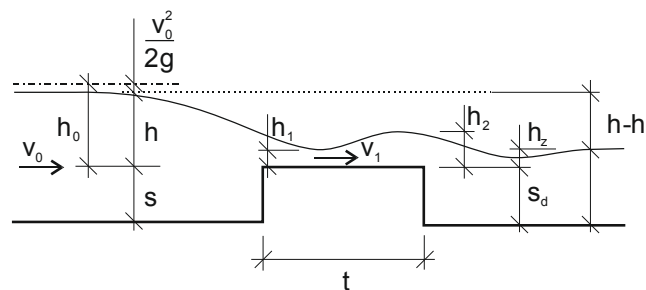
$$Q = \sigma_z m b_0 \sqrt{2g} h_0^{\frac{3}{2}} \quad (7.10)$$

nebo z upravené rovnice 7.9:

$$Q = \sigma_z \frac{2}{3} \mu_p b \sqrt{2g} h_0^{\frac{3}{2}} \quad (7.11)$$

7.3. Přelivy se širokou korunou

Přelivy se širokou korunou jsou stavby, kde voda přepadá přes široký práh s vodorovnou korunou. Tento práh vystupuje nad dno vodního toku. Proud vody na takovéto stavbě přilne ke koruně a probíhá s ní přibližně rovnoběžně. Šířka koruny $t \geq 2-3h$ (obr. 7.8).



Obr. 7.8

Pro dokonalý přepad přes širokou korunu platí vztah:

$$Q = v_1 S_1 = \varphi b h_1 \sqrt{2g(h_0 - h_1)} \quad (7.12)$$

kde φ je ztrátový rychlostní součinitel přepadu, pro který platí:

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \xi}} \quad (7.13)$$

Hodnota součinitele φ je pro přepad beze ztrát $\varphi = 1$ a pro plynulou až pravoúhlou úpravu čela prahu $\varphi = 0,95 - 0,90$.

Při přepadu přes korunu přelivu se vytvoří průběh hladiny charakterizovaný dvěma vzájemnými hloubkami h_1 , h_2 , které mají vazbu na přepadovou výšku h_0 (výška včetně rychlostní výšky) pře tzv. součinitele výškové kontrakce ε_1 , ε_2 :

$$\varepsilon_1 = \frac{h_1}{h_0} \quad (7.14)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{h_2}{h_0} \quad (7.15)$$

V případě, že $h_z > h_2$, jedná se o nedokonalý přepad přes širokou korunu, pro který platí vztah:

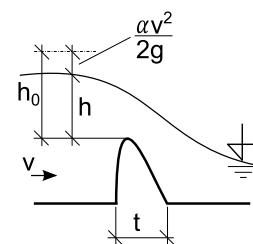
$$Q = \varphi b h_z \sqrt{2g(h_0 - h_z)}$$

kde h_z je výška dolní hladiny nad korunou přelivu

U přelivů s bočním zúžením zavádíme do vzorců místo šířky přepadového otvoru b účinnou šířku přelivu b_0 .

Příklad 7.1

Určete průtok Q přepadávající přes jezový přeliv. Před přelivem voda proudí rychlostí $v = 1,8 \text{ m.s}^{-1}$. Výška proudy přepadávající vody je $h = 0,3 \text{ m}$. Šířka jezového přelivu je $b = 4 \text{ m}$. Hodnota součinitele přepadu pro jez $\mu = 0,73$.



Řešení:

$$h_0 = h + \frac{v^2}{2g} = 0,3 + \frac{(1,8)^2}{2 \cdot 9,81} = 0,4652 \text{ m}$$

Dále dle rovnice 7.9

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} h_0^{3/2} = \frac{2}{3} \cdot 0,66 \cdot 4 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81} \cdot [0,4652]^{3/2}$$

$$Q = 2,7359 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

Pozn.: hodnota μ vypočtena pro přeliv se zaoblenou korunou, poloměr koruny $r=0,25\text{m}$, výška jezu $s = 1,2 \text{ m}$, sklon skluzové strany jezu v poměru 3:2 (výpočet dle Rehbocka)

Příklad 7.2

Určete průtok Q přepadávající přes jezový přeliv obdélníkového průřezu. Před přelivem voda proudí rychlostí $v = 0,78 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Výška proudu přepadávající vody nad korunou jezu $h = 0,5 \text{ m}$. Šířka jezového přelivu $b = 1,95 \text{ m}$. Hodnota součinitele přepadu pro jez s obdélníkovým průřezem koruny $\mu = 0,56$. Tloušťka jezu $t = 3 \text{ m}$

$$(v\acute{y}sledek: h_0 = 0,5311 \text{ m}; Q = 1,2481 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$$

Pozn.: hodnota μ odečtena z tabulky, tloušťka jezu $t = 0,5 \text{ m}$, $h/t = 1 \Rightarrow \mu = 0,555$

Příklad 7.3

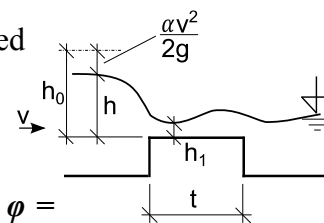
Určete přelivnou hloubku h nad korunou jezu obdélníkového průřezu. Protékající průtok přes jez $Q = 1,4 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Před přelivem voda proudí rychlostí $v = 1,62 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Šířka jezového přelivu je $b = 4,3 \text{ m}$. Hodnota součinitele přepadu pro jez obdélníkového průřezu $\mu = 0,48$.

$$(v\acute{y}sledek: h_0 = 0,3751 \text{ m}; h = 0,2413 \text{ m})$$

Pozn.: hodnota μ odečtena z tabulky, tloušťka jezu $t = 0,75 \text{ m}$, $h/t = 0,333 \Rightarrow \mu = 0,48$

Příklad 7.4

Určete průtok Q přepadávající přes přeliv se širokou korunou. Před přelivem voda proudí rychlostí $v = 1,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Výška proudu přepadávající vody je $h = 0,41 \text{ m}$. Šířka jezového přelivu je $b = 2 \text{ m}$. Hodnota součinitele přepadu pro jez s ostrou vstupní hranou je $\varphi = 0,900$. Součinitel výškové kontrakce $\epsilon_1 = 0,51$.



Řešení:

$$h_0 = h + (\alpha v^2)/2g = 0,41 + (1 * [(1,2)]^2)/(2 * 9,81) = 0,4834 \text{ m}$$

$$h_1 = h_0 \cdot \epsilon_1 = 0,4834 \cdot 0,51 = 0,2465 \text{ m}$$

Dále dle rovnice XY

$$Q = \varphi b h_1 \sqrt{2g(h_0 - h_1)} = 0,9 \cdot 2 \cdot 0,2465 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot (0,4834 - 0,2465)}$$

$$Q = 0,9566 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

Pozn.: hodnoty $\varphi = 0,900$ a $\varepsilon_I = 0,51$ odečteny z tabulky pro jez s ostrou vstupní hranou, tloušťka jezu uvažována $t = 3$ m.

Příklad 7.5

Určete průtok Q přepadávající přes přeliv se širokou korunou. Před přelivem voda proudí rychlostí $v = 0,9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Výška proudu přepadávající vody je $h = 0,57$ m. Šířka jezového přelivu je $b = 3,65$ m. Hodnota součinitele přepadu pro jez je $\varphi = 0,95$. Součinitel výškové kontrakce $\varepsilon_I = 0,6$.

$$(v\u00fdsledek: h_0 = 0,6113 \text{ m}; h_1 = 0,3668 \text{ m}; Q = 2,7857 \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1})$$

Pozn.: hodnoty $\varphi = 0,951$ a $\varepsilon_I = 0,6$ odečteny z tabulky pro jez se vstupní částí dobře zaoblenou, tloušťka jezu $t = 3$ m.

Příklad 7.6

Určete šířku jezu b přelivu se širokou korunou. Před přelivem voda proudí rychlostí $v = 1,35 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Výška proudu přepadávající vody je $h = 0,9$ m. Průtok protékající přes přeliv $Q = 12,97 \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$. součinitele přepadu pro jez je $\varphi = 0,94$. Součinitel výškové kontrakce $\varepsilon_I = 0,53$.

$$(v\u00fdsledek: h_0 = 0,9929 \text{ m}; h_1 = 0,5262 \text{ m}; b = 8,6655 \text{ m})$$

Pozn.: hodnoty $\varphi = 0,936$ a $\varepsilon_I = 0,6$ odečteny z tabulky pro jez se vstupní částí dobře zaoblenou, tloušťka jezu $t = 5$ m.

8. Mosty a propustky

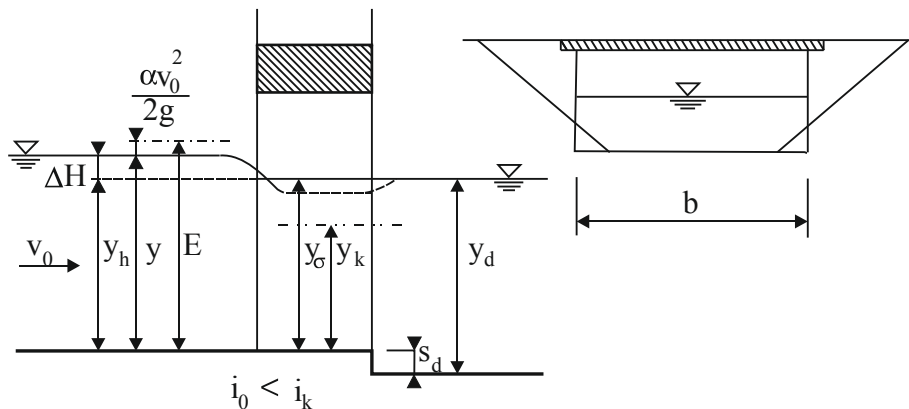
8.1. Mosty s jedním polem

Z hydraulického hlediska je proudění otvorem mostu, vyznačujícím se bočním zúžením analogické proudění na přepadu přes širokou korunu.

Vtokový průřez mostu je zatopen dolní vodou (obr. 8.1), jestliže hloubka dolní vody je

$$y_D > \kappa E \quad (8.1)$$

kde E je měrná energie průřezu v profilu před mostem a κ pak součinitel uvedený v tabulce 8.1



Obr. 8.1 Proudění mostem při vtoku zatopeném dolní vodou

K řešení se použije Bernoulliho rovnice pro průřez před mostem a za mostním otvorem

$$E = y_\sigma + \frac{\alpha v_\sigma^2}{2g} + \zeta \frac{v_\sigma^2}{2g} = y_\sigma + (\alpha + \zeta) \frac{v_\sigma^2}{2g} = y_\sigma + \frac{Q^2}{2g \varphi^2 S_\sigma^2} \quad (8.2)$$

kde φ je rychlostní součinitel (viz tab.8.1)

E – energetická výška před mostem ($E = y + \frac{\alpha v_0^2}{2g}$)

v_0 – je přítoková rychlost vody před mostním otvorem, kde je hloubka y

Pro průběžné dno ($s_d = 0$) z rovnice (8.2) dostaneme

$$Q = \varphi S_d \sqrt{2g(E - y_d)} \quad (8.3)$$

a pro dno s prahem

$$Q = \varphi S_\sigma \sqrt{2g(E - y_\sigma)} \quad (8.4)$$

kde

φ je rychlostní součinitel (tab. 8.1)

y_σ - hloubka vody nad prahem pod mostem ($y_\sigma = y_d - s_d$, kde s_d je výška koruny prahu nad dolním dnem).

Vzdutí způsobené mostem je dáno vztahem

$$\Delta H = y - y_h = E - \frac{\alpha v_0^2}{2g} - y_h \quad (8.5)$$

Kde

$$E = \frac{Q^2}{2g\varphi^2 S_d^2} + y_d$$

y_h – je původní (nevzdutá) hloubka před mostem (většinou $y_h = y_d = y_0$)

b – šířka mostního pole

v_0 – přítoková rychlost stanovená při hloubce vody y .

Tab. 8.1

Typ	Plynulé boční připojení			Boční křídla zaoblená			Boční křídla šikmá			Boční křídla pravoúhlá		
	φ	κ	m	φ	κ	m	φ	κ	m	φ	κ	m
A	0,96	0,72	0,36	0,95	0,73	0,36	0,95	0,74	0,36	0,94	0,75	0,35
B	0,94	0,75	0,35	0,93	0,76	0,35	0,92	0,78	0,34	0,91	0,79	0,33
C	0,91	0,79	0,33	0,90	0,81	0,32	0,88	0,83	0,30	0,87	0,85	0,28
D	0,90	0,81	0,32	0,88	0,83	0,30	0,87	0,85	0,29	0,86	0,87	0,27
E	0,85	0,88	0,26	0,83	0,91	0,23	0,81	0,93	0,20	0,79	0,95	0,16

TYP: A – Dno mostu je v úrovni dna přítokového koryta

B – Ve dně mostu je práh se zaoblenou vstupní hranou

C – Ve dně mostu je práh se skosenou vstupní hranou

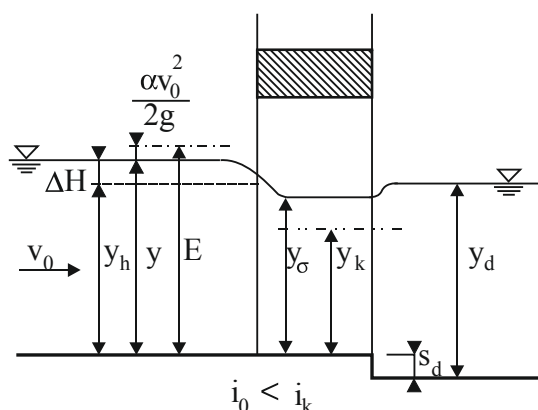
D – Ve dně mostu je práh s pravoúhlou vstupní hranou

E – Ve dně mostu je práh s pravoúhlou vstupní hranou

(nepříznivé podmínky, nerovný povrch)

Vtokový průřez mostu není ovlivněn dolní vodou, když pro hloubku dolní vody y_d resp. y_σ (most s prahem) platí

$$y_D < \kappa \cdot E \text{ resp. } y_\sigma < \kappa E$$



Obr. 8.2 Říční proudění pod mostem s nezatopeným vtokem

Postup výpočtu vzdutí je stejný jako u předchozího případu. Jestliže se má pro zadanou vzdutou hloubku vypočítat průtok mostním otvorem, platí

$$Q = \varphi \cdot S_{\sigma} \sqrt{2g(E - y_{\sigma})} \quad (8.6)$$

Velice často se používá rovnice pro dokonalý přepad přes širokou korunu

$$Q = \frac{2}{3} \mu_p \cdot b \cdot \sqrt{2g} \cdot E^{2/3} \quad (8.7)$$

Příklad 8.1

Upraveným korytem vodního toku lichoběžníkového příčného průřezu s šířkou ve dně $b_k = 5\text{ m}$, sklonem svahů 1 : 2, protéká průtok $Q = 40 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ hloubkou $y = 3\text{ m}$. Jaké vzdutí způsobí most světlosti 7 m, jestliže boční křídla jsou pravoúhlá. Předpokládáme nedokonalý přepad.

Řešení.

Podle rovnice (8.2)

$$E = \frac{Q^2}{2g\varphi^2 S_D^2} + y_D = \frac{40^2}{19,62 \cdot 0,86^2 \cdot 7^2 \cdot 3^2} = 3,25 \text{ m}$$

ověříme předpoklad zatopení mostního otvoru

$$\kappa E = 0,6 \cdot 3,25 = 1,95 < 3 \text{ m}$$

Předpoklad ovlivněného vtoku dolní vodou byl splněn.

Hloubku před mostem určíme zkusmo. Zvolíme $y = 3,19 \text{ m}$. Při této hloubce je

$$S_0 = (5 + 2 \cdot 3,19) \cdot 3,19 = 39,3 \text{ m}^2$$

$$\text{potom } v_0 = \frac{Q}{S_0} = \frac{40}{36,3} = 1,10 \text{ m s}^{-1}$$

Vzdutí mostem vypočteme z rovnice (8.5)

$$\Delta H = y - y_h = E - \frac{\alpha v_0^2}{2g} - y_h = 3,25 - \frac{1,1^2}{19,62} - 3 = 3,25 - 0,06 - 3 = 0,19 \text{ m}$$

Most vzduje vodu o 0,19 m.

Příklad 8.2

Na řece s lichoběžníkovým korytem, šířka ve dně $b = 9,0$ m a sklonem svahů 1 : 2. Navrhněte světlost mostního otvoru b tak, aby vzdutí nepřesáhlo hodnotu $H_{max} = 0,2$ m. Dno pod mostem zůstane průběžné, břehové opěry mostu jsou pravoúhlé. Návrhový průtok $Q_{100} = 40 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ protéká korytem při říčním proudění hloubkou $y_h = y_d = 2,0$ m.

(výsledek $b > 8,9$ m)

Příklad 8.3

Vypočtete vzdutí ΔH mostem při průtoku $Q = 10 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Koryto před mostem je lichoběžníkové se sklonem svahů 1 : 2 a se šířkou ve dně $b_K = 4$ m. Mostní otvor je obdélníkový o stejné šířce $b = 4$ m, ve dně mostu je nízký práh a boční křídla jsou pravoúhlá. Při hloubce rovnoměrného proudění $y_0 = 1,5$ m jde o říční proudění. Coriolisovo číslo $\alpha = 0$.

(výsledek: $\Delta H = 0,16$ m)

Příklad 8.4

Říčním korytem šířky 60 m protéká průtok $Q = 620 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ při hloubce 5 m. Mostními pilíři, které mají plynulé boční připojení se profil zúží na šířku 54 m. Vypočítejte vzdutí mostem.

(výsledek: $\Delta H = 0,08$ m, uvažujeme-li rychlostní výšku)

8.2. Propustky

Propustky jsou malé objekty do průměru cca 2 m, pomocí nichž se přemísťuje určité množství vody (potok, řeka) pod nějakou překážkou např. křížení se silničním nebo železničním tělesem. Na rozdíl od mostů nepřerušují násyp na celou výšku. Nejčastěji se používají dva typy propustků: deskové (obdélníkové a čtvercové profily) a profily kruhové. Hydraulický návrh deskových (obdélníkových) propustků se provádí podle stejných zásad jako pro mosty s jedním polem.

Proudění v propustcích je poměrně složitý jev zahrnující nerovnoměrné proudění s různými tvary hladin (může rovněž docházet ke změně režimu proudění z bystrinného do

říčního vodním skokem, kombinaci tlakového proudění a s prouděním s volnou hladinou a jiné hydraulické jevy).

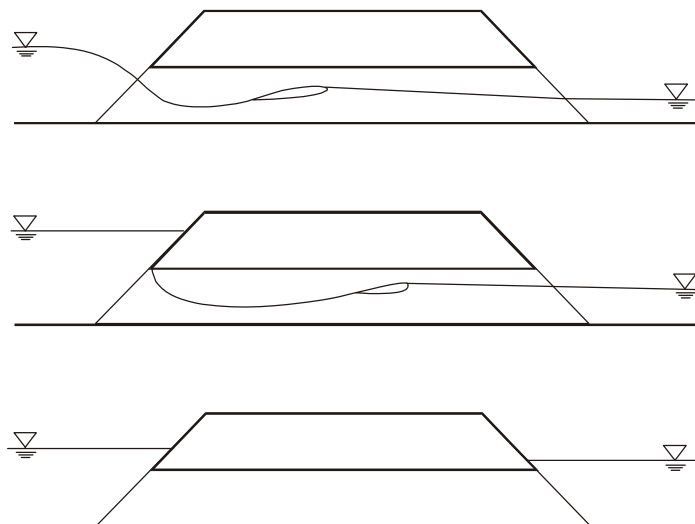
Hydraulický výpočet obsahuje:

- návrh rozměrů propustku (šířky, výšky, průměr)
- posouzení kapacity – průtočnosti
- posouzení tvaru hladiny v propustku
- výpočet hloubky y , resp. vzdutí ΔH před propustkem

Pozn. často je požadováno určení průběhu hladiny v propustku, před nebo za propustkem.

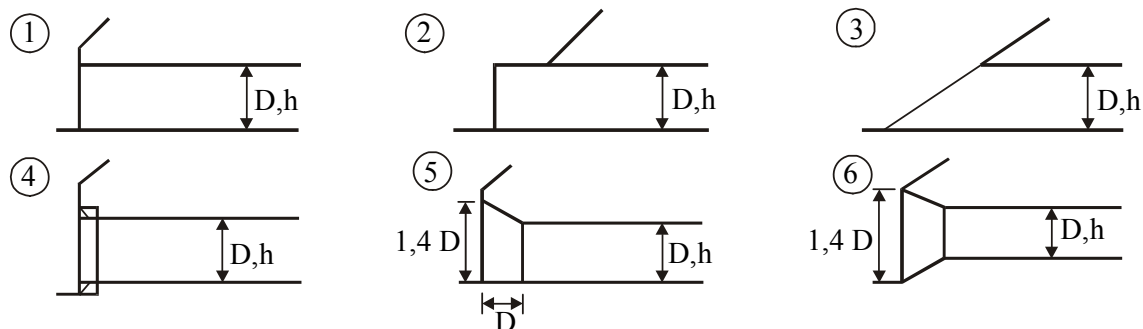
Z hydraulického hlediska dělíme propustky na:

- a) s volným vtokem. Ty jsou charakterizované volnou hladinou po celé délce propustku, včetně vtoku a výtoku
- b) se zahlceným vtokem a pokračující volnou hladinou
- c) tlakové, s takovým režimem proudění po celé délce



Obr. 8.3 Základní skupiny propustků

Proudění v propustku je závislé na tvaru vtoku. Nejčastěji se vyskytující tvary vtoku jsou uvedeny v obr. 8.4



Obr. 8.4 Základní typy vtoků

V tab.8.1 jsou uvedeny součinitele potřebné k hydraulickým výpočtům.

Tab. 8.1 Součinitele: ztráty vtokem K , rychlostní φ , svislé kontrakce κ a zatopení vtoku β pro různé tvary propustků podle Andrejeva a Neilla.

TYP VTOKU Viz obr. 8.4	Součinitele			
	Ztráty vtokem K	Rychlostní φ	Výškového zúžení κ	Zatopení vtoku β
Typ 1	0,40-0,50	0,85-0,82	0,90	1,2-1,16
Typ 2	0,80-0,90	0,75-0,73	0,86	1,09-1,08
Typ 3	0,70-0,80	0,77-0,75	0,87	1,10-1,09
Typ 4	0,05-0,10	0,98-0,95	0,97	1,45-1,40
Typ 5	0,10-0,15	0,95-0,93	0,95	1,40-1,33
Typ 6	0,30-0,40	0,88-0,85	0,94	1,40-1,36

Vtok je volný, jestliže platí

$$\beta \cdot h \geq y \text{ resp. } \beta \cdot D \geq y \quad (8.8)$$

Jinak uvažujeme vtok jako zatopený.

Zatopení výtoku dolní vodou se odvodí z Bernoulliho rovnice pro průřezy (1) a (2), zvolíme-li geodetický horizont v bodě B

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = \Delta + \frac{v_d^2}{2g} + \frac{(v - v_d)^2}{2g} \quad (8.9)$$

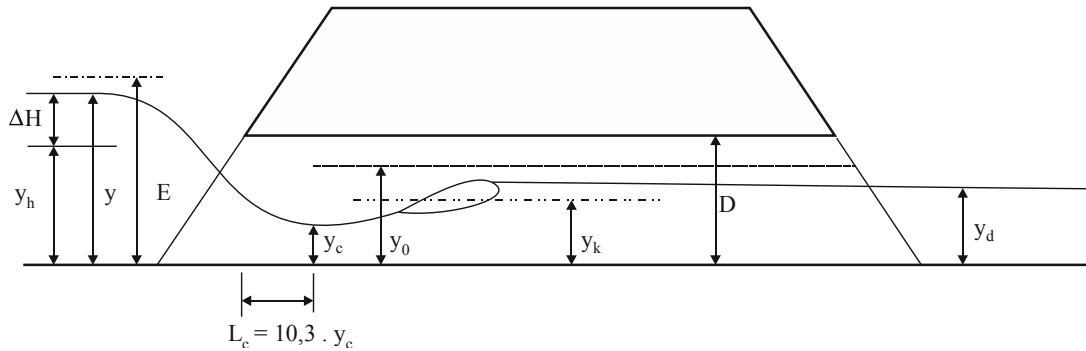
ve vrcholu musí být $\frac{p_1}{\rho g}$, neboť při tlaku menším než je tlak atmosférický by se vzduch

dostal do potrubí. Podmínka zatopeného výtoku potom z předcházející rovnice je:

$$y_D - D = \Delta \geq \frac{v_d (v - v_d)}{g} \text{ resp. } y_D - H = \Delta \geq \frac{v_d (v - v_d)}{g} \quad (8.10)$$

8.2.1. Propustky s volnou hladinou, volným vtokem i výtokem

Obečný postup při hydraulickém výpočtu propustku je založen na Bernoulliho rovnici pro vzduťou hloubku před propustkem y a pro zúženou hloubku y_c za vtokem. Zúžený průřez za vtokem není ovlivněn dolní vodou (hladinou vody v korytě za propustkem).



Obr. 8.5 Propustek s volnou hladinou, volný vtok
a bez ovlivnění hloubkou vody za propustkem

Je nutno prokázat, že zadaný průtok je menší než průtok kapacitní ($Q_Z < Q_D$). Kapacitní průtok určíme z Manningovy rovnice (Chezyho rovnice s dosazeným Chezyho rychlostním součinitelem podle Manninga $C = (1/n) \cdot R^{1/6}$

$$Q = \frac{1}{n} R^{2/3} S \sqrt{i_0} \quad (8.11)$$

Pro betonový propustek lze psát pro kapacitní průtok

$$Q_D = 24 D^{8/3} \sqrt{i_0} \quad (8.12)$$

Bernoulliho rovnice se napíše pro průřez před propustkem s hloubkou y a za vtokem v nejužším místě, kde je hloubka y_c .

$$y + \frac{v_0^2}{2g} = E = y_c + \frac{Q^2}{2g \varphi^2 S_c^2} \quad (8.13)$$

kde S_c – je plocha průtočného průřezu v nejužším místě za vtokem s hloubkou y_c .

Hloubku y_c určíme jako část kritické hloubky

$$y_c = \kappa y_k \quad (8.14)$$

κ – se určí z tabulky 8.1 (pro první přiblížení lze uvažovat hodnotu 0,9 - přesnější hodnoty jsou uvedeny v tabulce 8.1)

y_k – kritická hloubka – určí se buď ze vztahů pro kruhové průřezy propustků, nebo ze vztahů pro určení kritické hloubky pro libovolný profil (např. $S^3/B - \alpha Q/g$)

Vzdutí před propustkem určíme ze vztahu

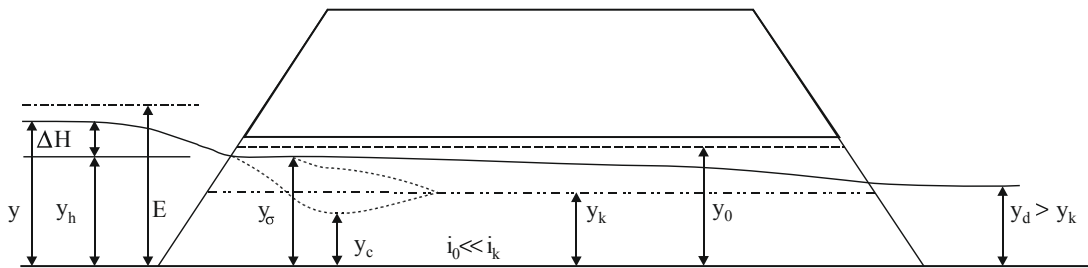
$$\Delta H = y - y_h \quad (8.15)$$

kde y_h je původní nevzdutá hloubka před propustkem.

Patočka uvádí pro průměr kruhových propustků z betonových rour pro dimenzování vztah

$$D_{MIN} = 0,846 Q^{0,4} \quad (8.16)$$

Zúžený průřez za vtokem je ovlivněn dolní vodou (hladinou vody v korytě za propustkem).



Obr. 8.6 Propustek s volnou hladinou, volným vtokem
a s vlivem dolní vody na hloubku y_c

Je-li pro kruhové propustky (podle Andrejeva) $y > 1,25 \cdot y_k$ a pro obdélníkové propustky (podle Kunštátského) $y > 1,1 \cdot y_k$, potom uvažujeme ovlivnění hloubky y_c dolní vodou a musíme v Bernoulliho rovnici brát druhý průřez s hloubkou y_σ .

$$y + \frac{v_0^2}{2g} = E = y_\sigma + \frac{Q^2}{2g \varphi^2 S_\sigma^2} \quad (8.17)$$

kde y_σ resp. S_σ jsou hloubka resp. plocha průtočného průřezu v oblasti za vtokem. Další výpočet je stejný jak bylo uvedeno výše.

Pozn. Minimální průměr kruhových propustků je možné u betonových typů určit ze vztahu

$$D_{min} = \left[\frac{Q}{24 \sqrt{i_0}} \right]^{3/8} \quad (8.18)$$

8.2.2. Propustky se zahlceným vtokem

Vtok propustku je zatopený tehdy, když nejsou splněné podmínky dané rovnicí (8.8).

Zúžený průřez za vtokem můžeme vyjádřit pro kruhový průřez rovnicemi

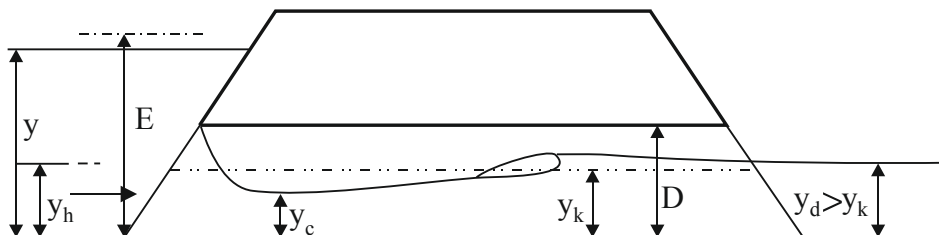
$$y_c = 0,6D; S_c = 0,62S \quad (8.19)$$

a pro obdélníkový průřez

$$y_c = 0,62H; S_c = 0,62S \quad (8.20)$$

Opět mohou nastat dva případy:

Zúžený průřez s hloubkou y_c není zatopen dolní vodou.



Obr. 8.7 Propustek s volnou hladinou, zatopeným vtokem a volným výtokem

Návrh průměru D , propustku se při zatopeném vtoku vypočítat z rovnice

$$D = 0,785 \left[\frac{Q^2}{a - 0,6} \right]^{1/5} \quad (8.21)$$

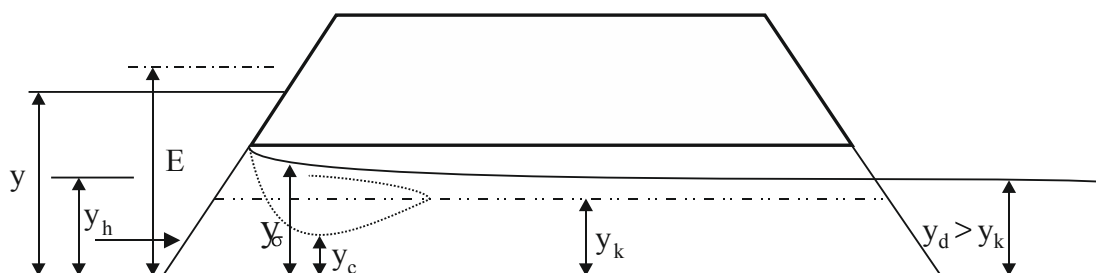
kde $a = y/D$ a volí se v rozmezí 1,4 - 2

Potom průtok v tomto průřezu je

$$Q = \varphi S_c \sqrt{2g(E - y_c)} \quad (8.22)$$

Zúžený průřez za vtokem je zdola zatopený (ovlivněn dolní vodou)

Tento případ nastane, pokud $y_d > y_k$.



Obr. 8.8

Při výpočtu postupujeme od výtokového průřezu, kde $y_v = y_D$ směrem ke vtoku. Řešíme průběh hladiny při nerovnoměrném proudění metodou po úsecích a pod. a jako výsledek dostaneme zatopenou hloubku y_σ . Dále již můžeme použít modifikovanou rovnici (8.17) ve tvaru

$$y + \frac{v_0^2}{2g} = E = y_\sigma + \frac{Q^2}{2g\varphi^2 S_\sigma^2} \quad (8.23)$$

nebo

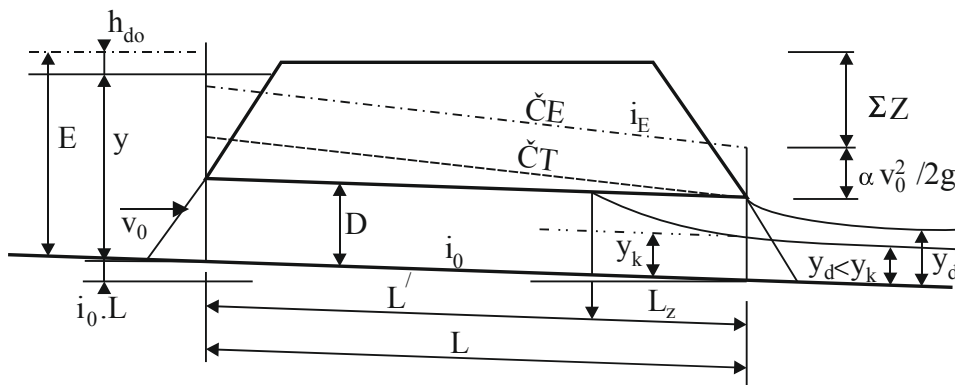
$$Q = \varphi S_{\sigma} \sqrt{2g(E - y_{\sigma})} \quad (8.24)$$

8.2.3. Tlakové propustky

Podmínka vzniku tlakového režimu je, že platí nerovnost $Q > Q_D$ (průtok je větší než kapacitní průtok) tj. průtok v propustku je větší než průtok při úplně zaplněném průřezu za předpokladu beztlakového režimu, který určíme z Chézyho rovnice (pro kruhový průřez)

$$Q = C \cdot S \sqrt{Ri_0} = \frac{0,312}{n} D^{3/8} i_0 \quad (8.25)$$

Nejčastější případ je když $y_V = D$.



Obr. 8.9

Propustek za těchto podmínek řešíme jako krátké potrubí a z Bernoulliho rovnice obecně platí

$$E = (i_E - i_0)L + (1 + K) \frac{v^2}{2g} + D \quad (8.26)$$

Sklon čáry energie je

$$i_E = \lambda \frac{L v^2}{D 2g} \quad (8.27)$$

kde λ je součinitel ztrát třením

K - součinitel ztráty vtokem (tabulka 8.1)

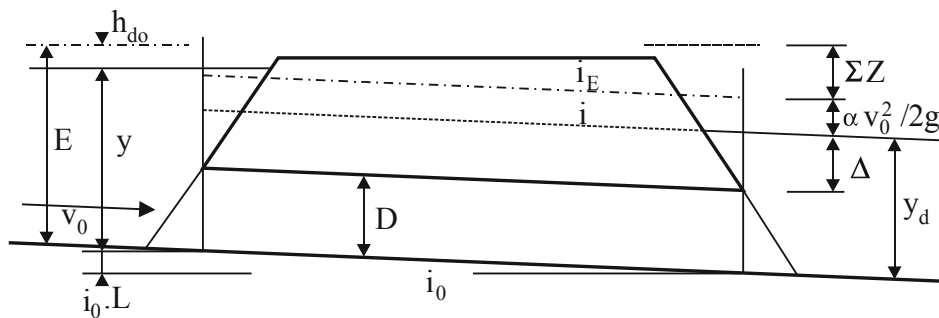
Rovnice (3) bude mít tvar

$$E = (1 + K + \lambda \frac{L}{D}) \frac{v^2}{2g} + D - i_0 \cdot L \quad (8.28)$$

Průtok propustkem potom je

$$Q = S \sqrt{2g} \frac{y - D + i_0 L}{\sqrt{1 + K + \lambda \frac{L}{D}}} \quad (8.29)$$

Výtok z propustku je zatopený dolní vodou



Obr. 8.10

Propustek řešíme jako krátké potrubí, pro které z Bernoulliho rovnice vyplývá

$$E = \left(1 + K + \lambda \frac{L}{D}\right) \frac{v^2}{2g} - i_0 L + y_d - \frac{v_d (v - v_d)}{g} \quad (8.30)$$

Pro přibližné výpočty uvažujeme $E \cong y$

Průtok tlakovým propustem se zatopeným výtokem je

$$Q = S \sqrt{2g} \frac{y - y_d + i_0 L + \Delta_{MIN}}{\sqrt{1 + K + \lambda \frac{L}{D}}} \quad (8.31)$$

kde

$$\Delta_{MIN} = \frac{v_D (v - v_D)}{g}$$

Příklad 8.5

Navrhněte rozměry propustku, jehož kapacita za předpokladu nezahlceného vtoku má být $Q = 2,3 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ a původní hloubka vody v korytě před a za propustkem je $y_h = y_d = 0,8 \text{ m}$.

Vtok do propustku je typu 1

Řešení

Propustek navrhne ze železobetonových rour kruhového průřezu. K nadimenzování použijeme vztah (8.30)

$$D_{min} = 0,846 \cdot Q^{0,4} = 0,846 \cdot 2,3^{0,4} = 1,18 \text{ m}$$

Navrhne nejbližší průměr $D = 120 \text{ cm}$.

Následně posoudíme vzutí způsobené propustkem. Kritická hloubka určená pomocí závislosti $S^3/B = \alpha Q^2/g$ je $y_K = 0,84 \text{ m}$

Hloubka v zúženém průřezu je podle (8.14)

$$y_C = \kappa \cdot y_K = 0,9 \cdot 0,84 = 0,756 \text{ m}$$

$$\text{Průtočná plocha } S_C = 0,75 \text{ m}^2$$

Rychlost v zúženém průřezu je

$$v_C = Q/S_C = 1,2/0,75 = 1,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Specifická energie

$$E = y_c + \frac{v_c^2}{2g} = 0,756 + \frac{1,6^2}{2 \cdot 9,81} = 0,89 \text{ m}$$

Za předpokladu $\frac{v_c^2}{2g} = 0$ bude hloubka vody před propustkem $y = 0,89 \text{ m}$ a vzutí které

způsobí, je $\Delta H = y - y_h = 0,89 - 0,80 = 0,09 \text{ m}$.

Ještě navrhne minimální sklon, při kterém bude zaručená volná hladina v propustku z podmínky $Q < Q_D$

$$i_{D,min} = \frac{Q^2}{576 \cdot D^{16/3}} = \frac{2,3^2}{576 \cdot 1,2^{16/3}} = 3,5 \cdot 10^{-3} = 0,0035$$

Příklad 8.6

Betonový propustek kruhového průřezu s rozšířeným vtokem má průměr $D = 1,0 \text{ m}$, délku $L = 25 \text{ m}$ a sklon dna $i_0 = 0$. Vypočítejte hloubku vody před propustkem při průtoku $Q = 2,4 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Koryto nad propustkem i za propustkem je stejné. Hloubka dolní vody resp. průřezová rychlost, je $y_d = 1,4 \text{ m}$, resp. $v_d = 1,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Součinitel ztráty vtokem $K = 0,1$.

Řešení

Vzhledem k velké hloubce dolní vody předpokládejme v propustku tlakové proudění a zatopený výtok. K posouzení zatopeného výtoku je třeba nejprve spočítat průřezovou rychlost v propustku

$$v = \frac{Q}{S_D} = \frac{2,4}{\pi l^2 / 4} = 3,055 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

podmínka zatopeného výtoku je dána rovnicí

$$\Delta_{MIN} = \frac{v_D (v - v_D)}{g} = \frac{1,1(3,055 - 1,1)}{9,81} = 0,22 \quad \Delta = y_d - D = 1,4 - 1 = 0,4 \text{ m}$$

Protože platí $\Delta > \Delta_{min}$ tj. $0,4 > 0,22$, je předpoklad zatopeného výtoku splněn. Protože sklon propustku je nulový, je podmínka $Q > Q_d$ automaticky splněna a jedná se o tlakové proudění v propustku.

Z rovnice (8.26) pro typ 3-2 se vypočte energetická výška průřezu. Sklon čáry energie se určí pro betonový povrch ($n = 0,014$) např. z Chézyho rovnice (Chézyho rychlostní součinitel podle Pavlovského) $i_E = 0,0114$.

$$E = (i_E - i_0)L + (1 + K) \frac{v^2}{2g} + D + \Delta + \Delta_{MIN} =$$

$$(0,0114 - 0,0) \cdot 0,25 + (1 + 0,1) \frac{3,055^2}{19,62} + 1,0 + 0,4 - 0,22 = 1,99 \text{ m}$$

Posouzení zatopení vtoku. Protože s dostatečnou přesností lze předpokládat platnost

$y = E$ (při zanedbání rychlostní výšky), po dosazení dostáváme $y > \beta \cdot D$, tj. $1,99 > 1,4$, což znamená, že předpoklad zatopeného vtoku je splněn.

Příklad 8.7

Kruhovým propustkem průměru $D = 1,0$ m a sklonem dna $i_o = 0,005$ se vzdula hladina na hloubku $y = 1,6$ m. Původní hladina rovnoměrného proudění byla $y_h = y_d = 0,8$ m. Vtok propustku je ostrohranný (vtok č. 1). Posuďte typ propustku a vypočítejte průtok Q .

$$(v\u00fdsledek: Q = 1,333 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$$

Příklad 8.8

Závlahový náhon má sklon dna $i_o = 0,003$ a protéká jím průtok $Q = 0,45 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ průřezovou rychlostí $v_h = v_d = 0,35 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ při hloubce $y_h = y_d = 0,70$ m. Průtok se převádí železobetonovým kruhovým propustkem průměru $D = 0,6$ m a délky $L = 20$ m (vtok č. 1). Vypočítejte vzduť propustkem.

$$(v\u00fdsledek: \Delta H = 0,23 \text{ m, tlakov\u00e9 proud\u00e9n\u00ed, v\u00fdtok zatopen})$$

Příklad 8.9

Průtok vody $Q = 2,4 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ protéká lichoběžníkovým korytem a při křížení se silnicí kruhovým propustkem o průměru $D = 1,6$ m. Sklon dna je $i_o = 0,003$ a vtok je kónicky rozšířený (vtok č. 5). Původní hladina rovnoměrného proudění v korytě před i za propustkem

byla $y_h = y_d = 1$ m. Vypočítejte vzduť před propustkem, jestliže se zanedbá vliv přítokové rychlosti.

(výsledek: $\Delta H = 0,17$ m, propustek o volné hladině s volným vtokem)

Příklad 8.10

Upravené koryto se sklonem dna $i_o = 0,005$ se kříží se silniční komunikací. V korytě je při průtoku $Q = 2,3 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ hloubka rovnoměrného proudění $y_h = y_d = 0,8$ m. Navrhněte průměr kruhového propustku (vtok č. 1), jestliže maximální hladina před propustkem může být $y = 1,55$ m.

(výsledek: $y = 1,48$ m, propustek o volné hladině se zatopeným vtokem, $D = 1,2$ m)

Příklad 8.11

Tlakovým propustkem se sklonem dna $i_o = 0,0006$ se má provést průtok $Q = 4,25 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Tento průtok protéká v korytě při hloubce $y_h = y_d = 1,8$ m průřezovou rychlostí $v_d = v_h = 2,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Maximální dovolené vzduť propustkem je $\Delta H_{max} = 0,70$ m. Vtok do propustku je obyčejný bez rozšíření (vtok č. 2) a délka propustku je $L = 45$ m. Navrhněte průměr propustku tak, aby vzduť bylo menší, než zadaná maximální hodnota.

(výsledek: $\Delta H = 0,64$ m, $D = 1,50$ m)

Příklad 8.12

Betonový propustek čtvercového průřezu $b \times h = 1,0$ m má délku $L = 12$ m a sklon dna $i_o = 0,05$. Jestliže se provádí průtok $Q = 3,0 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ a nebude se uvažovat vliv přítokové rychlosti, vypočítejte hloubku vody před propustkem.

(výsledek: $y = 2,27$ m, obdélníkový propustek se zahlceným vtokem, který není ovlivněn dolní hladinou)

9. Proudění podzemní vody

9.1. Darcyho zákon

Filtrační rychlost v_F zavádíme jako fiktivní rychlost proudění filtrační plochou S_F , kterou prosakuje průtok Q

$$v_F = Q / S_F \quad (9.1)$$

Podle Darcyho

$$v_F = K I \quad (9.2)$$

kde

K – koeficient hydraulické vodivosti

I – sklon hladiny proudu podzemní vody nebo sklon piezometrické hladiny

Platnost Darcyho zákona je omezena na oblast hodnot Reynoldsova čísla filtrace $Re_F < 1-10$.

Reynoldsovo číslo filtrace

$$Re_F = v_F \cdot d_s / \nu \quad (9.3)$$

Kde

d_s – efektivní průměr zrna

ν – kinematická viskozita kapaliny

9.2. Jednoduché případy jímání podzemní vody a snižování její hladiny

Nejrozšířenějšími záchytnými zařízeními na využívání podzemních vod a na testování zvodnělého prostředí jsou svislé záchytné zařízení, studny. Pod pojmem studna označujeme svislou sběrnou konstrukci (vrtaná, kopaná, s filtrem nebo bez filtru na plášti), která je zapuštěná pod hladinu podzemní vody. Studny dělíme podle řady kritérií.

a. Podle účelu dělíme studny:

- 1) vsakovací – přivádí se voda do studny a vsakuje do porézního prostředí
- 2) s odběrem – čerpáním se z nich odvádí určité množství vody

b. Podle způsobu a délky zapuštění do zvodnělé vrstvy rozeznáváme:

- 1) úplné studny – jejich dno zasahuje až na nepropustné podloží
- 2) neúplné studny – dno studny nedosahuje do nepropustného podloží

c. Podle hydraulické funkce:

- 1) obyčejné – voda ke studně přitéká s volnou hladinou
- 2) artézské – voda přitéká ke studně s napjatou hladinou

- 3) smíšené – v části dosahu účinnosti pracují jako obyčejné a dále od studny jako artézské

Při čerpání vody ze studny poklesne v ní hladina na výšku h_V . Zároveň se snižuje hladina vody resp. poloha piezometrické hladiny) i v přilehlém území. Velikost tohoto území charakterizujeme dosahem účinnosti studny (poloměrem depresního kuželu), R . Hladina dostává sklon a podzemní voda se pohybuje radiálně ke studni. Poloměr depresního kuželu definujeme jako vzdálenost od osy odčerpávaného vrtu, kde snížení hladiny podzemní vody resp. piezometrické hladiny je zanedbatelné. Tuto charakteristiku používáme jen tehdy, když neznáme jinou okrajovou podmínku, např. polohu volné hladiny, nepropustné vrstvy a pod. Poloměr depresního kuželu učujeme pro jednu studnu např. z empirického Sichardtova vztahu

$$R = 3000 s \sqrt{K} \quad (9.4)$$

kde s – snížení (m)

K – koeficient hydraulické vodivosti (ms^{-1})

R – poloměr depresního kuželu (m)

Podle Kusakina dosah depresního kuželu je:

$$R = 575 s \sqrt{KH} \quad (9.5)$$

Při velkých snížení vody ve studně by se v okolí studny vytvořil velký hydraulický spád, že filtrační rychlosti dosahují takových velikostí, kdy může docházet k vyplavování jemných částic zeminy do studny, dochází k porušení filtrační stability a následně ke kolmataci filtru na plášti studny.

Na základě řady experimentů byly získány vztahy pro stanovení kritických rychlostí např. podle Abramova:

$$v_{F,K} = 65 \sqrt[3]{K} \quad (\text{m.den}^{-1}) \quad (9.6)$$

podle Sichardta:

$$v_{F,K} = \frac{\sqrt{K}}{30} \quad (\text{m.s}^{-1}) \quad (9.7)$$

Maximální odběr vody z úplné studny s volnou hladinou o poloměru, r_V a hloubce h_V určíme ze vztahu:

$$Q_{MAX} = \pi r_V h_V \frac{\sqrt{K}}{15} \quad (9.8)$$

Obdobně pro maximální odběr vody z artézské studny platí

$$Q_{MAX} = \pi r_v b \frac{\sqrt{K}}{15} \quad (9.9)$$

kde b – výška zvodnělé vrstvy

9.2.1. Úplná studna

prochází celou zvodnělou vrstvou až na nepropustné podloží. Základní parametry obyčejné studny jsou: poloměr studny, r_v , dosah depresního kuželu, R a snížení vody ve studně, s_v . Pro odebírané množství vody lze při použití Darcyho a Dupuitova zákona odvodit vztah (platí pro rovnoměrné proudění podzemní vody)

$$Q = \pi K \frac{H^2 - h_v^2}{\ln \frac{R}{r_v}} \quad (9.10)$$

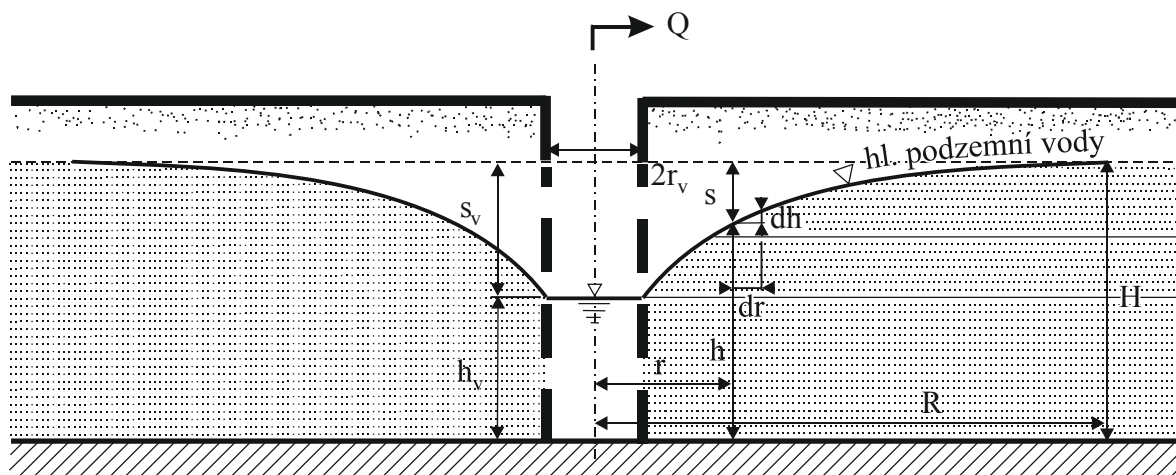
Použitím dekadických logaritmů a po úpravě:

$$Q = 1,365 \frac{K (H^2 - h_v^2)}{\log \frac{R}{r_v}} \quad (9.11)$$

kde

H – původní nesnížená hladina podzemní vody

K – nasycená hydraulická vodivost



Obr. 9.1 Úplná studna

Známe-li výšku volné hladiny ve dvou bodech (např. ve studně a v pozorovacím vrtu nebo ve dvou pozorovacích vrtech) lze k vyjádření odebíraného množství vody ze studny užít rovnici depresní křivky ve tvaru:

$$Q = \pi K \frac{(h_1^2 - h_v^2)}{\ln \frac{r_1}{r_v}} \quad (9.12)$$

resp.

$$Q = \pi K \frac{(h_2^2 - h_1^2)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (9.13)$$

nebo při užití dekadického logaritmu:

$$Q = 1,365 K \frac{(h_1^2 - h_v^2)}{\log \frac{r_1}{r_v}} \quad (9.14)$$

resp.

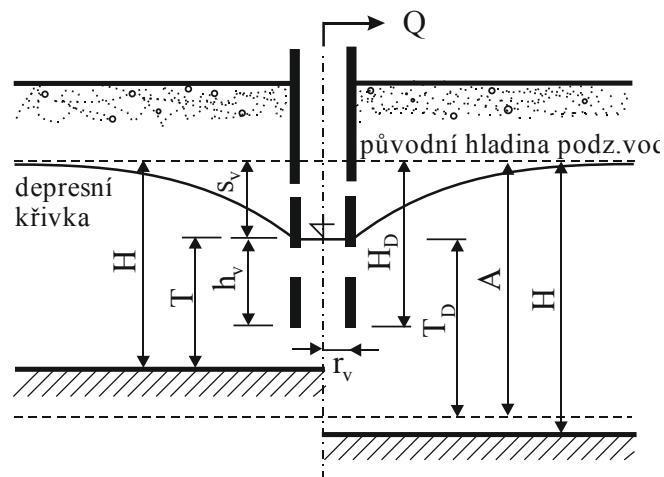
$$Q = 1,365 K \frac{(h_2^2 - h_1^2)}{\log \frac{r_2}{r_1}} \quad (9.15)$$

Optimální snížení úplné studny určíme ze vztahu:

$$s_v = \frac{H}{2,67} \quad (9.16)$$

9.2.2. Neúplná studna

Neúplná studna nedosahuje svým dnem až na nepropustné podloží, voda filtruje i dnem studny. Je-li dno vysoko nad podložím, ovlivní odběr vody ze studny jen horní část zvodnělé vrstvy. Můžeme v ní přibližně vymežit aktivní pásmo o výšce A , pod ním zůstává při odběru ze studny voda prakticky v klidu. Hloubka A se nazývá aktivní hloubka a můžeme jí určit z následující tabulky.



Obr. 9.2 Neúplná studna

Tab. 9.1 Aktivní hloubka A neúplně studny

s_V/h_D	1,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,8	1,0
A/h_D	1,15	1,3	1,6	1,65	1,7	1,85	2,0

a) mocnost zvodnělé vrstvy $H < A$

Odběr vody Q se určí např. z empirických vztahu Forchheimera:

$$Q = 1,365 \cdot K \frac{(H^2 - T^2)}{\log \frac{R}{r_V}} \sqrt{\frac{h_V + 0,5 r_V}{T}} \sqrt[4]{\frac{2T - h_V}{T}} \quad (9.17)$$

Vztah (9.17) platí pro studny, kde voda vtéká do studny stěnami i dnem; je-li dno studny nepropustné, platí vztah

$$Q = 1,365 K \frac{(H^2 - T^2)}{\log \frac{R}{r_V}} \sqrt{\frac{h_V}{T}} \sqrt[4]{\frac{2T - h_V}{T}} \quad (9.18)$$

b) Mocnost zvodnělé vrstvy $H > A$

K výpočtu odběru, Q lze použít stejné rovnice, ale uvažujeme vždy výšku hladiny v aktivním pásmu. Výšku zvodnělé vrstvy H nahradíme hodnotou A a T hodnotou T_A tj.

$$Q = 1,365 \cdot K \frac{(A^2 - T_A^2)}{\log \frac{R}{r_V}} \sqrt{\frac{h_V + 0,5 r_V}{T_A}} \sqrt[4]{\frac{2T_A - h_V}{T_A}} \quad (9.19)$$

obdobně pro případ nepropustného dna studny:

$$Q = 1,365 K \frac{(A^2 - T_A^2)}{\log \frac{R}{r_V}} \sqrt{\frac{h_V}{T_A}} \sqrt[4]{\frac{2T_A - h_V}{T_A}} \quad (9.20)$$

Podle Babuškina a Girinského lze vypočítat odebírané množství vody z neúplně studny

$$Q = 1,365 K \frac{K(2h_V - s_V) s_V}{\log \frac{2h_V - s_V}{1,2 r_V}} \quad (9.21)$$

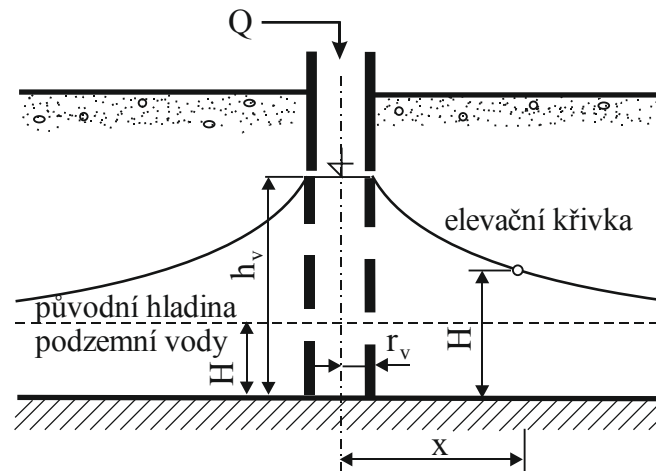
Optimální snížení neúplně studny určíme ze vztahu:

$$s_V = \frac{2H + r_V}{6} \quad (9.22)$$

9.2.3. Vsakovací studna

Odvádí určitý přítok do pórů v zemině, které nezaplňuje voda. Vytvoří se elevační křivka s rovnicí

$$H^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi K} \ln \frac{r}{r_v} \quad (9.23)$$

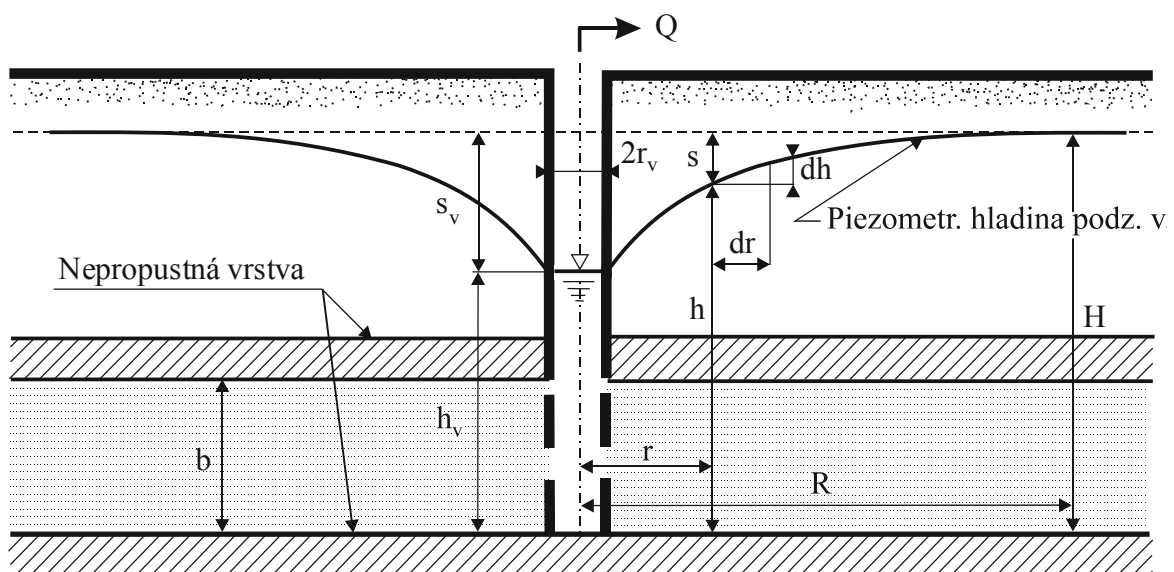


Obr. 9.3 Vsakovací studna

9.2.4. Artézská studna

Úplná artézská studna je vertikální sběrač, ze kterého se čerpá určité množství podzemní vody s napjatou hladinou, jestliže je výška zvodnělé vrstvy b a původní nesnížená výška piezometrické hladiny H , potom rovnice depresní křivky při odběru vody z vrtu Q je

$$h - h_v = \frac{Q}{2\pi \cdot K \cdot b} \ln \frac{r}{r_v} \quad (9.24)$$



Obr. 9.4 Artézská studna

Známe-li okrajové podmínky na plášti studny a v dosahu depresního kuželu:

$$Q = 2\pi \frac{Kb(H - h_v)}{\ln \frac{R}{r_v}} = 2\pi \frac{Kbs_v}{\ln \frac{R}{r_v}} \quad (9.25)$$

nebo ze známých hloubek ve dvou pozorovacích vrtech:

$$Q = 2\pi \frac{Kb(h_2 - h_1)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (9.26)$$

Odebírané množství vody z neúplně artézské studny lze určit např. podle Kozeného :

$$Q = \frac{2\pi K l s_v (h_2 - h_1)}{\ln \frac{R}{r_v}} \left[1 + 7 \sqrt{\frac{r_v}{2b}} \sqrt{\frac{b}{l}} \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{l}{b}\right) \right] \quad (9.27)$$

nebo ze staršího Kozeného vztahu:

$$Q = \frac{2\pi K b s_v}{\ln \frac{R}{r_v}} \sqrt{\frac{l + 0,5r_v}{b}} \cdot \sqrt[4]{\frac{2b - l}{b}} \quad (9.28)$$

Příklad 9.1

Při ustáleném stavu je čerpáno ze studny o poloměru 400 mm $Q = 17,8 \text{ l}\cdot\text{s}^{-1}$ vody. V pozorovacím vrtu vzdáleném 14,2 m od osy odčerpávané studny je snížení 2,79 m a v pozorovacím vrtu vzdáleném 32,9 m je snížení 1,04 m. Výška zvodnělé vrstvy je 14,7 m. Vypočítejte velikost koeficientu hydraulické vodivosti K a snížení v odčerpávané studni s_v .

Řešení

Koeficient hydraulické vodivosti vyjádříme z rovnice depresní křivky procházející dvěma známými body:

$$K = \frac{Q}{\pi} \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{y_2^2 - y_1^2}$$

Příčemž

$$y_1 = H - s_1 = 14,7 - 2,19 = 12,51 \text{ m}$$

$$y_2 = H - s_2 = 14,7 - 1,04 = 13,66 \text{ m}$$

$$K = \frac{0,0178}{\pi} \frac{\ln \frac{32,9}{14,2}}{13,66^2 - 12,51^2} = 1,58 \cdot 10^{-4} \text{ m.s}^{-1}$$

Snížení na plášti studny určíme z rovnice depresní křivky:

$$h_V = \sqrt{y_1^2 - \frac{Q}{\pi K} \cdot \ln \frac{r_1}{r_V}} = \sqrt{12,51y^2 - \frac{0,0178}{\pi \cdot 1,58 \cdot 10^{-4}} \cdot \ln \frac{14,2}{0,4}} = 5,34 \text{ m}$$

potom $s_V = H - h_V = 14,7 - 5,34 = 9,36 \text{ m}$.

Příklad 9.2

Neúplná studna o poloměru $r_V = 0,1 \text{ m}$ je ve zvodnělé vrstvě o výšce $H = 10 \text{ m}$ a koeficientem hydraulické vodivosti $K = 0,29 \cdot 10^{-3} \text{ m.s}^{-1}$. Studna zasahuje do zvodnělé vrstvy na výšku $h_D = 4 \text{ m}$ a zjištěný dosah účinnosti $R = 125 \text{ m}$. Vypočtete odběr vody Q při snížení hladiny ve studni $s_V = 1,3 \text{ m}$.

Řešení

$$s < \max s = (2 \cdot h_D + r_V)/6 = 8,1/6 = 1,35 \text{ m}$$

$$h_V = h_D - s = 4,0 - 1,3 = 2,7 \text{ m}$$

$$s/h_D = 1,3/4 = 0,325$$

takže

$$A/h_D = 1,61 \quad A = 1,61 \cdot 4 = 6,44 \text{ m}$$

$$T_A = A - s = 6,44 - 1,35 = 5,09 \text{ m}$$

Protože $H > A$, bude studna napájena jen částí zvodnělé vrstvy a můžeme psát

$$Q = 1,365 K \frac{(A^2 - T_A^2)}{\log \frac{R}{r_V}} \sqrt{\frac{h_V + 0,5 r_V}{T_A}} \cdot \sqrt[4]{\frac{2T_A - h_V}{T_A}} =$$

$$= 1,365 \cdot 0,29 \cdot 10^{-3} \frac{(6,44^2 - 5,09^2)}{\log \frac{125}{0,1}} \sqrt{\frac{2,7 + 0,5 \cdot 0,1}{5,09}} \cdot \sqrt[4]{\frac{2 \cdot 5,09 - 2,7}{5,09}} = 1,59 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

Příklad 9.3

Studna o poloměru $r_V = 0,1 \text{ m}$ zasahuje do nepropustného podloží zvodnělé vrstvy s artézskou vodou. Úroveň podloží je na kótě 10 m , mocnost zvodnělé vrstvy $b = 4 \text{ m}$. Koeficient hydraulické vodivosti $K = 1,07 \cdot 10^{-3} \text{ m.s}^{-1}$. Určete úroveň tlakové čáry ve vzdálenosti 50 m od studny při odběru $Q = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, když se hladina ve studni ustálí na kótě 16 m .

(výsledek: ve vzdálenosti 50 m od studny bude kóta tlakové čáry $17,17 \text{ m}$)

Příklad 9.4

Úplná studna má průměr 300 mm. Koeficient hydraulické vodivosti $K = 16 \text{ m.den}^{-1}$. Výška zvodnělé vrstvy $H = 14 \text{ m}$ a čerpáním se snížila o 4 m. Určete odběr vody ze studny Q .

$$(v\acute{y}sledek: Q = 8,34 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$$

Příklad 9.5

Určete koeficient hydraulické vodivosti, K při ustáleném čerpání $Q = 3,5 \text{ l.s}^{-1}$ se hladina vody ustálila v 1. pozorovacím vrtu (3 m od studny) na snížení 4,1 m a v druhém pozorovacím vrtu (10 m od studny) – snížení 3,5 m. Dáno : poloměr vrtané studny $r_V = 0,15 \text{ m}$ a $H = 10,0 \text{ m}$.

$$(v\acute{y}sledek: K = 0,19 \cdot 10^{-3} \text{ m.s}^{-1})$$

Příklad 9.6

Vypočtete přítok vody do úplné studny v tlakovém proudění vody ke studně, při snížení piezometrické hladiny o 6,0 m. Výška zvodnělé vrstvy $b = 14 \text{ m}$; $H = 26 \text{ m}$; $K = 8,0 \text{ m.den}^{-1}$; $R = 100 \text{ m}$; $r_V = 0,15 \text{ m}$.

$$(v\acute{y}sledek: Q = 650 \text{ m}^3 \cdot \text{den}^{-1})$$

Příklad 9.7

Při geologickém průzkumu se zjistila kóta nepropustného podloží 111,0 m n.m. a spodní povrch nepropustného nadloží byl na kótě 123,70 m n. M. Hladina v sondě se ustálila na kótě 134,2 m n.m. Koeficient hydraulické vodivosti, v které je artézská voda je $K = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m.s}^{-1}$. Určete odběr ze studny průměru $r_V = 500 \text{ mm}$, která je zapuštěná do nepropustného podloží.

$$(v\acute{y}sledek: Q = 0,0193 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}; R = 252 \text{ m})$$

9.2.5. Sběrné štoly, zářezy a drény

Pod pojmem horizontální sběrné štoly označujeme souhrnně vodorovné nebo přibližně vodorovné zařízení v zemině s určitou délkou L . Voda je z nich čerpána popř. odebírána gravitačně.

Tato zařízení se budují jako:

- sběrné štoly (galerie) – s odčerpáváním vody
- drenážní sběrače - s gravitačním odváděním vody
- zářezy (otevřené příkopy) – většinou s volnou hladinou

Jsou situovány většinou kolmo na směr proudu.

Základní veličinou je přítok do sběrače, který počítáme na 1 m délky (specifický průsak)

$$q = Q/L \quad (\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}) \quad (9.29)$$

specifický průsak (přítok do sběrače) je průsak na jednotku délky ve směru kolmém na směr proudu.

Tzv. Redukovaný průsak, který se často zavádí do výpočtů je definován jako

$$q_r = q/K \quad (\text{m}) \quad (9.30)$$

9.2.6. Beztlakové filtrační proudění po nepropustném podloží

Nejjednodušším případem ustáleného beztlakového proudění podzemní vody na nepropustném podloží je rovnoměrná filtrace. Ta může vzniknout když nepropustné podloží má konstantní sklon i_0 ve směru proudu a platí

$$i = i_0 = H = \text{konst.}$$

Potom je hladina podzemní vody rovnoběžná s povrchem nepropustného podloží.

Specifický průsak určíme ze vztahu

$$q = K.H.i = K.H.i_0 \quad (9.31)$$

a redukovaný spec. průsak

$$q_r = H.i = H.i_0$$

V případě nerovnoměrného proudění podzemní vody porézním prostředím s volnou hladinou a za předpokladu platnosti Dupuitova zákona, popisuje diferenciální rovnice

$$q_r = y \left(i_0 - \frac{dy}{dx} \right) \quad (9.32)$$

9.2.7. Sběrná štola (zářez) na vodorovném nepropustném podloží

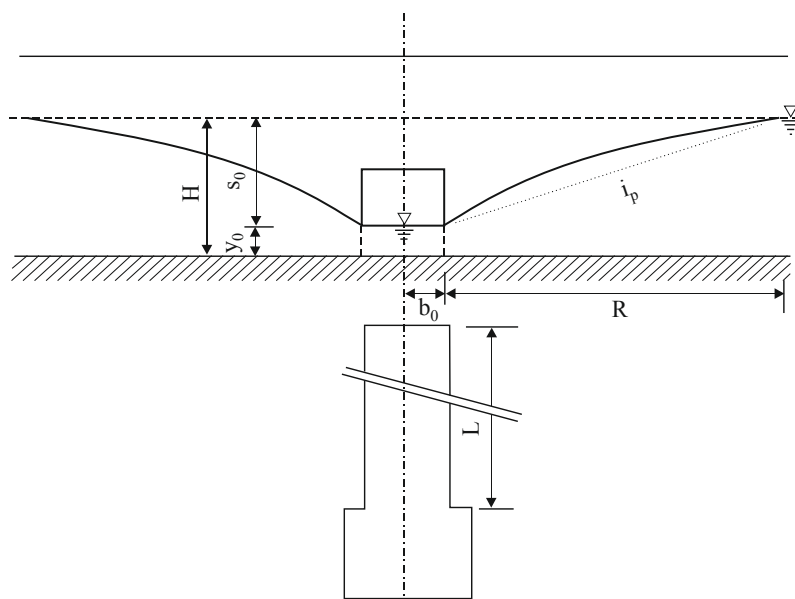
Úplné vodorovné sběrače (štoly, zářezy, galerie a pod.) jsou zařízení jejichž dno leží na nepropustném podloží. Voda do nich filtruje kolmo na jejich osu z obou stran.

Rovnice depresní křivky

$$y^2 - y_0^2 = \frac{2qx}{K} \quad (9.33)$$

Jednostranný specifický přítok do sběrné štoly je dle Kamenský (1987)

$$q = K \frac{H^2 - y_0^2}{2R} \quad (9.34)$$



Obr. 9.5 Sběrná štola na vodorovném nepropustném dně

Dosah depresní křivky R lze určit např. ze Sichardtova vztahu. Určování dosahu depresní křivky podle empirických vztahů je velmi nepřesné. Proto se můžeme stanovení R vyhnout zavedením průměrného sklonu depresní křivky

$$i_p = \frac{H - y_0}{R} \quad (9.35)$$

jednostranný specifický přítok do sběrače bude

$$q = \frac{K}{2} (H + y_0) i_p \quad (9.36)$$

Přibližné hodnoty průměrného sklonu můžeme určit z tabulky 9.2.

Tab. 9.2 Průměrný sklon depresní pro různé zeminy

Zemina	i_p
Štěrka a hrubý písek	0,003-0,006
Písek	0,02-0,05
Písčitá hlína	0,05-0,10
Jílovitá zemina	0,10-0,15
Těžké jíly	0,15-0,2

Oboustranný přítok do sběrné štoly délky L potom je

$$Q = K \frac{H^2 - y_0^2}{R} L \quad (9.37)$$

nebo použitím průměrného sklonu

$$Q = K i_p (H + y_0) L \quad (9.38)$$

Přítok do soustavy rovnoběžných horizontálních sběračů zásobovaných infiltrací rychlostí v_0 bude pro jeden sběrač daný vztahem

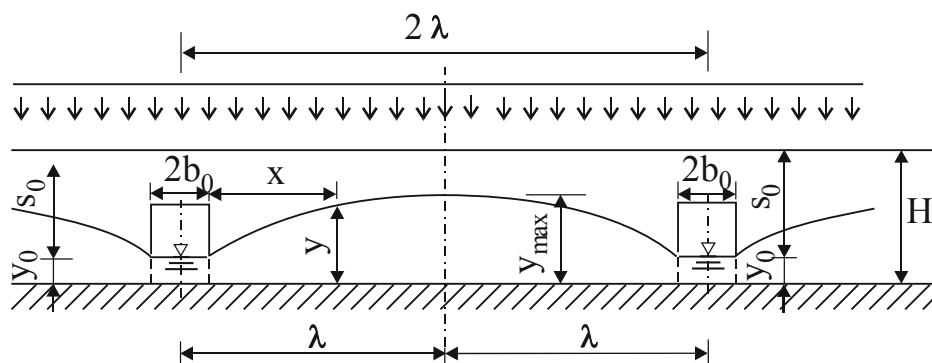
$$Q = v_0 2(\lambda - b_0) \cdot L \quad (9.39)$$

kde

2λ – vzdálenost sběračů

$2b_0$ – šířka sběrače

L – délka sběrače



Obr. 9.6 Soustava paralelních sběrných štol

Depresní křivka má rovnici

$$y^2 - y_0^2 = \frac{2\lambda v_0}{K} (x - b_0) - \frac{v_0}{K} \cdot (x^2 - b_0^2) \quad (9.40)$$

její maximum je ve středu vzdáleností sběračů a maximální hloubka

$$y_{max}^2 = \frac{v_0}{K} (\lambda - b_0)^2 + y_0^2 \quad (9.41)$$

Příklad 9.8

Štola je vybudovaná na nepropustném podloží v zemině s koeficientem hydraulické vodivosti $K = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Hloubka vody ve štoli se odběrem z ní udržuje na přibližně konstantní hodnotě $y_0 = 0,45 \text{ m}$. Šířka štoly $2b_0 = 2,4 \text{ m}$ a její délka $L = 175 \text{ m}$. Výška zvodnělé vrstvy $H = 3,8 \text{ m}$. Určete odběr ze štoly.

Řešení

Dosah účinnosti podle Sichardta

$$R = 3000 \text{ s} \cdot \sqrt{K} = 3000 \cdot 3,35 \sqrt{6 \cdot 10^{-4}} = 246 \text{ m}$$

Specifický přítok do štoly:

$$q = K \frac{H^2 - y_0^2}{2R} = 6 \cdot 10^{-4} \frac{11,4^2 - 0,45^2}{2 \cdot 246} = 1,58 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

Celkový odběr ze štoly je

$$Q = 2qL = 2 \cdot 1,58 \cdot 10^{-4} \cdot 175 = 0,055 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

Příklad 9.9

Stanovte hloubku vody y_0 v úplném odvodňovacím zářezu (obdoba štoly). Nepropustné podloží je vodorovné. $K = 5,79 \cdot 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $H = 3,0 \text{ m}$; $R = 50 \text{ m}$; $L = 100 \text{ m}$; $Q = 9,84 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

(výsledek: $y_0 = 0,7 \text{ m}$)

Příklad 9.10

Vypočtete celkový přítok do štoly délky $L = 120 \text{ m}$ va vodorovném nepropustném podloží v písčité hlíně, kde $K = 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $H = 4 \text{ m}$; $s_0 = 2,8 \text{ m}$.

(výsledek: $Q = 98,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)

Příklad 9.11

Vypočtete odběr vody ze štoly délky 150 m na vodorovném nepropustném podloží, je-li

$K = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $H = 3 \text{ m}$; $y_0 = 1,1 \text{ m}$ (R – určete ze Sichardtova vztahu).

(výsledek: $Q = 71,37 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)

10. Reference

- [1] BOOR, B., KUNŠTÁTSKÝ, J., PATOČKA, C. Hydraulika pro vodohospodářské stavby. Praha: SNTL. 1968. 517 s. 04-710-68.
- [2] KOLÁŘ, V. a kol. Hydraulika TP, Praha. SNTL. 1986.
- [3] MASIAR, E., KAMENSKÝ, J. Hydraulika pre stavebných inžinierov I. Objekty a potrubia. Bratislava: ALFA. 1985. 341 s. ISBN: 800500085-5.
- [4] MASIAR, E., KAMENSKÝ, J. Hydraulika pre stavebných inžinierov. Prúdenie v korytách a pórovitom prostredí. Bratislava: ALFA. 1989. 312 stran, ISBN: 80-05-00085-5.
- [5] MOUDRÝ, Miloslav. Hydraulika II. Praha: SPN. 1980.
- [6] SMETANA, J. Hydraulika 1. a 2. díl. NČSAV. Praha. 1957.
- [7] Excerpts from Draft International Standard ISO 690-2 [online]. Ottawa: ISO (International Organization for Standardization), 1997 [cit. 1997-07-02]. Dostupný z: <http://www.nlc-bnc.ca/iso/tc46sc9/standard/690-2e.htm>
- [8] <http://homen.vsb.cz/~kod31/vyuka/pokyny.html>
- [9] <http://info.sks.cz/users/ku/MTI/popis.htm>
- [10] <http://knihovna.vsb.cz/kursy/citace/23.html>
- [11] <http://www.collectionscanada.ca/iso/tc46sc9/standard/690-1e.htm#9>